

非相干光源用于“核-环比”法 测量表面粗糙度

程 路

南开大学物理系, 天津, 300071

萧 季 驹

香港城市理工学院应用科学系

1989年3月20日收到

本文将文献[1—5]的用激光测量表面粗糙度的“核-环比”法推广到采用其他非相干光源, 给出测量原理的定量公式及测量装置的结构框图。

PACC: 0760; 4210

一、引 言

在作者之一所提出的用“核-环比”法测量表面粗糙度的文章^[1-5]中, 所用光源都是激光(虽然文献[5]的末尾提到可以采用非相干光源, 但只是简单提到而已)。本文对于非相干光源——即扩展的非单色光源——的情况进行比较详细的研究。

由于采用非相干光源时, 较之激光光源, 在装置中须增加一个窄带滤光片 F (见图 1) 和一个成象透镜 L (参阅文献[5]), 所以必须考察两个新的因素: (1) 由滤光片出来的并非单色光, 故应考虑其光谱分布; (2) 滤光片和透镜的表面并非理想光滑面, 故应考虑它们对于待测表面 M 的粗糙度的附加贡献。

在图 1 中, 光电池 D_1 上所开的孔 H 应足够大, 以使扩展光源 S 的全部几何象均能通过, 从而 S 上的各点均产生相同的核-环比 D_2/D_1 (参阅文献[5]), 所以, 在本文公式推导

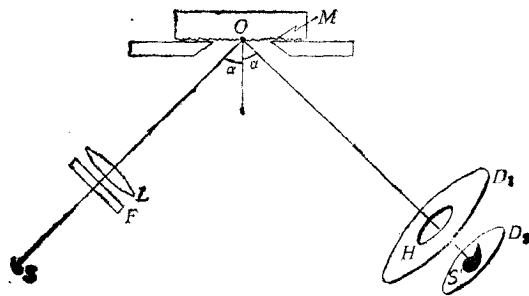


图 1 采用非相干光源的装置框图

中, 只对 S 上的一个点进行即可。

二、 D_2 和 D_1 的普遍公式

假定由滤光片出来的光的光强光谱分布为 $I(\lambda)$, λ 为波长。现在, 文献[5]中的关于粗糙表面 M 的两个参数 γ 和 q 既是粗糙度 σ_H 的函数, 也是波长 λ 的函数

$$\gamma = \gamma(\lambda, \sigma_H), \quad q = q(\lambda, \sigma_H). \quad (1)$$

现把 F 和 L 合起来视为一个透射型漫射板 (F 和 L), 设其 γ 和 q 值分别为 γ_0 和 q_0 , 它们是 λ 和 σ_{H0} 的函数

$$\gamma_0 = \gamma_0(\lambda, \sigma_{H0}), \quad q_0 = q_0(\lambda, \sigma_{H0}), \quad (2)$$

其中 σ_{H0} 代表这个漫射板 F 和 L 的 σ_H 值。

首先从滤出的光中取一个单色的元谱段 $I(\lambda)\Delta\lambda$ 进行讨论。

这份元光能 $I(\lambda)\Delta\lambda$ 经过 F 和 L 之后, 将分为两部分。第一部分是按几何光学传播的光(主光), 其能量为

$$\Delta E_p = \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0})I(\lambda)\Delta\lambda; \quad (3)$$

第二部分是经 F 和 L 散射的光, 其总能量为

$$\Delta E_s = q_0^2(\lambda, \sigma_{H0})I(\lambda)\Delta\lambda, \quad (4)$$

并且朝着 2π 立体角方向作统计均匀的散射。

ΔE_p 这部分能量经漫射表面 M 散射后, 又以同样方式分为两部分。主光部分为

$$\begin{aligned} (\Delta D_2)_{pp} &= \Delta E_p \gamma^2(\lambda, \sigma_H) \\ &= \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \gamma^2(\lambda, \sigma_H) I(\lambda) \Delta\lambda, \end{aligned} \quad (5)$$

