

# 通过平均场处理的严格重正化群变换 方法对 Potts 模型的应用

叶 青 唐坤发 胡嘉桢

(上海交通大学应用物理系, 凝聚态物理研究所)

1986 年 9 月 5 日收到

## 提 要

本文运用作者所发展的严格 decimation- 平均场近似方法对 Potts 模型的临界指数作了计算. 所得结果与严格解符合得很好, 而与计算工作量相当的重正化群方法相比, 精确度大为提高.

## 一、引 言

自从 1973 年 Niemeijer 和 Van Leeuwen<sup>[1]</sup> 根据 Wilson<sup>[2]</sup> 的重正化群基本理论提出实空间重正化群以来, 实空间重正化群已被用于研究各种各样的相变模型<sup>[3]</sup>、动态临界现象<sup>[4]</sup>以及无序系统<sup>[5]</sup>. 与重正化群的场论方法比较, 该方法最大的优点是物理图象清晰直观, 且计算简便, 但是计算精度往往很差. 为此一些作者提出了改进方案, 譬如: 集团 decimation 近似<sup>[6]</sup>, 两步重正化群 (two-step renormalisation)<sup>[7]</sup>等. 这些方法对计算精度都有一定程度提高, 但与已知的精确解结果比较仍不太令人满意<sup>[6,7]</sup>. 最近, 唐坤发、胡嘉桢提出了一种通过平均场近似来运用精确的 decimation 变换的重正化群方法<sup>[8]</sup>, 对伊辛 (Ising) 模型(二维)作了具体计算, 得到了与严格解非常接近的结果.

当前, Potts 模型已被人们普遍关注<sup>[9]</sup>, 这是因为在格点统计理论中, 这一模型包括了许多尚待解决的问题, 内容十分丰富. 从形式上看, Potts 模型仅仅是伊辛模型对格点自旋的自由度  $q > 2$  的一个自然的推广, 但就其临界行为和指数而言, 所包揽的内容, 在其深广度上都极为普遍. 本文运用这种带有平均场近似的精确的 decimation 变换的重正化群方法<sup>[8]</sup>, 在平方格子上, 计算了 Potts 模型在无外场作用时的临界指数  $Y_t$ , 在较低级的近似下所得的结果已可与计算工作量较大的变分重正化群结果<sup>[10,11]</sup>比较, 而与其它以相同工作量所得的结果<sup>[6]</sup>比较起来, 其精确程度有很大改善.

为了得到重正化方程, 重正化后的哈密顿量必须保持原来的形式. 一般说来, 重正化方程不可能严格求解, 因为严格的重正化变换将使参数空间不断地扩大. 譬如, 最初只有最近邻相互作用的哈密顿量, 经严格的重正化变换后, 就有可能出现次近邻、次次近邻、三体和四体等多体相互作用项<sup>[12]</sup>. 要想使参数空间在重正化变换中保持不变, 只能取无穷

大的参数空间,这在具体计算上是不可能的. 所以,一般采用各种各样的截断(truncating)近似. 譬如,累积量展开、键移近似等<sup>[1]</sup>,而这些近似却给计算的精确度带来很大影响.

严格的重整化变换,尽管使相互作用项增加,但是变换后的哈密顿量与原来形式的哈密顿量仍属于同一普适类. 例如,本文所研究的系统,最初的哈密顿量为

$$H(K, \{\sigma_i\}) = \sum_{\text{最近邻}} K \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j), \quad (1)$$

其中

$$\delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) = \begin{cases} 1 & \sigma_i = \sigma_j; \\ 0 & \sigma_i \neq \sigma_j. \end{cases} \quad (2)$$

作了  $b = \sqrt{2}$  严格 decimation 变换后,系统的哈密顿量可表示为

$$H_{\text{ED}}(K, \{\sigma_i\}) = \frac{N}{2} A(K) + 2B(K) \sum_{\text{最近邻}} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) + B(K) \sum_{\text{次近邻}} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) + \dots, \quad (3)$$

式中  $N$  为变换前系统的格点数. 上式表明  $H_{\text{ED}}$  具有多项相互作用,各项的系数  $A, B, \dots$ , 都是  $K$  的函数,均由严格 decimation 变换确定.  $H_{\text{ED}}$  与变换后保持原有形式的哈密顿量

$$H_{\text{SL}}(K_L, \{\sigma_i\}) = \sum_{\text{最近邻}} K_L \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) \quad (4)$$

属于同一普适类. 于是,就可利用  $H_{\text{ED}}$  和  $H_{\text{SL}}$  的相同的临界行为来确定  $K_L$  与  $K$  的函数关系,在这一过程中我们采用了平均场近似方法. 由此按实空间重整化群的一般理论就可计算出系统的临界行为. 必须指出,这里正是应用了平均场近似,才使这一严格重整化变换关系得以运用.

