

强磁场中原子共振荧光的光谱分布*

彭 金 生 黄 湘 友

华中师范大学物理系 北京大学物理系

刘 武

华中师范大学物理系

1988 年 12 月 5 日收到

本文提出强磁场中原子的共振荧光理论, 得出了原子共振荧光光谱分布的普遍表示, 并分析了荧光光谱与磁场强度的关系.

一、引 言

Mollow 等人最先提出在激光场作用下二能级原子的共振荧光效应^[1], 这一效应为实验所证实^[2]. 以后围绕着共振荧光三峰带结构的精确分析^[3,4], 共振荧光中的压缩态^[5,6], 双光子共振荧光分布^[7,8], 以及在激光场驱动下三能级原子的共振荧光等^[9-11]问题进行了广泛的研究. 由于共振荧光理论是原子蒸汽的非线性光谱学以及高分辨率频谱技术的重要理论根据, 所以进一步广泛深入地研究原子的共振荧光效应, 在理论上和实践上都有重要的意义.

近年来, 虽有人注意到磁场导致原子能级分裂后原子共振激发的荧光光谱问题^[12], 但对于强磁场中原子的共振荧光问题则未曾系统研究过. 本文提出在强磁场中原子的共振荧光理论, 得出荧光分布的普遍表示式, 并由此分析光谱分布与磁场强度的关系. 希望本工作能进一步充实共振荧光的理论内容, 并为实验物理工作者提供有益的启示.

二、描述体系的哈密顿量

假定我们讨论的二能级原子处于磁感应强度为 B 的稳定磁场中, 原子的基态和激发态能级将因电子的自旋而出现塞曼分裂, 形成如图 1 所示的四能级原子^[12]. 分裂能级间距近似等于 δ , 它正比于磁感应强度, 即 $\delta = \mu B$.

设这原子受频率为 ω 的激光场作用, 如果 $\hbar\omega$ 与 $(E_3 - E_1)$ 的数值相等 (当然也与 $(E_4 - E_2)$ 相等), 原子将共振激发. 我们关心体系呈现的共振荧光光谱分布并用全量子理论来处理它.

描述如图 1 所示的, 在频率为 ω 的激光场作用下四能级原子体系的哈密顿量, 在旋波

* 国家自然科学基金资助的课题.

近似下可按微扰论的形式写为

$$H = H_0 + W_k, \quad (1)$$

其中 H_0 是主项, W_k 是微扰项, 它们分别为

$$H_0 = \frac{1}{2}(\omega_0(c_3^\dagger c_3 - c_2^\dagger c_2) + \frac{1}{2}(\omega_0 + 2\delta)(c_4^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_1) + \omega_0 \alpha^\dagger \alpha) + \sum_k W_k \alpha_k^\dagger \alpha_k + \varepsilon[\alpha(c_3^\dagger c_1 + c_2^\dagger c_2) + \text{H. c.}], \quad (2)$$

$$W_k = \sum_k \varepsilon_k [\alpha_k(c_3^\dagger c_1 + c_2^\dagger c_2 + c_4^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_2) + \text{H. c.}] \quad (\hbar = 1). \quad (3)$$

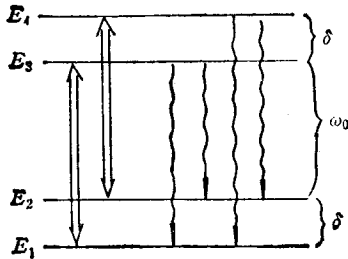


图1 裸原子能级图

以上两式中的 c_i^\dagger, c_i 是原子态 i 的费密产生和湮灭算符. α^\dagger 和 α 是激光光子的产生和湮灭算符. 波矢为 k 的荧光场的产生和湮灭算符则由 α_k^\dagger 和 α_k 表示. 不失一般性, 表示式中已取

$$\frac{1}{2}(E_3 + E_2) = 0, \quad E_3 - E_2 = \hbar\omega_0.$$

能级间距 $E_4 - E_3 = E_2 - E_1 = \delta$. 式中的 ε 表征激光与原子的耦合, 它正比于电偶极跃迁 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 和 $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ 的谐振强度. 对于荧光跃迁, $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 和 $|3\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ 是电偶极禁戒的. 电偶极允许的荧光跃迁为 $|4\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, $|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 和 $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. 它们对应的耦合系数由带标号的 ε_k 表示.

