

# 低杂波驱动的径向共振电子流\*

夏蒙梵 吴惟敏

(北京大学物理系)

1986年5月19日收到

## 提 要

在低杂波驱动电流的托卡马克装置中,波还将驱动径向共振电子流.这种径向流由共振电子径向平均流和共振电子径向扩散流两部分组成.它们主要联系于波电场的角向分量、在驱动电流的弛豫过程中,两种径向流的强度分别以不同的方式发生显著变化.径向流对波的纵向相速度与电子热速度的比值极为敏感,在低相速情形有较高的径向通量,可对等离子体的行为发生重要影响.

## 一、引 言

利用低杂波驱动电流是实现稳态托卡马克聚变堆的一种可能的方案<sup>[1-4]</sup>,波驱动电流效应联系于电子在波作用下发生的纵向速度扩散.一般说来,低杂波还将影响电子在位形空间中的运动,特别是可引起径向电子流.这是一个极为重要但目前尚未研究清楚的课题.它涉及波引起的反常输运或利用波以改进约束等一系列重要问题.在低杂波驱动电流的一些实验中,曾观测到约束改善的某些迹象<sup>[5-7]</sup>,是否与波驱动的径向流有关尚不能确定.在理论方面,有一些初步的讨论.在文献[8]中,认为低杂波驱动电流时可出现一种收缩效应,其机制为:波对共振电子的作用相当于等效的环向直流电场  $E_{rf}$ ,而  $E_{rf} \times B_\theta$  ( $B_\theta$  为磁场的角向分量)漂移导致径向收缩.

本文重新考察了在低杂波驱动的托卡马克装置中电子的径向运动,指出它主要联系于低杂波电场的角向分量,而环向分量的贡献是不重要的.低杂波驱动的径向共振电子流由径向平均流和径向扩散流两部分组成.前者的方向与波的注入及传播过程有关,而后者一般是向外的.本文导出了径向通量的表达式,研究了流的方向,计算了流的强度及在弛豫过程中的变化,并讨论了它可能引起的若干效应.

## 二、共振电子径向通量的一般表达式

令磁场在环坐标  $(r, \theta, \varphi)$  中表达为

$$\mathbf{B} = \left( 0, B_\theta = B_{\theta 0} \frac{R_0}{R}, B_\varphi = B_{\varphi 0} \frac{R_0}{R} \right), \quad (1)$$

\* 中国科学院科学基金资助的课题.

其中  $R=R_0+r \cos \theta$ ,  $B_{\theta 0} > 0$ ,  $B_{\varphi 0} > 0$ , 并有  $B_{\theta 0}/B_{\varphi 0} \ll 1$ . 对低杂波采用下述模型:

$$\phi = \sum_l \phi_{0l} \cos(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_{0l}), \quad (2)$$

其中第  $l$  分量的波矢  $\mathbf{k}_l = (k_{lr}, k_{l\theta}, k_{l\varphi})$ . 定义

$$k_{l\parallel} = \frac{1}{B} (B_{\theta} k_{l\theta} + B_{\varphi} k_{l\varphi}), \quad (3)$$

$$k_{lp} = \frac{1}{B} (B_{\varphi} k_{l\theta} - B_{\theta} k_{l\varphi}), \quad (4)$$

并将其平均值分别记为  $k_{\parallel}$  和  $k_p$ . 波驱动电流相应于  $k_{\parallel} < 0$  情形. 我们的射线追踪计算表明, 若波从边界注入时  $k_{l\theta} = 0$ , 则比值

$$k_{lp}/k_{l\parallel} = k_p/k_{\parallel} = \alpha, \quad (5)$$

近似与  $l$  无关

在漂移近似下, 电子(质量  $m_e$ , 电荷  $-e$ ) 的运动方程为

$$\frac{dz}{dt} = u, \quad (6)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{e}{m_e} \sum_l k_{l\parallel} \phi_{0l} \sin(-k_{l\parallel} z - \omega t + \phi'_{0l}), \quad (7)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha}{\omega_{ce}} \frac{du}{dt}, \quad (8)$$

其中  $z$  和  $u$  分别是在反平行于  $\mathbf{B}$  方向的坐标和速度,  $\omega_{ce} = eB/m_e c > 0$ ,  $\phi'_{0l}$  与 (2) 式中的  $\phi_{0l}$  之差为运动常数. 导出(8)式时已用了(5)式. (8)式表明, 电子的径向运动联系于  $k_p$ , 其方向取决于  $\alpha$  (即  $k_p$ ) 的符号和  $du/dt$  的符号(即加速或减速).