## 二、Potts 模型的临界指数 $Y_i$ 的计算

考虑一平方格子上的 Potts 自旋系统,相邻两格点之间的距离为  $a$ ,每一格点的自旋自由度  $q = 1, 2, 3, 4$ . 本文仅计算  $q = 2, 3, 4$  三种情况下的临界指数  $Y_i$ . 为简单起见,不考虑外场对系统的影响.

### 1. 精确的 decimation 变换 (ED 变换)

在只考虑最近邻相互作用时,对于一给定自旋组态  $\{\sigma_i\}$  和  $q$ , 系统的有效哈密顿量可表示为

$$H(K, \{\sigma_i\}, q) = \sum_{(i,j)} K \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j), \quad (5)$$

式中  $\sigma_i = 1, 2, \dots, q$ , 称为第  $i$  格点的 Potts 自旋,  $K$  为最近邻格点自旋相互作用的耦合系数,  $\sum_{(i,j)}$  表示对系统的所有最近邻关联对求和. 系统的配分函数可表示为

$$Z(K, q) = \sum_{\{\sigma_i\}} \exp H(K, \{\sigma_i\}, q) = \sum_{\{\sigma_i\}} Z(K, \{\sigma_i\}, q). \quad (6)$$

这里

$$Z(K, \{\sigma_i\}, q) = \exp H(K, \{\sigma_i\}, q). \quad (7)$$

(6)式中  $\sum_{\{\sigma_i\}}$  表示对系统的格点自旋的所有组态求和. 为对系统作  $b = \sqrt{2}$  的 ED 变换, 将系统示于图 1. 由图 1 可见, 所有“•”号格点构成一新的平方格子, 相邻两格点的间距为  $\sqrt{2}a$ , 且每一格均由一个“\*”号格点和其周围的四个最近邻的“o”号格点组成, 围成一小块体, 为简单计, 我们用“\*”号格点的序号来表示小块体的序号. 考虑到系统的这种对称性, (5)式可以写成如下形式:

$$H(K, \{\sigma_i\}, q) = \sum_d H_d = \sum_d K \sum_{i=1}^4 \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d), \quad (8)$$

式中  $H_d$  为序号为  $d$  的小块体之哈密顿量,  $\sigma_i^d (j = 1, 2, 3, 4)$  为该小块体内四个“o”号格点自旋. 将(8)式代入(7)式, 得到

$$Z(K, \{\sigma_i\}, q) = \prod_d \exp K \sum_{i=1}^4 \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d). \quad (9)$$

令

$$\exp K \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d) = 1 + \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d)(\exp K - 1) = 1 + f \cdot \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d) \quad (j = 1, 2, 3, 4), \quad (10)$$

这里

$$f = \exp K - 1. \quad (11)$$

将(9)式对图 1 中所有“\*”号格点的自旋组态  $\{\sigma_d\}$  求和, 得到

$$\begin{aligned} Z(K, \{\sigma_{i \neq d}\}, q) &= \sum_{\{\sigma_d\}} Z(K, \{\sigma_i\}, q) \\ &= \prod_d \sum_{\sigma_d} \exp K \sum_{i=1}^4 \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d) \\ &= \prod_d Z_d(K, \{\sigma_i^d\}, q), \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$Z_d(K, \{\sigma_i^d\}, q) = \sum_{\sigma_d} \exp K \sum_{i=1}^4 \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d). \quad (13)$$

(13) 式给出了序号为  $d$  的小块体的配分函数,  $\{\sigma_i^d\}$  为该小块体内四个“o”号格点的某一自旋组态.