图1中双箭头线表示驱动激光场所感应的跃迁, 波纹线表示允许的荧光跃迁. 方程(2)等号右边前三项分别描述裸原子和激光场, 第四项描述荧光场, 最后一项表征激光场与原子态相互作用. 方程(3)描述荧光场与原子态的相互作用. 由于荧光场的强度远较激光场弱, 我们把这一项当作微扰项处理.

由哈密顿量(1)式出发, 可以讨论体系的时间演化, 从而得知原子的荧光分布情况. 为此, 首先处理 H_0 , 而把微扰项 W_k 留待下一步处理.

三、原子的修饰 (dress) 表示

考虑到激光很强, 可以应用强磁场近似, 那么最方便的技术就是将我们早先发展的处理激光场作用下二能级原子和三能级原子的修饰变换理论运用到图1所示的四能级原子情况^[8,10,11]. 这里所采用的么正变换算符为

$$T = \exp \left\{ -\frac{\theta}{\sqrt{4N}} [\alpha(c_3^\dagger c_1 + c_2^\dagger c_2) - \alpha^\dagger(c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4)] \right\}. \quad (4)$$

式中

$$N = \alpha^\dagger \alpha + \frac{1}{2}(c_3^\dagger c_3 - c_2^\dagger c_2) + \frac{1}{2}(c_4^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_1) + \frac{1}{2} \quad (5)$$

是体系中的总激发数, 显然它是个运动常数. 式中的 θ 为自由参量. 对 H_0 进行么正变

换,得

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = T^{-1} H_0 T = H_0 + \left(-\frac{\theta}{\sqrt{4N}} \right) [H_0, \alpha(c_3^\dagger c_1 + c_4^\dagger c_2) - \alpha^\dagger(c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4)] \\ + \frac{1}{2!} \left(-\frac{\theta}{\sqrt{4N}} \right)^2 [[H_0, \alpha(c_3^\dagger c_1 + c_4^\dagger c_2) - \alpha^\dagger(c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4)], \alpha(c_3^\dagger c_1 \\ + c_4^\dagger c_2) - \alpha^\dagger(c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4)] + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

强磁场近似下可选 $N \simeq \alpha^\dagger \alpha$, 上式可化成

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = \frac{1}{2} (\omega_a - \delta + \Delta)(c_3^\dagger c_3 - c_2^\dagger c_2) + \frac{1}{2} (\omega_a + \delta + \Delta)(c_4^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_1) \\ + \alpha^\dagger \alpha \omega_a + \sum_k \alpha_k^\dagger \alpha_k \omega_k, \end{aligned} \quad (7)$$

式中已选自由参量 θ 满足方程

$$\sin \theta = \frac{2\varepsilon \sqrt{N}}{\Delta}, \quad \cos \theta = \frac{\omega_0 + \delta - \omega_a}{\Delta}, \quad (8)$$

$$\Delta = \sqrt{(\omega_0 + \delta - \omega_a)^2 + 4N\varepsilon^2}. \quad (9)$$

在共振情况下, $\omega_a = \omega_0 + \delta$, $\Delta = \Delta_0 = 2\varepsilon \sqrt{N}$, 方程 (7) 变成

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = \frac{1}{2} (\omega_0 + \Delta_0)(c_3^\dagger c_3 - c_2^\dagger c_2) + \frac{1}{2} (\omega_0 + 2\delta + \Delta_0)(c_4^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_1) \\ + \alpha^\dagger \alpha \omega_a + \sum_k \alpha_k^\dagger \alpha_k \omega_k. \end{aligned} \quad (10)$$

比较 (2) 和 (10) 式可以看出, 么正变换 T 已消除了裸原子哈密顿量 (2) 式中的非对角项 $\mathbf{s}[\alpha(c_3^\dagger c_1 + c_4^\dagger c_2) + \text{h. c.}]$, (10) 式中的 \tilde{H}_0 则是完全对角化的. 经过么正变换之后, 原子的能级已发生了改变. 能级改变项 Δ_0 包含了激光场对原子的效应, 所以把哈密顿量 (10) 式称为激光场所修饰的原子的哈密顿量.