在处理低杂波驱动电流问题时, 常采用下述一维 Fokker-Planck 方程<sup>[1,3,9,10]</sup>:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial u} D \frac{\partial}{\partial u} f + \frac{\partial}{\partial u} D_c \left[ \frac{\partial}{\partial u} f + \frac{2u}{v_c^2} f \right]. \quad (9)$$

(9)式右端第一项为波驱动项, 第二项为库仑碰撞项. (9)式适用于波的强度远高于热涨落谱中相应分量的强度, 同时共振电子数远小于总电子数的情形<sup>[9]</sup>. 波驱动项通常只计及共振部分, 扩散系数  $D(u)$  只在共振区  $u_1 \leq u \leq u_2$  有非零值, 其函数形式由波谱决定. 在准线性近似下,  $D$  的平均值近似为

$$\bar{D} = \pi \frac{e^2 |k_{\parallel}| \phi_0^2}{m_e^2 \Delta u}, \quad (10)$$

其中  $\phi_0^2$  为波的总强度,  $\Delta u = u_2 - u_1$  为共振区宽度. 对于共振粒子速度高于热速度情形, 碰撞项中

$$D_c = \frac{2+z}{2} v_0 \frac{v_c^5}{u^3}, \quad v_0 = \frac{4\pi N e^4 L}{m_e^2 v_c^3}, \quad (11)$$

其中  $v_c = \sqrt{2 T_e/m_e}$ ,  $z$  代表离子电荷,  $N$  为电子密度,  $L$  为库仑对数.

为了包含(8)式所描写的径向运动, 须将方程(9)加以推广. 假定(2)式描写的是相干波, 则运动方程(6)–(8)相应于一个动力学系统. 但当波的振幅超过随机性阈值时, 粒子的运动将显示动力学随机性<sup>[11,12]</sup>. 当波的振幅足够高时, 共振区粒子的运动接近于

Markov 过程. 平均分布函数  $f(u, r, t)$  的演化可用一转移概率  $W$  描写. 注意到  $r$  和  $u$  的变化是通过(8)式互相关联的.

$$\Delta r = \frac{\alpha}{\omega_{ce}} \Delta u, \quad (12)$$

分布函数  $f$  的演化方程可表达为

$$f(u, r, t) = \int d(\Delta u) f(u - \Delta u, r - \frac{\alpha}{\omega_{ce}} \Delta u, t - \Delta t) W(u - \Delta u, t - \Delta t; \Delta u, \Delta t), \quad (13)$$

这里,  $\Delta t$  要满足条件  $\tau_c \ll \Delta t \ll \tau_2$ ,  $\tau_c$  为相关时间,  $\tau_2$  为弛豫时间. 转移概率的规范化条件为

$$\int d(\Delta u) W(u - \Delta u, t - \Delta t; \Delta u, \Delta t) = 1. \quad (14)$$

按通常的方法将(13)式对  $\Delta t$  和  $\Delta u$  展开, 令

$$\langle \Delta u \rangle = \int d(\Delta u) \Delta u W = 0, \quad (15)$$

$$\langle (\Delta u)^2 \rangle = \int d(\Delta u) (\Delta u)^2 W = 2 D \Delta t, \quad (16)$$

其中  $D$  为速度扩散系数,

$$D = \langle (\Delta u)^2 \rangle / 2 \Delta t. \quad (17)$$

结果便得到推广的 Fokker-Planck 方程中波驱动项的形式为

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_w = - \frac{\partial}{\partial u} S_u - \frac{\partial}{\partial r} S_r, \quad (18)$$

其中  $S_u$  为  $u$ - $r$  空间中  $u$  方向的通量,  $S_r$  为  $u$ - $r$  空间中  $r$  方向的通量, 分别表达为

$$S_u = -D \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\alpha}{\omega_{ce}} D \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (19)$$

$$S_r = - \frac{\alpha}{\omega_{ce}} D \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\alpha^2}{\omega_{ce}^2} D \frac{\partial f}{\partial r}. \quad (20)$$

与(9)式比较可看出(19)式等号右端第二项相应于径向运动对速度扩散的修正, 它与第一项之比为  $\sim \alpha \frac{u}{v_e} \frac{\rho_e}{r_T}$  ( $\rho_e$  为电子平均回旋半径,  $r_T = \left| \frac{d}{dr} \ln T \right|^{-1}$ ), 这个修正一般是不重要的.

原则上, 径向运动同样可在碰撞项中带来修正项, 同时也可出现碰撞驱动的径向通量, 后者实际上联系于经典输运, 在此不多讨论.