这部分将全部穿过孔 H 而射在光电池 D_2 上; 散射光部分[其总能量为 $\Delta E_p q^2(\lambda, \sigma_H)$] 则只有 $Q_1/(2\pi)$ 的比例部分射向 D_2 , 亦即射向 D_2 的这部分光能为

$$\begin{aligned} (\Delta D_2)_{ps} &= \Delta E_p q^2(\lambda, \sigma_H) \frac{Q_1}{2\pi} \\ &= \frac{Q_1}{2\pi} \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) I(\lambda) \Delta\lambda; \end{aligned} \quad (6)$$

散射光部分中还有 $(Q_2 - Q_1)/(2\pi)$ 的比例部分射在 D_1 上, 其能量为

$$\begin{aligned} (\Delta D_1)_{ps} &= \Delta E_p q^2(\lambda, \sigma_H) \frac{Q_2 - Q_1}{2\pi} \\ &= \frac{Q_2 - Q_1}{2\pi} \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) I(\lambda) \Delta\lambda. \end{aligned} \quad (7)$$

至于能量 ΔE_s [见(4)式], 它只有 $Q_0/(2\pi)$ 的部分射在表面 M 上。因此, 被 M 散射之后, 投在 D_2 上的能量为

$$(\Delta D_2)_{ss} = \Delta E_s \frac{Q_0}{2\pi} \frac{Q_1}{2\pi} = \frac{Q_0}{2\pi} \frac{Q_1}{2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) I(\lambda) \Delta\lambda; \quad (8)$$

投在 D_1 上的能量为

$$\begin{aligned}
 (\Delta D_1)_{ss} &= \Delta E_s \frac{\Omega_0 \Omega_2 - \Omega_1}{2\pi \cdot 2\pi} \\
 &= \frac{\Omega_0 \Omega_2 - \Omega_1}{2\pi \cdot 2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) I(\lambda) \Delta \lambda.
 \end{aligned} \quad (9)$$

在(5)–(9)式中, Ω_0 , Ω_1 和 Ω_2 为图 2 所示的各立体角。
 于是, 对于元谱段 $I(\lambda)\Delta\lambda$, D_2 所接收的光能量总为

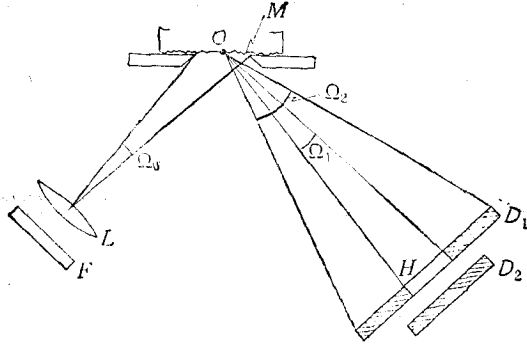


图 2 立体角 Ω_0 , Ω_1 和 Ω_2

$$\begin{aligned}
 \Delta D_2 &= (\Delta D_2)_{pp} + (\Delta D_2)_{ps} + (\Delta D_2)_{ss} \\
 &= \left[\gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \gamma^2(\lambda, \sigma_H) \right. \\
 &\quad + \frac{\Omega_1}{2\pi} \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) \\
 &\quad \left. + \frac{\Omega_0 \Omega_1}{2\pi \cdot 2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \right] I(\lambda) \Delta \lambda,
 \end{aligned} \quad (10)$$

而 D_1 接收到的相应能量总为

$$\begin{aligned}
 \Delta D_1 &= (\Delta D_1)_{ps} + (\Delta D_1)_{ss} \\
 &= \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2\pi} \left[\gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Omega_0}{2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \right] I(\lambda) \Delta \lambda.
 \end{aligned} \quad (11)$$