现在讨论在这样的修饰表示中原子与荧光相互作用项的贡献. 为此, 必须对 W_k 也进行么正变换,

$$\tilde{W}_k = T^{-1} W_k T = \sum_k \mathbf{s}_k [\alpha_k (\widetilde{c_3^\dagger c_1} + \widetilde{c_4^\dagger c_2} + \widetilde{c_1^\dagger c_3} + \widetilde{c_2^\dagger c_4}) + \text{H. c.}]. \quad (11)$$

注意到 T 与 α_k^\dagger 和 α_k 均可对易, 但 T 的指数式中的因子并不与 $c_i^\dagger c_j$ ($i \neq j$) 对易, 因此在计算 $\widetilde{c_i^\dagger c_j}$ 的展开式以前, 需要估计一下这些对易子的相对数值.

选取原子和自由场的本征矢为

$$|\phi\rangle = |A_i, n, \{n_k\}\rangle, \quad (12)$$

式中 A_i 表征原子处于态 $|i\rangle$ ($i = 1, 2, 3, 4$), n 是驱动场的光子数, $\{n_k\}$ 表示荧光光子分布. 由于 $|\phi\rangle$ 也是 N 和 θ 的本征矢, 可以看出 $\langle \phi' | [N^{-\frac{1}{2}}, c_i^\dagger c_j] | \phi \rangle$ 矩阵元的数量级不会超过 $O[n^{-\frac{1}{2}}]$, $\langle \phi' | [\theta, c_i^\dagger c_j] | \phi \rangle$ 矩阵元的数量级不会超过 $O[\pi]$. 可是, 矩阵元 $\langle \phi' | [\alpha(c_3^\dagger c_1 + c_4^\dagger c_2) - \alpha^\dagger(c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4), c_i^\dagger c_j] | \phi \rangle$ 的数量级明显的为 $O[N^{\frac{1}{2}}]$. 所以与后者相比, 可以在 $T^{-1} c_i^\dagger c_j T$ 的级数展开式中, 略去 $[N^{-\frac{1}{2}}, c_i^\dagger c_j]$ 和 $[\theta, c_i^\dagger c_j]$ 的项. 于是计算 $\widetilde{c_i^\dagger c_j}$ 时, 仍可把 $\theta/\sqrt{4N}$ 看作 c 数. 应用这种近似, 略去 $O[N^{-\frac{1}{2}}]$ 和

$O[N^{-1}]$ 等高阶小量, 得出

$$\begin{aligned} \tilde{W}_k = \sum_k \varepsilon_k \left\{ \alpha_k \left[\frac{1}{2} (\cos\theta + 1)(c_1^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_3 + c_1^\dagger c_4) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2N} (\cos\theta - 1)\alpha^{\dagger 2}(c_1^\dagger c_3 + c_1^\dagger c_4 + c_2^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sin\theta}{2\sqrt{N}} \alpha^{\dagger 2}(c_1^\dagger c_3 - c_1^\dagger c_4 + c_1^\dagger c_4 - c_2^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_3 - c_2^\dagger c_1) \right] \right. \\ \left. + \text{H. c.} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

上式和(10)式表明, 虽然修饰变换已消除了哈密顿量中原子与激光场的相互作用项, 但却使原子与荧光场相互作用项变得更为复杂. 然而将会看到, 正是这些较为复杂的项, 揭示出强磁场中原子的共振荧光跃迁过程.

四、共振荧光光谱

为进一步讨论体系荧光过程的光谱特性, 先求解荧光光子算符 α_k 的时间演化, 由 α_k 的运动方程

$$\dot{\alpha}_k(k) = -i[\alpha_k, \tilde{H}] = -i[\alpha_k, \tilde{H}_0 + \tilde{W}_k], \quad (14)$$

得知

$$\begin{aligned} \alpha_k(k) = \alpha_k(0)e^{-i\omega_k t} - i\varepsilon_k \int_0^t \left[\frac{1}{2} (\cos\theta + 1)(c_1^\dagger c_1 + c_2^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_4) \right. \\ \left. + \frac{1}{2N} (\cos\theta - 1)\alpha^{\dagger 2}(c_1^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_3 + c_2^\dagger c_1) \right. \\ \left. - \frac{\alpha}{2\sqrt{N}} \sin\theta(c_1^\dagger c_3 - c_1^\dagger c_4 + c_1^\dagger c_4 - c_2^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_4 - c_1^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_3 \right. \\ \left. + c_2^\dagger c_1 - c_1^\dagger c_2) \right]_{t-\tau} \exp(-i\omega_k \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (15)$$

上式表征荧光光子辐射所对应的几种跃迁过程. 等号右边第一项是由于真空场的贡献, $t=0$ 时荧光光子数为零, 此项贡献可以忽略. 积分中第一项表示荧光辐射是原子态能级跃迁所致, 它是一种单光子过程. 积分中第二项表示的荧光跃迁则是个三光子过程, 它对应原子能级抽运过程中吸收二个激光光子而同时辐射一个荧光光子的过程. 第三项则对应吸收一个激光光子同时辐射一个荧光光子的双光子过程.