将(20)式给出的  $S_r$  对  $u$  积分, 便得到位形空间中  $r$  方向的通量, 有

$$\Gamma = \int du S_r = \Gamma_A + \Gamma_D, \quad (21)$$

其中

$$\Gamma_A = - \frac{\alpha}{\omega_{ce}} \int_{u_1}^{u_2} D \frac{\partial f}{\partial u} du, \quad (22)$$

$$\Gamma_D = - \frac{\alpha^2}{\omega_{ce}^2} \int_{u_1}^{u_2} D \frac{\partial f}{\partial r} du. \quad (23)$$

(21) 式表明低杂波驱动的径向共振电子流由两部分组成,  $\Gamma_A$  正比于共振区速度分布的斜率, 而  $\Gamma_D$  正比于共振电子径向分布的梯度, 二者均联系于  $\alpha$ .

$\Gamma_A$  可称为低杂波驱动的共振电子径向平均流, 它正比于波引起的共振电子纵向动量密度

$$P = \int_{u_1}^{u_2} m_e u f du \quad (24)$$

的变化率

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_w \cong \int_{u_1}^{u_2} m_e u \frac{\partial}{\partial u} D \frac{\partial}{\partial u} f du, \quad (25)$$

有

$$\Gamma_A = \frac{\alpha}{m_e \omega_{ce}} \left(\frac{dP}{dt}\right)_w. \quad (26)$$

在波驱动电流问题中由于电流与耗散功率均对波谱的细节不敏感, 有时为了简单取  $D = \bar{D}$  为常数, 在这种模型下, 我们得到一个简单的式子

$$\Gamma_A = \frac{\alpha \bar{D}}{\omega_{ce}} [f(u_1) - f(u_2)]. \quad (27)$$

当  $D = \bar{D}$  时,  $\Gamma_D$  的表达式也简化为

$$\Gamma_D = - \frac{\alpha^2 \bar{D}}{\omega_{ce}^2} \frac{\partial N_r}{\partial r}, \quad (28)$$

其中  $N_r$  为共振电子数密度

$$N_r = \int_{u_1}^{u_2} f du. \quad (29)$$

(28) 式给出的  $\Gamma_D$  具有扩散流的形式, 称为低杂波驱动的共振电子径向扩散流, 径向扩散系数  $D_{rr}$  正比于纵向速度扩散系数  $\bar{D}$ ,

$$D_{rr} = \frac{\alpha^2}{\omega_{ce}^2} \bar{D}. \quad (30)$$

但即使没有纵向动量注入 ( $\left(\frac{dP}{dt}\right)_w = 0$ , 即  $f$  在共振区为常数) 仍可有  $\Gamma_D \neq 0$  (只要  $\partial N / \partial r \neq 0$ ).

为了更直接地说明 (18)–(23) 式的物理意义, 现从略不相同的角度作一附注<sup>[17]</sup>. 分布函数  $F$  的无碰撞动力学方程为

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial z} + v_r \frac{\partial F}{\partial r} + a \frac{\partial F}{\partial u} = 0, \quad (31)$$

其中  $v_r$  为径向速度,  $a$  为纵向加速度, 二者均由波引起. 假定

$$\langle v_r \rangle = \langle a \rangle = 0, \quad (32)$$

则分布函数  $F$  一般可分成平均部分

$$\langle F \rangle = f(u, r, t) \quad (33)$$

和扰动部分  $f_1$

$$F = f + f_1, \quad (34)$$

这里  $\langle f_1 \rangle = 0$ . 由 (31) 式可得到平均分布函数  $f$  的方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial u} S_u - \frac{\partial}{\partial r} S_r, \quad (35)$$

其中

$$S_u = \langle a f_1 \rangle, \quad (36)$$

$$S_r = \langle v_r f_1 \rangle. \quad (37)$$

$f_1$  的方程为(略去非线性项)

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + u \frac{\partial f_1}{\partial z} = -v_r \frac{\partial f}{\partial r} - a \frac{\partial f}{\partial u}. \quad (38)$$

故  $f_1$  可表达为  $\partial f/\partial u$  和  $\partial f/\partial r$  的函数

$$f_1 = f_1 \left\{ \frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial r} \right\}. \quad (39)$$

代入(36)与(37)式所得结果正是(19)与(20)式,而

$$\Gamma = \int S_r du = \int \langle v_r f_1 \rangle du. \quad (40)$$

由此可直接看出  $\Gamma$  代表位形空间中的径向通量。

由(22)与(23)式可看出径向通量与分布函数  $f$  在共振区的形状有关,这可通过求解推广的 Fokker-Planck 方程得到。但实际上径向运动对速度分布的影响较弱,速度分布基本上可由方程(9)确定。径向分布则与电子温度、密度及波谱等的径向剖面有关。