令

$$Z_d(K, \{\sigma_i^d\}, q) = \exp H'_d, \quad (14)$$

式中  $H'_d$  的意义可解释为经 ED 变换后序号为  $d$  的小块体的等效哈密顿量. 由(13)式和(14)式可得

$$\exp H'_d = \sum_{\sigma_d} \exp K \sum_{i=1}^4 \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d). \quad (15)$$

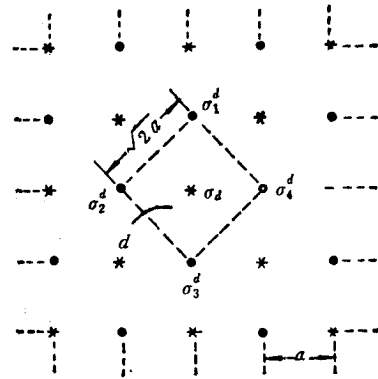


图 1 平方格子的 Potts 自旋系统

将(10)式代入(15)式,得到

$$\exp H'_d = \sum_{\sigma_d} \prod_{i=1}^4 (1 + f \cdot \delta_{K_r}(\sigma_d, \sigma_i^d)). \quad (16)$$

于是,由(16)式等号左边的具体形式,可以设想,  $H'_d$  可写成如下的形式:

$$\begin{aligned} H'_d = & A + B \cdot [\delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_2^d) + \delta_{K_r}(\sigma_2^d, \sigma_3^d) + \delta_{K_r}(\sigma_3^d, \sigma_4^d) \\ & + \delta_{K_r}(\sigma_4^d, \sigma_1^d) + \delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_3^d) + \delta_{K_r}(\sigma_2^d, \sigma_4^d)] \\ & + C \cdot [\delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_2^d, \sigma_3^d) + \delta_{K_r}(\sigma_2^d, \sigma_3^d, \sigma_4^d) \\ & + \delta_{K_r}(\sigma_3^d, \sigma_4^d, \sigma_1^d) + \delta_{K_r}(\sigma_4^d, \sigma_1^d, \sigma_2^d)] \\ & + D \cdot \delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_2^d, \sigma_3^d, \sigma_4^d) + E \cdot [\delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_2^d) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_3^d, \sigma_4^d) \\ & + \delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_3^d) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_2^d, \sigma_4^d) + \delta_{K_r}(\sigma_1^d, \sigma_4^d) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_2^d, \sigma_3^d)], \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $A, B, C, D, E$  为待定系数,显然它们均为  $K$  的函数。将(17)式代入(16)式,于是运用  $\{\sigma_i^d\}$  的不同组态,通过关系式(16),即可确定  $A, B, C, D, E$  等系数。它们分别为

$$\begin{aligned} A &= \ln(q + 4f), \\ B &= \ln(q + 4f + f^2) - A, \\ C &= \ln(q + 4f + 3f^2 + f^3) - A - 3B, \\ E &= \ln(q + 4f + 2f^2) - A - 2B \\ D &= \ln(q + 4f + 6f^2 + 4f^3 + f^4) - A - 6B - 4C - 3E. \end{aligned} \quad (18)$$

上面我们运用了以下关系式:

$$\delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k) = \begin{cases} 1 & \sigma_i = \sigma_j = \sigma_k, \\ 0 & \text{其它情况;} \end{cases} \quad (19)$$

$$\delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k, \sigma_l) = \begin{cases} 1 & \sigma_i = \sigma_j = \sigma_k = \sigma_l, \\ 0 & \text{其它情况.} \end{cases} \quad (20)$$

将(14)式代入(12)式,可得

$$\begin{aligned} Z_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q) &\equiv Z(K, \{\sigma_{i \neq d}\}, q) = \prod_d \exp H'_d \\ &= \exp \sum_d H'_d = \exp H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q), \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q) = \sum_d H'_d. \quad (22)$$

(21)式和(22)式分别为经 ED 变换后,系统对于一给定自旋组态  $\{\sigma_k\}$  和  $q$  的配分函数和哈密顿量。于是,由(6)式可以求得经 ED 变换后系统的配分函数形式为

$$Z(K, q) = \sum_{\{\sigma_k\}} \exp H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q) = Z_{ED}(K, q). \quad (23)$$

因为变换后系统保持原有的对称性,所以根据(22)式和(17)式,可将 ED 变换后系统的哈密顿量写为如下的一般形式:

$$\begin{aligned} H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q) &= (NA/2) + 2B \sum_{(i,j)}^{(1)} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) + B \sum_{(i,i)}^{(2)} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_i) \\ &+ C \sum_p^{(1)} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k) + D \sum_p^{(2)} \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k, \sigma_l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + E \sum_p^{(3)} [\delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_k, \sigma_l) + \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_k) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_j, \sigma_l) \\
& + \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_l) \cdot \delta_{K_r}(\sigma_j, \sigma_k)], \tag{24}
\end{aligned}$$