在求解(15)式的计算中, 等号右边积分中算符乘积因子 $c_1^\dagger c_3$ 等项的时间依赖关系, 可由其相应的运动方程中把零级近似解代入, 再略去微小的 Lamb 漂移项而得到. 注意到荧光场的振幅 $E(t)$ 正比于 $\sum_k \varepsilon_k \alpha_k(t)$, 于是有

$$\begin{aligned} E(t) \propto \sum_k \varepsilon_k \alpha_k(0)e^{-i\omega_k t} - \frac{i}{2} (\cos\theta + 1)(\gamma_1 c_1^\dagger c_1 + \gamma_2 c_1^\dagger c_4 + \gamma_3 c_2^\dagger c_3 + \gamma_1 c_2^\dagger c_4) \\ - \frac{i}{2N} (\cos\theta - 1)\alpha^{\dagger 2}(\gamma_4 c_1^\dagger c_1 + \gamma_5 c_1^\dagger c_3 + \gamma_6 c_1^\dagger c_2 + \gamma_4 c_2^\dagger c_2) \end{aligned}$$

$$-\frac{i\alpha}{2\sqrt{N}}\sin\theta[\gamma_7(c_2^\dagger c_1 - c_1^\dagger c_2) + \gamma_8(c_1^\dagger c_2 - c_3^\dagger c_4) - \gamma_9(c_3^\dagger c_3 - c_1^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_4 - c_2^\dagger c_2)], \quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a + \Delta - \omega_k), \\ \gamma_2 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a + \Delta + \delta - \omega_k), \\ \gamma_3 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a + \Delta - \delta - \omega_k), \\ \gamma_4 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a - \Delta - \omega_k), \\ \gamma_5 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a - \Delta - \delta - \omega_k), \\ \gamma_6 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a - \Delta + \delta - \omega_k), \\ \gamma_7 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a - \delta - \omega_k), \\ \gamma_8 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a + \delta - \omega_k), \\ \gamma_9 &= \pi \sum_k \varepsilon_k^2 \delta(\omega_a - \omega_k). \end{aligned} \quad (17)$$

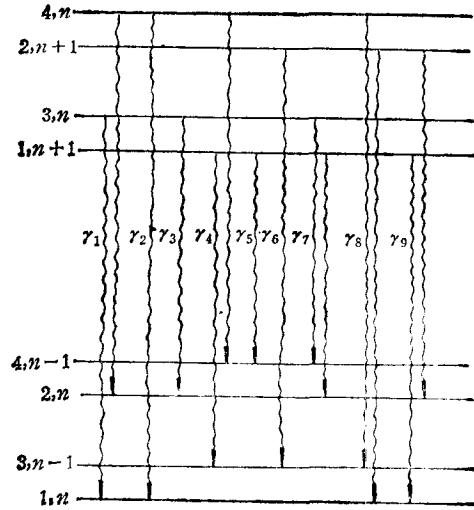


图2 修饰原子能级间跃迁的自发辐射率

$\gamma_i (i = 1-9)$ 表征修饰原子所允许的荧光跃迁过程的辐射率。图2中带箭头的线表示这些跃迁过程。由(17)式知这些跃迁的频率分别为

$$\begin{aligned} \omega_{1,4} &= \omega_a \pm \Delta, \quad \omega_{2,5} = \omega_a \pm (\Delta + \delta), \quad \omega_{3,6} = \omega_a \pm (\Delta - \delta), \\ \omega_{7,8} &= \omega_a \pm \delta, \quad \omega_9 = \omega_a. \end{aligned} \quad (18)$$