### 三、共振电子径向流的方向

径向流的方向在实际问题中有重要意义。为确定径向流的方向,首先要给出等离子体内部波矢的方向,这通常采用射线追踪方法进行计算<sup>[13-15]</sup>。

在 W K B 近似下,波的轨迹方程为

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{D}/\partial \mathbf{k}}{\partial \mathcal{D}/\partial \omega}, \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{D}/\partial \mathbf{r}}{\partial \mathcal{D}/\partial \omega}. \quad (41)$$

在冷等离子体模型中,低杂波的色散关系为

$$\mathcal{D} = k_{\perp}^2 \left( 1 + \frac{\omega_{L\perp}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \right) + k_{\parallel}^2 \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) = 0. \quad (42)$$

进行射线追踪计算时我们选用下列典型条件:

$$R_0 = 135 \text{ cm}, \quad a = 40 \text{ cm}, \quad B_{\varphi 0} = 25 \text{ kG}, \quad \omega/2\pi = 800 \text{ MHz},$$

$$B_{\theta 0} = r B_{\varphi 0} / R_0 q_0(r), \quad q_0(r) = 1 + 3 r^2/a^2,$$

$$N = N_0(1.01 - r^2/a^2), \quad N_0 = 7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}.$$

低杂波从  $r = a$ ,  $\theta = \theta_0$  注入,取  $k_{\theta}(a) = 0$ ,  $k_{\varphi}(a) = -4.5 \omega/c$  或  $-9 \omega/c$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $\pi/2$  或  $\pi$ . 计算结果如图 1 所示。在表 1 中列出了  $k_{\varphi}(a) = -4.5 \omega/c$  情形几个有代表性位置处  $k_{\theta}$ ,  $k_{\varphi}$ ,  $k_{\rho}$  及  $\alpha$  的值。当取  $k_{\varphi}(a) = -9 \omega/c$  时,  $k_{\theta}$ ,  $k_{\varphi}$  和  $k_{\rho}$  值与表 1 不同,但  $\alpha$  值基本相同,这个结果已反映在(5)式中。

射线追踪的结果表明,虽然低杂波从边界以  $k_{\theta} = 0$  注入,但进入内部区以后,有  $|k_{\theta}/k_{\varphi}| \gg 1$ .  $k_{\theta}$  的出现可归因于传播过程中环效应的作用。同时,在内部区有  $k_{\rho} \cong k_{\theta}$ , 这

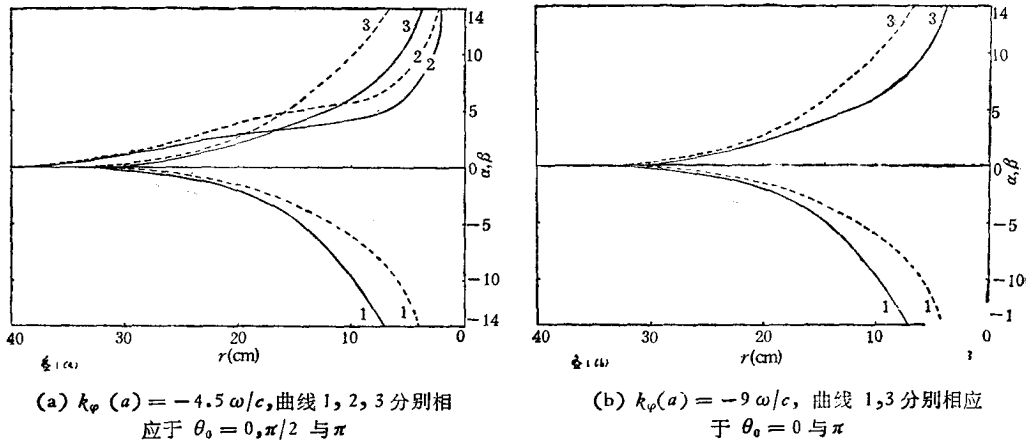


图 1

实线为  $\alpha = k_p/k_z$ ; 虚线为  $k_\theta/k_\varphi$ 

表 1 几个典型值

$\theta_0$	$r(\text{cm})$	$k_\theta(\text{cm}^{-1})$	$k_\varphi(\text{cm}^{-1})$	$k_p(\text{cm}^{-1})$	$\alpha$
0	30	0.127	-0.808	0.193	-0.242
	10	6.33	-1.06	6.39	-9.68
	4	13.7	-0.962	13.7	-24.1
$\pi$	30	-0.177	-0.671	-0.121	0.177
	10	-4.80	-0.495	-4.76	6.00
	4	-11.4	-0.523	-11.4	13.4

是  $|k_\theta/k_\varphi| \gg 1$  和  $B_\theta/B_\varphi \ll 1$  的结果,前面已指出,径向运动联系于  $k_p$ . 因此,在内部区,径向运动主要与  $k_\theta$  有关,而  $k_\varphi$  的贡献可以略去.