式中  $N$  为变换前系统的格点数,  $N/2$  为变换后系统的格点数, 也即图 1 中的小块体总数,  $\sum_{(i,j)}^{(1)}$ ,  $\sum_{(i,j)}^{(2)}$  分别表示对系统的所有最近邻关联对和次近邻关联对求和,  $\sum_p^{(1)}$ ,  $\sum_p^{(2)}$  分别表示对系统的所有小块体中的三个格点自旋关联和四个格点自旋关联求和,  $\sum_p^{(3)}$  表示对系统的所有小块体中的由两个格点自旋耦合成的关联对之间的相互作用求和。

系统序参量的统计平均值定义为

$$M_{ED}(K, q) = \left\{ \sum_{\{\sigma_k\}} \left[ \sum_k (q \cdot \delta_{K_r}(\sigma_k, 1) - 1) / (q - 1) \right] \exp H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q) \right\} / Z_{ED}. \tag{25}$$

## 2. 标度变换 (SL 变换)

对最初的系统作  $b = \sqrt{2}$  的标度变换。由标度理论可知, 经 SL 变换, 系统哈密顿量的函数形式将保持不变, 也即与(5)式的形式相同。如果把经 SL 变换后的平方格子之格点自旋仍用  $\sigma_i$  表之, 且令  $\sigma_i = 1, 2, \dots, q$ , 则对一给定的自旋组态  $\{\sigma_i\}$  和  $q$ , 系统哈密顿量可表示为

$$H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q) = \sum_{(i,j)} K_L \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, \sigma_j), \tag{26}$$

式中  $\sum_{(i,j)}$  表示对所有的最近邻关联对求和, 系统的配分函数可表示为

$$Z_{SL}(K_L, q) = \sum_{\{\sigma_i\}} \exp H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q), \tag{27}$$

而系统序参量的统计平均值可表为

$$M_{SL}(K_L, q) = \left\{ \sum_{\{\sigma_i\}} \left[ \sum_i (q \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, 1) - 1) / (q - 1) \right] \exp H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q) \right\} / Z_{SL}. \tag{28}$$

## 3. 平均场近似处理

系统分别经过上述两种不同的变换后, 得到了两种形式不同的哈密顿量:  $H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q)$  和  $H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q)$ , 但它们属于同一普适类, 因此所得到的系统的临界行为应该是等价的。于是当  $K \rightarrow K_c$  ( $K$  的临界值) 时, 下列关系式成立:

$$M_{ED}(K, q) = \lambda M_{SL}(K_L, q), \tag{29}$$

式中  $\lambda$  为比例系数。为了具体求出  $K$  和  $K_L$  之间的关系, 对(29)式两边的  $M_{ED}(K, q)$  和  $M_{SL}(K_L, q)$  取平均场近似。为此在系统内取一包含有限格点的集团。对集团内的格点, 其自旋之间的相互作用作精确计算, 对集团外的格点, 每一格点自旋值均取平均值  $m$ , 自旋的对称破缺方向均取为自旋态 1。这样, 集团内外格点自旋之间的相互作用可表示为

$$\delta_{K_r}(\sigma_{i\text{内}}, \sigma_{j\text{外}}) = m \cdot \delta_{K_r}(\sigma_{i\text{内}}, 1); \tag{30}$$

$$\delta_{K_r}(\sigma_{i内}, \sigma_{j内}, \sigma_{k外}) = m \cdot \delta_{K_r}(\sigma_{i内}, \sigma_{j内}, 1). \quad (31)$$

当然,也可以发生如  $\delta_{K_r}(\sigma_{i内}, \sigma_{j外}, \sigma_{k外}) = m^2 \delta_{K_r}(\sigma_{i内}, 1, 1)$  等相互作用,但是在下面的计算中,仅精确到  $m$ , 对  $m^2, m^3$  等均略去不计. 我们取  $L = 1, 2, 3$  三个不同大小的集团, 运用平均场近似分别求出各集团的  $M_{ED}(K, q)$  和  $M_{SL}(K_L, q)$ , 以及相应的  $K$  和  $K_L$  之间的关系. 这三个集团所包括的格点数分别为 1, 4, 9 个, 详见图 2.