考虑到全部光谱 $I(\lambda)$, D_2 和 D_1 接收到的能量则分别为下面的积分:

$$\begin{aligned}
 D_2 &= \int_{\lambda} \left[\gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \gamma^2(\lambda, \sigma_H) + \frac{\Omega_1}{2\pi} \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Omega_0 \Omega_1}{2\pi \cdot 2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \right] I(\lambda) d\lambda,
 \end{aligned} \quad (12)$$

$$D_1 = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2\pi} \int_{\lambda} \left[\gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) q^2(\lambda, \sigma_H) + \frac{\Omega_0}{2\pi} q_0^2(\lambda, \sigma_{H0}) \right] I(\lambda) d\lambda. \quad (13)$$

三、 h_0 和 h 呈高斯型的情况

作为典型情况, 我们假定漫射板 F 和 S 的折射率 n 十分均匀, 而其随机厚度起伏量 h_0 呈高斯型正态分布; 并假定待测表面 M 的随机高度 h 亦呈正态分布。由于核-环比 D_2/D_1 作为 σ_H 的函数对于 h 的分布规律很不灵敏(参阅文献[3]), 所以这样假定具有一定的普遍意义。

令

$$p_{H0}(h_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\phi_0}} \exp\left(-\frac{h_0^2}{2\sigma_{\phi_0}^2}\right), \quad (14)$$

$$p_H(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\phi_0}} \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma_{\phi_0}^2}\right). \quad (15)$$

从而有

$$\gamma_0(\lambda, \sigma_{H0}) = \exp\left(-\frac{\sigma_{\phi_0}^2}{2}\right), \quad (16)$$

$$q_0(\lambda, \sigma_{H0}) = \sqrt{1 - \gamma_0^2(\lambda, \sigma_{H0})} = \sqrt{1 - \exp(-\sigma_{\phi_0}^2)} \quad (17)$$

和

$$\gamma(\lambda, \sigma_H) = \exp\left(-\frac{\sigma_{\phi}^2}{2}\right), \quad (18)$$

$$q(\lambda, \sigma_H) = \sqrt{1 - \gamma^2(\lambda, \sigma_H)} = \sqrt{1 - \exp(-\sigma_{\phi}^2)}. \quad (19)$$

以上各式中,

$$\sigma_{\phi_0} = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \sigma_{H0} \cos \alpha, \quad (20)$$

$$\sigma_{\phi} = \frac{4\pi}{\lambda} \sigma_H \cos \alpha \quad (21)$$

(参阅文献[5]).

于是(12)式成为

$$D_2 = \int_{\lambda} \left\{ \exp(-\sigma_{\phi_0}^2) \exp(-\sigma_{\phi}^2) + \frac{Q_1}{2\pi} \exp(-\sigma_{\phi_0}^2) [1 - \exp(-\sigma_{\phi}^2)] + \frac{Q_0 Q_1}{2\pi 2\pi} [1 - \exp(-\sigma_{\phi_0}^2)] \right\} I(\lambda) d\lambda, \quad (22)$$

(13)式成为

$$D_1 = \frac{Q_2 - Q_1}{2\pi} \int_{\lambda} \left\{ \exp(-\sigma_{\phi_0}^2) \cdot [1 - \exp(-\sigma_{\phi}^2)] + \frac{Q_0}{2\pi} [1 - \exp(-\sigma_{\phi_0}^2)] \right\} I(\lambda) d\lambda. \quad (23)$$

将(20), (21)式代入(22), (23)式, 得到

$$D_2 = \frac{Q_0 Q_1}{2\pi 2\pi} \int_{\lambda} I(\lambda) d\lambda + \left(1 - \frac{Q_1}{2\pi}\right) \int_{\lambda} I(\lambda) \exp\left\{-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} [(n-1)^2 \sigma_{H0}^2 + 4\sigma_H^2 \cos^2 \alpha]\right\} d\lambda + \frac{Q_1}{2\pi} \left(1 - \frac{Q_0}{2\pi}\right) \int_{\lambda} I(\lambda) \exp\left\{-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} (n-1)^2 \sigma_{H0}^2\right\} d\lambda \quad (24)$$

和

$$D_1 = \frac{Q_2 - Q_1 Q_0}{2\pi 2\pi} \int_{\lambda} I(\lambda) d\lambda$$

1) 盖因光束垂直射入 F 和 S, 起伏量 h_0 造成的光程起伏为 $(n-1)h_0$.