由(22)或(27)式,  $\Gamma_A$  的方向取决于  $\alpha$  (或  $k_p$ ) 及分布函数在共振区斜率的符号. 在驱动电流的问题中,分布函数在共振区一般与负斜率. 因此,当  $\alpha < 0$  ( $k_p > 0$ ) 时平均流向内 ( $\Gamma_A < 0$ ), 而  $\alpha > 0$  ( $k_p < 0$ ) 时平均流向外 ( $\Gamma_A > 0$ ). 换言之,若  $k_p$  在电子逆磁流的方向,则平均通量向内<sup>[16]</sup>. 射线追踪计算表明  $\alpha$  的符号决定于波注入的角向位置  $\theta_0$ . 在本文的位形下,  $\theta_0 = 0$  时,  $\alpha < 0$ , 此时出现向内的平均流;而  $\theta_0 = \pi/2$  或  $\pi$  时,  $\alpha > 0$ , 平均流是向外的.

由(28)式,扩散流  $\Gamma_D$  的方向取决于共振电子密度  $N_r$  径向梯度的方向,这与电子温度、密度及波谱的径向分布有关,通常,  $N_r$  具有负梯度,扩散流是向外的.

由于弛豫过程中  $\Gamma_A$  与  $\Gamma_D$  的变化方式不同,总通量  $\Gamma = \Gamma_A + \Gamma_D$  的方向在弛豫过程中可能发生变化. 这将在下一节中讨论.

$k_\theta$  还可起源于其它效应. 例如,当低杂波穿过外层漂移波湍流层时,可使波矢的垂直分量一部分从  $r$  方向被散射到  $\theta$  方向<sup>[10]</sup>. 考虑这种效应时的径向流须另行计算(因为谱不同).

#### 四、弛豫过程中径向通量的变化

假定注入波之前  $f$  为平衡分布

$$f_M = \frac{N}{v_c \sqrt{\pi}} e^{-u^2/v_c^2}. \quad (43)$$

注入波以后将出现弛豫过程, 经过足够长的时间(超过弛豫时间  $\tau_2$ ) 而趋向稳态.

方程(9)中两个扩散项的系数之比  $D_c/D \ll 1$ . 这表明, 弛豫过程大体上可划分为两个阶段. 第一阶段 ( $t < \tau_1$ ) 分布函数在共振区形成平台, 但共振电子数  $N_r$  仍接近于其初值

$$N_{r1} = \int_{u_1}^{u_2} f_M du. \quad (44)$$

第二阶段 ( $\tau_1 < t < \tau_2$ ) 分布函数在共振区的平台及高能尾部逐渐抬高, 最后趋向于稳态. 由(9)式可对  $\tau_1$  的量级作一粗略的估计

$$\tau_1 \sim \gamma \frac{2 v_c^2 \Delta u}{5 \bar{D} \bar{u}}, \quad (45)$$

其中  $\bar{u} = (u_1 + u_2)/2$ , 数值因子  $\gamma \simeq 1$ .  $\tau_2$  为等效碰撞时间的量级. 对共振电子,  $\tau_2/\tau_1 \sim \bar{D}/\bar{D}_c \gg 1$ .  $\bar{D}_c$  是  $D_c$  在共振区的平均值.

由(27),(28),(43)及(44)式, 初始 ( $t < \tau_1$ ) 径向通量为

$$\Gamma_{A1} \cong \frac{\alpha \bar{D}}{\omega_{ce}} f_M(u_1) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \alpha N v_c \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{ce}}\right) \left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right)^2}{\left(\frac{\bar{u}}{v_c}\right) \left(\frac{\Delta u}{v_c}\right)} e^{-u_1^2/v_c^2}, \quad (46)$$

$$\Gamma_{D1} = - \frac{\alpha^2 \bar{D}}{\omega_{ce}^2} \frac{dN_{r1}}{dr}. \quad (47)$$

为了估计稳态 ( $t > \tau_2$ ) 的径向通量, 假定  $f$  对  $f_M$  的偏离不是太远, 则(9)式可改写为<sup>[17]</sup>

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial u} D \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial u} D_c \frac{\partial}{\partial u} (f - f_M). \quad (48)$$

由(48)式, 达到稳态后有

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{D_c}{D + D_c} \frac{\partial f_M}{\partial u} \cong \frac{D_c}{D} \frac{\partial f_M}{\partial u}. \quad (49)$$

由此可得稳态径向平均通量为

$$\Gamma_{A2} \cong \frac{\alpha}{\omega_{ce}} \bar{D}_c f_M(u_1). \quad (50)$$

$\Gamma_{A2}$  在  $D_c/D \ll 1$  情形下的这个表达式与波的振幅无关, 相当于饱和值. 比较(46)与(50)式, 可看到  $\Gamma_{A2}/\Gamma_{A1} \cong \bar{D}_c/\bar{D} \ll 1$ .