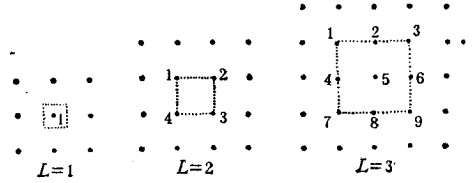


图 2  $L = 1, 2, 3$  三个集团的示意图

对任一集团, 根据上述规定, 不难求得, 系统分别经 ED 变换和 SL 变换后的哈密顿量:  $H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q, m_{ED})$  和  $H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q, m_{SL})$ ; 配分函数:  $Z_{ED}(K, q, m_{ED})$  和  $Z_{SL}(K_L, q, m_{SL})$ ; 序参量的统计平均值:  $M_{ED}(K, q, m_{ED})$  和  $M_{SL}(K_L, q, m_{SL})$ . 将  $M_{ED}(K, q, m_{ED})$ ,  $M_{SL}(K_L, q, m_{SL})$  分别对  $m_{ED}$  和  $m_{SL}$  作泰勒展开, 取一级近似, 考虑到展开式的零级项均为零, 可得

$$\begin{aligned} M_{ED}(K, q, m_{ED}) &= \left\{ \sum_{\{\sigma_k\}} \left[ \sum_k^L (q \cdot \delta_{K_r}(\sigma_k, 1) - 1) / (q - 1) \right] \right. \\ &\quad \cdot \left[ (\partial H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q, m_{ED}) / \partial m_{ED}) \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \exp H_{ED}(K, \{\sigma_k\}, q, m_{ED}) \right] \right\} / Z_{ED}(K, q, m_{ED}) \Big|_{m_{ED}=0} \cdot m_{ED} \\ &= F_{ED}(K, q, 0) \cdot m_{ED} \end{aligned} \quad (32)$$

和

$$\begin{aligned} M_{SL}(K_L, q, m_{SL}) &= \left\{ \sum_{\{\sigma_i\}} \left[ \sum_i^L (q \cdot \delta_{K_r}(\sigma_i, 1) - 1) / (q - 1) \right] \right. \\ &\quad \cdot \left[ (\partial H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q, m_{SL}) / \partial m_{SL}) \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \exp H_{SL}(K_L, \{\sigma_i\}, q, m_{SL}) \right] \right\} / Z_{SL}(K_L, q, m_{SL}) \Big|_{m_{SL}=0} \cdot m_{SL} \\ &= F_{SL}(K_L, q, 0) \cdot m_{SL}. \end{aligned} \quad (33)$$

以上两式中的  $\sum_k^L$  和  $\sum_i^L$  表示对给定集团  $L$  内的格点求和. 于是由(29)式得到

$$M_{ED}(K, q, m_{ED}) = \lambda \cdot M_{SL}(K_L, q, m_{SL}), \quad (34)$$

且

$$m_{ED} = \lambda \cdot m_{SL}. \quad (35)$$

将(35)式代入(34)式, 消去  $\lambda$  与  $m_{SL}$ , 可得

$$F_{ED}(K, q, 0) = F_{SL}(K_L, q, 0). \quad (36)$$

由此式可求得  $K_L$  和  $K$  的关系为

$$K_L = T(K), \quad (37)$$

这是一个高度非线性函数, 构成一重正化群。(37)式变换的固定点满足

$$K_c = T(K_c). \quad (38)$$

这一固定点对应于系统的临界状态。令  $\delta K_L = K_L - K_c$ ,  $\delta K = K - K_c$ , 将重正化变换 (37)式在临界点  $K_c$  附近线性化, 即有

$$\delta K_L = \Lambda \cdot \delta K, \quad (39)$$

其中

$$\Lambda = (\partial K_L / \partial K)_{K_L=K=K_c}, \quad (40)$$

$\Lambda$  即为对应于临界点  $K_c$  的本征值。为求得  $\Lambda$ , 将 (36) 式等号两边对  $K$  求微商, 得到

$$\partial F_{ED} / \partial K = (\partial F_{SL} / \partial K_L) \cdot (\partial K_L / \partial K). \quad (41)$$

由此可得

$$\Lambda = [(\partial F_{ED} / \partial K) / (\partial F_{SL} / \partial K_L)]_{K_L=K=K_c}, \quad (42)$$