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2\pi} \left(1 - \frac{\Omega_0}{2\pi}\right) \int_{\lambda} I(\lambda) \exp \left\{ -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} (n-1)^2 \sigma_{H0}^2 \right\} d\lambda \\
& - \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2\pi} \int_{\lambda} I(\lambda) \exp \left\{ -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} [(n-1)^2 \sigma_{H0}^2 + 4\sigma_H^2 \cos^2 \alpha] \right\} d\lambda. \quad (25)
\end{aligned}$$

四、函数 $I(\lambda)$ 的一种近似解析式

为了使(24)和(25)式中的被积函数可积,令

$$I(\lambda) = \frac{B}{\lambda^2} \exp \left[-A^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 \right]. \quad (26)$$

此函数十分接近一个以 λ_0 为中心的钟形函数(从窄带滤光片出来的光谱分布大抵如此),如图3所示,这里 $B = 1$, $A = 50 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$.

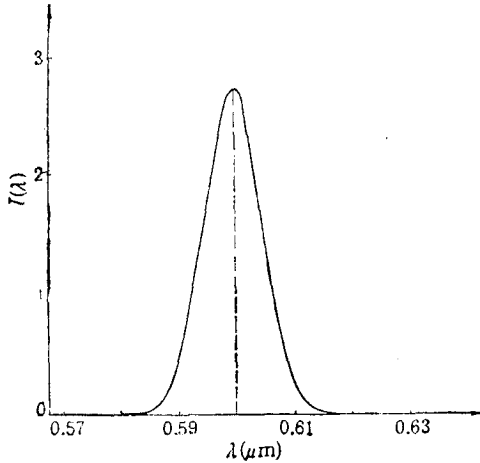


图3 (26)式的函数曲线 $I(\lambda)$

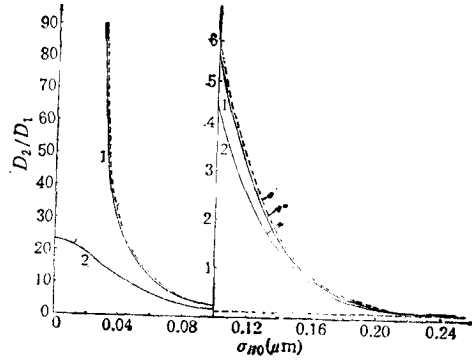


图4 对于不同 σ_{H0} 的 $(D_2/D_1) - \sigma_H$ 曲线
 $\Omega_0 = 0.02$; $\Omega_1 = 0.06$; $\Omega_2 = 0.6$; $\alpha = 60^\circ$;
 $A = 50 \mu\text{m}$; $B = 1$; $\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$;

虚线 $\sigma_{H0} = 0$;
 曲线 1 $\sigma_{H0} = 0.1$;
 曲线 2 $\sigma_{H0} = 0.4$

这时

$$\int_0^{\infty} I(\lambda) d\lambda = B \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} \exp \left[-A^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 \right] d\lambda.$$

由于

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\lambda^2} \exp \left[-A^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 \right] d\lambda$$

可以忽略,所以有

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} I(\lambda) d\lambda &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\lambda) d\lambda \\
&= B \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} \exp \left[-A^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 \right] d\lambda
\end{aligned}$$

$$= B \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-A^2 t^2] dt = \frac{B}{A} \sqrt{\pi}. \quad (27)$$