在弛豫过程中,  $N_r$  不断增大, 达到稳态时

$$N_{r2} \cong f_M(u_1) \Delta u = \frac{N \Delta u}{v_c \sqrt{\pi}} e^{-u_1^2/v_c^2}. \quad (51)$$

表 2 各种通量的比较(最后一行  $\phi_{01}$  是初始阶段在中心建立的静电势)

$u_1/v_e$	1.5	2	2.5	3	3.5
$\Gamma_{A1}/\Gamma_{A2}$	$4.41 \times 10^2$	$5.95 \times 10^2$	$7.79 \times 10^2$	$9.90 \times 10^2$	$1.23 \times 10^3$
$\Gamma_{D1}/\Gamma_{D2}$	4.11	5.96	7.92	9.94	12.1
$\Gamma_{D1}/ \Gamma_{A1} $	$9.32 \times 10^{-4}$	$1.05 \times 10^{-3}$	$1.19 \times 10^{-3}$	$1.33 \times 10^{-3}$	$1.47 \times 10^{-3}$
$\Gamma_{D2}/ \Gamma_{A2} $	1.69	3.73	7.32	13.1	21.8
$ \Gamma_{A1} /\Gamma_{NC}$	$1.38 \times 10^3$	$2.00 \times 10^2$	18.1	1.01	$3.48 \times 10^{-2}$
$\Gamma_{D2}/\Gamma_{NC}$	5.28	1.25	0.170	$1.33 \times 10^{-2}$	$6.18 \times 10^{-4}$
$ \phi_{01} (V)$	$1.19 \times 10^3$	$1.72 \times 10^2$	15.5	0.869	$2.99 \times 10^{-2}$

稳态扩散通量为

$$\Gamma_{D2} \cong \frac{\sqrt{\pi}}{4} \alpha^2 N v_e \frac{\omega v_e}{\omega_c^2 r_N} \left[ \left( \frac{u_1}{v_e} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] \left( \frac{e\phi_0}{T_e} \right)^2 e^{-u_1^2/v_e^2} \quad (52)$$

其中令  $r_N = \left| \frac{d}{dr} \ln N \right|^{-1} = r_T$ . 可看出  $\Gamma_{D2}/\Gamma_{D1} > 1$ .

取一组典型参量

$$N = 7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}, T_e = 1.5 \text{ keV}, B_0 = 25 \text{ kG}, r_N = 75 \text{ cm},$$

$$e\phi_0/T_e = 10^{-2}, |\alpha| = 10, \omega/2\pi = 800 \text{ MHz}, \Delta u/v_e = 2,$$

计算各种通量并互相比较,并与新经典扩散流  $\Gamma_{NC}$  比较. 在目前的托卡马克中,实际扩散流约比  $\Gamma_{NC}$  高一、两个数量级. 所得结果列于表 2 中 ( $\Gamma_{NC}$  在  $r = 10 \text{ cm}$  处取值). 表 2 的最后一行  $\phi_{01}$  是静电势,在下节中讨论. 由于  $\Gamma_{A1}$ ,  $\Gamma_{D1}$  及  $\Gamma_{D2}$  正比于  $\phi_0^2$ , 而  $\Gamma_{A2}$  与  $\phi_0^2$  无关,故  $\Gamma_{A1}/\Gamma_{A2}$ ,  $\Gamma_{D2}/|\Gamma_{A2}|$ ,  $|\Gamma_{A1}|/\Gamma_{NC}$  及  $\Gamma_{D2}/\Gamma_{NC}$  均正比于  $\phi_0^2$ . 例如若取  $e\phi_0/T_e = 3.162 \times 10^{-2}$ , 则上述这些值均比表 2 中所列的值提高一个数量级.

由表 2, 径向通量在弛豫过程中的变化特征可归纳如下:

(1) 平均流通量  $\Gamma_A$  在弛豫过程的初期迅速下降,其稳态通量  $\Gamma_{A2}$  远小于其初始通量  $\Gamma_{A1}$  ( $\Gamma_{A2}/\Gamma_{A1} \sim O(10^{-3})$ );

(2) 扩散流通量  $\Gamma_D$  在整个弛豫过程中逐渐增大,其稳态通量  $\Gamma_{D2}$  大于或远大于其初始通量  $\Gamma_{D1}$  ( $\Gamma_{D2}/\Gamma_{D1} \sim O(10)$ );

(3) 在初始阶段,平均流通量远高于扩散流通量,故总通量可能是向内的也可能是向外的,取决于  $\alpha$  的符号;而在稳态,扩散流通量可能高于平均流通量,使总通量是向外的.