于是由下式可求得临界指数  $Y_t$ :

$$Y_t(q) = (\ln \Lambda) / (\ln b) = 2 \cdot (\ln \Lambda) / \ln 2. \quad (43)$$

### 三、计算结果

在平方格子上, 我们就格点自旋自由度  $q = 2, 3, 4$  三种情况, 分别对集团  $L = 1, 2, 3$  计算了 Potts 自旋系统的临界点  $K_c$  和临界指数  $Y_t$ 。计算结果列于表 1 之中, 在表 1 中我们还列出了 Kadanoff 变分重正化群<sup>[10]</sup>和累积量变分重正化群<sup>[11]</sup>的计算结果, 以及各量的精确值或估计值, 以供比较。

表 1

			L			精确值与估计值(*)	Kadanoff变分重正化群 <sup>[10]</sup>	累积量变分重正化群 <sup>[11]</sup>
			1	2	3			
q	2	K <sub>c</sub>	1.2453	1.0755	1.0111	0.8814		
		Y <sub>t</sub>	1.4827	1.2535	1.1519	1.0000		
	3	K <sub>c</sub>	1.3562	1.2125	1.1523	1.0051		
		Y <sub>t</sub>	1.6528	1.3549	1.2232	1.2000(*)	1.1947	1.1173
	4	K <sub>c</sub>	1.4436	1.3163	1.2513	1.0986		
		Y <sub>t</sub>	1.7814	1.4278	1.2791	1.5000(*)	1.3227	1.2180

计算结果表明, 随着所取集团  $L$  的增大, 用平均场近似求得的  $K_c$  和  $Y_t$  值, 一般说来说是越来越接近其精确值或估计值。另外, 在  $L = 3$  时, 我们的计算结果已可与工作量较大的变分重正化群的结果相比拟, 而与工作量相近的集团 decimation 近似<sup>[6]</sup>的结果比较, 精确程度大为提高。

由唐、胡<sup>[8]</sup>先前发展的这种方法之所以在较低级近似下就能取得较好的计算结果, 我

们认为,这是由于借助于平均场近似使严格的重正化变换关系得以运用之故。Kadanoff 和 Houghton<sup>[12]</sup> 通过微扰展开,也使严格的重正化变换关系得到应用,并得到了伊辛模型的相当精确的临界指数。但比起这里运用的方法来,计算工作量要大得多。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Th. Niemeijer and J. M. J. Van Leeuwen, *Phys. Rev. Lett.*, **31**(1973), 1411; Th. Niemeijer and J. M. J. Van Leeuwen, *Physica*, **71**(1974), 17.
- [ 2 ] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **B4**(1971), 3174.
- [ 3 ] T. W. Burkhardt and J. M. J. Van Leeuwen, *Real Space Renormalisation Groups*, Berlin, Springer, (1982).
- [ 4 ] J. O. Indekeu *et al.*, *J. Phys. A*, **17**(1984), L341.
- [ 5 ] M. Droz, A. Maritan and A. L. Stella, *Phys. Lett.*, **92A**(1982), 287.
- [ 6 ] R. E. Goldstein and J. S. Walker, *J. Phys. A*, **18**(1985), 1275.
- [ 7 ] O. F. de Alcantara, F. C. sa Barreto and M. A. de Moura, *J. Phys. C*, **17**(1984), L599.
- [ 8 ] K. F. Tang and J. Z. Hu, *J. Phys. A*, **19**(1986), L621.
- [ 9 ] F. Y. Wu, *Rev. Mod. Phys.*, **54**(1982), 235.
- [ 10 ] C. Dasgupta, *Phys. Rev.*, **B15**(1977), 3460.
- [ 11 ] S. J. Shenker, L. P. Kadanoff and A. M. M. Pruisken, *J. Phys. A*, **12**(1979), 91.
- [ 12 ] L. P. Kadanoff and A. Houghton, *Phys. Rev.*, **B11**(1975), 377.

## APPLICATION OF AN EXACT DECIMATION TRANSFORMATION WITH MEAN-FIELD APPROXIMATION METHOD TO THE POTTS MODEL

YE QING    TANG KUN-FA    HU JIA-ZHEN

(Department of Applied Physics and Institute of Condensed Matter Physics, Shanghai Jiaotong University)

### ABSTRACT

In this paper, the critical exponents of the Potts model are calculated by using the exact decimation with mean-field approximation method<sup>[8]</sup>. The results obtained are in good agreement with that of the exact calculation. The accuracy of this method is better than other renormalisation group methods.