五、讨 论

(17)和(18)式表明,在强磁场中由于塞曼效应的影响,原子的共振荧光谱线结构比通常的三峰带结构^[1]要复杂,它由9条谱线组成。荧光频率分布中包含物理量 Δ 和 δ 表明,它不仅与激光场强度及频差有关,而且与磁场强度有关。由(18)式可知,对于强磁场,当 $\delta > \Delta$ 时,荧光光谱由九条谱线组成;若磁场不太强,使得 $\delta = \Delta$ 时,荧光谱线将约化为5条。如果磁场强度为零,那么荧光谱线的频率为

$$\omega_1 = \omega_a + \Delta, \quad \omega_2 = \omega_a \quad \text{及} \quad \omega_3 = \omega_a - \Delta.$$

这正是无磁场时荧光谱线由三峰带构成的情况。由上可见,我们的结论不仅理论上更具普遍性,在实验上也可通过调制外加磁场的强度,从而可更深入地揭示原子共振荧光的特性。

总之,我们提出了强磁场中原子共振荧光的理论处理方案,得出了共振荧光光谱分布的普遍表示式。希望本文的结论将有助于实验工作者进一步验证原子的共振荧光特性。

- [1] B. R. Mollow, *Phys. Rev.*, **188** (1969), 1969.
- [2] F. Schuda, C. E. Ju. Stroud and M. Hercher, *J. Phys.*, **B7** (1974), L198.
- [3] P. A. Apanasevich and S. J. Kilin, *J. Phys.*, **B12** (1979), L83.
- [4] G. Compagno and F. Persico, *Phys. Rev.*, **A25** (1982), 3139.
- [5] D. F. Walls and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **47** (1981), 709.
- [6] R. Loudon, *Opt. Comm.*, **49** (1984), 24.
- [7] K. Sumit, T. B. Pramila and Danjilal, *Opt. Comm.*, **45** (1983), 43.
- [8] 彭金生, 物理学报, **35**(1986), 788.
- [9] C. Cohen-Tannoudji and S. Reynaud, *J. Phys. B*, **10** (1977), 2311.
- [10] 彭金生, 物理学报, **34**(1985), 408.
- [11] 彭金生, 中国科学 (A), (3) (1988), 331.
- [12] M. Constanfina, *Mol. Phys.*, **53** (1984), 991.