## 五、径向共振电子流引起的若干效应

由表 2 可以看出波驱动的径向通量对相速度与热速度之比极为敏感,当  $u_1/v_e$  变小时,通量速度增大. 一般说来,高相速情形(如  $u_1/v_e > 3$ ) 径向流的效应是不重要的. 但值得注意的是,为了获得高电流,波与电子的有效耦合区必须扩展到低速范围. 谱的低速部分可起源于波的注入方式,也可能是由于其它机制的作用<sup>[10]</sup>. 由表 2 看出,对  $u_1/v_e < 2$  情形,若取  $e\phi_0/T_e \sim 10^{-2}$ , 有  $|\Gamma_{A1}|/\Gamma_{NC} > 2 \times 10^2$ ,  $\Gamma_{D2}/\Gamma_{NC} > 1$ ; 而取  $e\phi_0/T_e \sim 3.16 \times 10^{-2}$  时,有  $|\Gamma_{A1}|/\Gamma_{NC} > 2 \times 10^3$ ,  $\Gamma_{D2}/\Gamma_{NC} > 10$ . 这表明,等效共振区的范围扩



展到  $u_1/v_e \sim 2$  范围时, 波驱动的径向流是重要的。

由于低杂波直接驱动的是共振电子, 径向流本身不是双极流, 因而会影响径向电场  $E_r$ , 为确定  $E_r$ , 还须计及其它非双极流。

在初始阶段, 除  $\Gamma_{A1}$  外, 最重要的是离子极化漂移流

$$\Gamma_{pi} = \frac{Nc^2 m_i^2}{eB^2} \frac{\partial E_r}{\partial t}. \quad (53)$$

$E_r$  的方程为

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} = -4\pi e(\Gamma_{pi} - \Gamma_{A1}). \quad (54)$$

由(53)与(54)式, 得到

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{4\pi e}{1 + c^2/c_A^2} \Gamma_{A1}, \quad (55)$$

其中  $c_A$  为阿耳芬速度, 在本文选用的参量下,  $c_A^2/c^2 \cong 4.72 \times 10^{-3} \ll 1$ . 这意味着

$$|(\Gamma_{A1} - \Gamma_{pi})|/|\Gamma_{A1}| \cong c_A^2/c^2 \ll 1,$$

即  $\Gamma_{pi} \cong \Gamma_{A1}$ . 出现了与  $\Gamma_{A1}$  相同强度的离子流, 而电荷积累过程则被显著延缓. 在初始阶段中, 等离子体中心处所形成的静电势的量级可达到

$$\phi_{0i} \sim 4\pi e \frac{c_A^2}{c^2} \Gamma_{A1} \tau_i r_0 \quad (56)$$

或

$$\frac{e\phi_{0i}}{T_e} \sim \frac{\alpha}{4} \frac{r_0 m_e}{\rho_e m_i} e^{-u_1^2/v_e^2}, \quad (57)$$

其中  $\rho_e$  为电子平均迴旋半径,  $r_0$  为等离子体的某个等效半径. (56)或(57)式表明,  $\phi_{0i}$  与波的强度  $\phi_0^2$  无关, 对  $u_1/v_e$  极为敏感. 表 2 的数据(取  $r_0 = 20$  cm) 表明,  $u_1/v_e < 2$  情形, 初始阶段可在等离子体内形成较强的静电势,  $\phi_{0i}$  的符号则由  $\Gamma_{A1}$  的方向决定.

在稳态, 离子极化漂移消失, 我们假设在等离子体中存在随机磁场<sup>[18,19]</sup>. 当没有波驱动的径向流时, 径向电子和离子通量分别为<sup>[20]</sup>

$$\Gamma_{se} = -\frac{\partial}{\partial r} (D_s v_e N) - \frac{1}{e} \sigma_{se} E_r, \quad (58)$$

$$\Gamma_{si} = -\frac{\partial}{\partial r} (D_s v_i N) + \frac{1}{e} \sigma_{si} E_r, \quad (59)$$

其中  $D_s$  是描写随机磁场的参量,  $v_i = \sqrt{2 T_i/m_i}$ ,

$$\sigma_{se} \cong \frac{Ne^2}{T_e} D_s v_e, \quad \sigma_{si} \cong \frac{Ne^2}{T_i} D_s v_i. \quad (60)$$

稳态时  $\Gamma_{se} = \Gamma_{si} = \Gamma_s$ , 有

$$\Gamma_s \cong -2 \frac{\partial}{\partial r} (D_s v_i N), \quad (61)$$

$$E_{r0} \cong -\frac{e}{\sigma_s} \frac{\partial}{\partial r} (D_s v_e N - D_s v_i N) \cong \frac{T_e}{er_N}, \quad (62)$$