SPECTRUM DISTRIBUTION OF RESONANCE FLUORESCENCE FOR ATOMS IN STRONG MAGNETIC FIELD

PENG JIN-SHENG

Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan

HUANG XIANG-YOU

Department of Physics Peking University

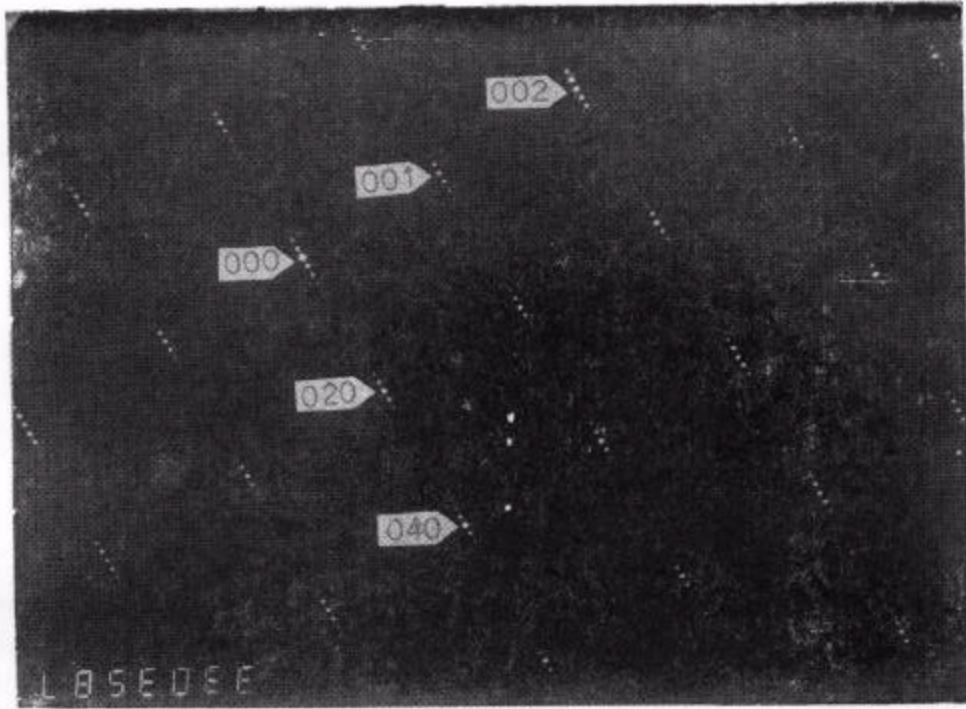
LIU WU

Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan

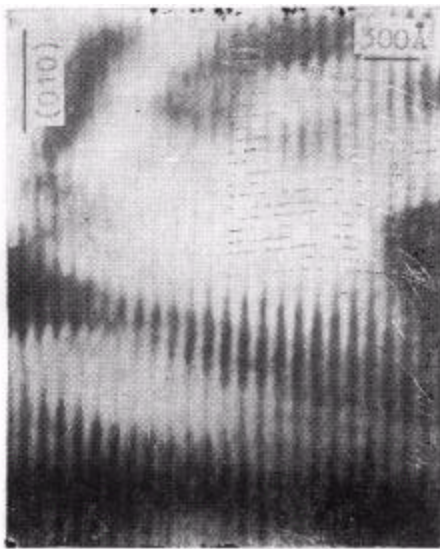
(Received 5 December 1988)

ABSTRACT

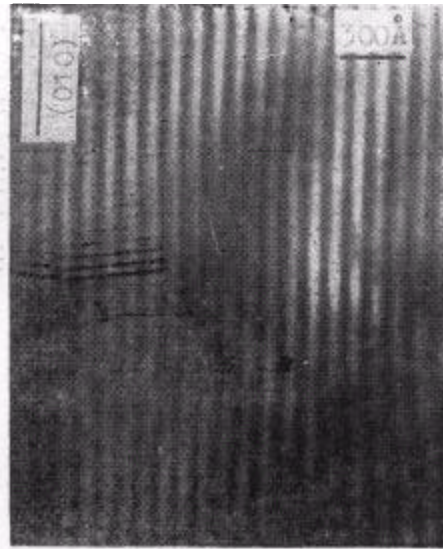
A theory describing the resonance fluorescence of atoms in strong magnetic field is proposed. A general expression of spectrum distribution for this resonance fluorescence is given and the relation between the spectrum and the magnitude of the magnetic field is examined.



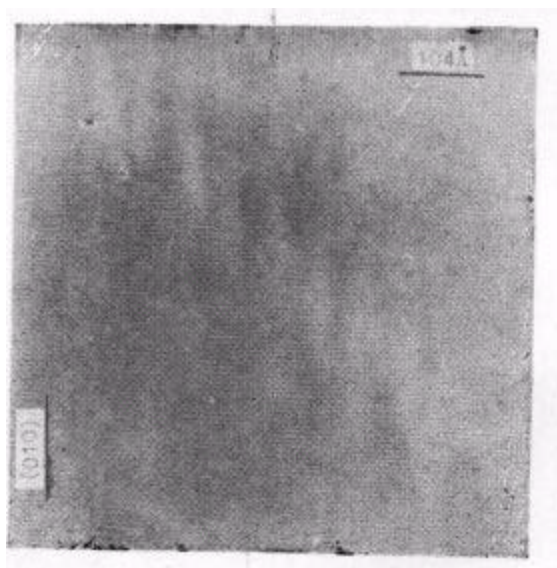
(a) 超晶格正长石 b^*-c^* 平面的电子衍射花样



(b) 与 (a) 对应平面的明场象



(c) 与 (a) 对应平面的暗场象



(d) 与 (a) 对应平面的高分辨结构象

图 1

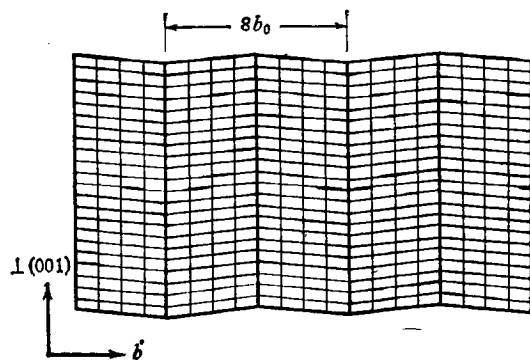


图 2 超晶格正长石的结构模型 每一小块代表一个三斜钾长石亚晶胞