其中  $\sigma_s = \sigma_{se} + \sigma_{si} \cong \sigma_{se}$ , 中心区静电势的量级为

$$\phi_0 \sim T_e/e. \quad (63)$$

当存在波驱动的径向通量  $\Gamma_2 = \Gamma_{A2} + \Gamma_{D2}$  时, 稳态条件变为

$$\Gamma_{fi} = \Gamma_e = \Gamma_{sc} + \Gamma_2, \quad (64)$$

由此得

$$\phi_{02} = \frac{T_e}{e} \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\Gamma_2}{\Gamma_s} \right), \quad (65)$$

$$\Gamma = \Gamma_s + \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \Gamma_2, \quad (66)$$

或

$$\Delta\Gamma = \Gamma - \Gamma_s = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \Gamma_2, \quad (67)$$

$$\Delta\phi/\phi_0 = (\phi_{02} - \phi_0)/\phi_0 = 2 \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\Gamma_2}{\Gamma_s}. \quad (68)$$

这个结果表明, 如果存在随机磁场, 达到稳态后波驱动的共振电子径向流的效应将被显著削弱。

我们还计算了径向流对波驱动电流的密度分布的影响, 发现修正是很小的。这是由于纵向速度扩散系数  $D$  很大, 分布函数的形态主要决定于速度扩散, 径向流对速度分布的影响是不重要的。

## 六、结 论

在低杂波驱动的托卡马克装置中, 波对径向输运有何影响, 这是一个极为重要但尚未搞清楚的问题。本文指出, 波可驱动径向共振电子流, 在等离子体内部区, 它主要联系于低杂波电场的角向分量, 这可起源于环效应或外层湍流层对波的散射等。径向流由径向平均流和径向扩散流两部分组成, 前者的方向取决于波从边界注入的角向位置, 而后者通常是向外的。在弛豫过程的初始阶段, 径向平均流是主要的, 它在弛豫过程中迅速下降, 而径向扩散流则不断增强。达到稳态后, 径向扩散可能成为主要的。波驱动的径向流对纵向相速度与电子热速度之比极为敏感, 高强度、低相速的波可驱动较强的径向流, 其效应是重要的。为了驱动高电流, 波与电子的等效耦合区须扩展到低速范围, 因而必须考虑径向流引起的效应。

## 参 考 文 献

- [1] N. J. Fisch, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 873.
- [2] S. Y. Yuen *et al.*, *Nucl. Fusion*, **20**(1980), 159.
- [3] N. J. Fisch *et al.*, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 27.
- [4] C. F. F. Karney *et al.*, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 2554.
- [5] H. Knoepfel *et al.*, *Nucl. Fusion*, **24**(1984), 1501.
- [6] F. Engelmann *et al.*, *Plasma Phys. Cont. Fusion*, **27**(1985), 817.
- [7] F. Alladio *et al.*, RT/FUS/85/5, 1.
- [8] K. Uehara, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **53**(1984), 2018.
- [9] A. A. Vedenov, *Reviews of Plasma Physics*, p. 229, Consultants Bureau, New York.

- [10] P. L. Andrews *et al.*, *Phys. Fluids*, 28(1985), 1148.
- [11] B. V. Chirikov, *Phys. Reports*, 52(1979), 263.
- [12] D. F. Escande, *Phys. Reports*, 121(1985), 165.
- [13] T. H. Stix, *Theory of Plasma Waves*, McGraw-Hill, New York, (1962).
- [14] D. W. Ignat, *Phys. Fluids*, 24(1981), 1110.
- [15] K.-L. Wong *et al.*, *Nucl. Fusion*, 23(1983), 805.
- [16] K. Itoh *et al.*, *Comments Plasma Phys. Cont. Fusion*, 5(1980), 203.
- [17] A. I. Akhiezer *et al.*, *Plasma Electrodynamics*, Vol. 2, Pergamon Press.
- [18] A. B. Rechester *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 40(1978), 38.
- [19] 夏蒙芬、胡慧玲, *物理学报*, 29(1980), 1254.
- [20] 夏蒙芬, *物理学报*, 30(1981), 1275.

## RADIAL RESONANT ELECTRON FLOW DRIVEN BY LOWER-HYBRID WAVES

XIA MENG-FEN    WU WEI-MIN

(Departments of Physics, Peking University)

### ABSTRACT

In lower-hybrid current drive Tokamak, the waves can drive radial resonant electron flow, which is composed of an average flow and a diffusion flow. The characteristics and the effects of the radial flow are discussed.