由于同样原因, 积分

$$\int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\left(-\frac{a}{\lambda^2}\right) d\lambda$$

也可写成

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\left(-\frac{a}{\lambda^2}\right) d\lambda &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\lambda) \exp\left(-\frac{a}{\lambda^2}\right) d\lambda \\ &= B \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} \exp\left[-A^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{a}{\lambda^2}\right] d\lambda \\ &= B \exp\left[-\frac{A^2}{\lambda_0^2} \left(1 - \frac{A^2}{A^2 + a}\right)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} \exp \\ &\quad \cdot \left\{ - (A^2 + a) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0'}\right)^2 \right\} d\lambda, \end{aligned}$$

其中

$$\lambda_0' = \frac{A^2 + a}{A^2} \lambda_0.$$

比照(27)式, 可以得出

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(\lambda) \exp\left(-\frac{a}{\lambda^2}\right) d\lambda = \frac{B \sqrt{\pi}}{\sqrt{A^2 + a}} \exp\left[-\frac{A^2}{\lambda_0^2} \left(1 - \frac{A^2}{A^2 + a}\right)\right]. \quad (28)$$

令

$$\begin{aligned} U &= 4\pi^2(n-1)^2\sigma_{H0}^2, \\ V &= 4\pi^2[(n-1)^2\sigma_{H0}^2 + 4\sigma_{H1}^2\cos^2\alpha], \end{aligned} \quad (29)$$

然后把(28)式中的 a 分别代之以 U 和 V , 便可由(24)式导出

$$\begin{aligned} D_2 &= \frac{B \sqrt{\pi}}{A} \cdot \frac{Q_1 Q_0}{4\pi^2} + \frac{B \sqrt{\pi}}{\sqrt{A^2 + U}} \cdot \frac{Q_1}{2\pi} \left(1 - \frac{Q_0}{2\pi}\right) \exp\left[\frac{-A^2 U}{\lambda_0^2 (A^2 + U)}\right] \\ &\quad + \frac{B \sqrt{\pi}}{\sqrt{A^2 + V}} \left(1 - \frac{Q_1}{2\pi}\right) \exp\left[\frac{-A^2 V}{\lambda_0^2 (A^2 + V)}\right], \end{aligned} \quad (30)$$

由(25)式导出

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{B \sqrt{\pi}}{A} \frac{Q_0(Q_2 - Q_1)}{4\pi^2} + \frac{B \sqrt{\pi}}{\sqrt{A^2 + U}} \frac{(Q_2 - Q_1)}{2\pi} \left(1 - \frac{Q_0}{2\pi}\right) \\ &\quad \exp\left[\frac{-A^2 U}{\lambda_0^2 (A^2 + U)}\right] - \frac{B \sqrt{\pi}}{\sqrt{A^2 + V}} \frac{(Q_2 - Q_1)}{2\pi} \exp\left[\frac{-A^2 V}{\lambda_0^2 (A^2 + V)}\right]. \end{aligned} \quad (31)$$

对于不同的 σ_{H0} 值, D_2/D_1 作为 σ_H 的函数曲线如图 4 所示。

五、如何确定 σ_{H0}

σ_{H0} 可用下述方法由实验加以确定。用一个近于理想光滑表面(即 $\sigma_H = 0$) 的镜面代替图 1 中的待测粗糙表面 M , 测出这时的核-环比值 $(D_2/D_1)_0$ 。这时因

$$V = U = 4\pi^2(1-n)^2\sigma_{H0}^2,$$

故有

$$\left(\frac{D_2}{D_1}\right)_0 = \frac{\frac{\Omega_0\Omega_1}{4\pi^2 A} + \frac{1}{\sqrt{A^2+U}} \left(1 - \frac{\Omega_0\Omega_1}{4\pi^2}\right) \exp\left[-\frac{A^2U}{\lambda_0^2(A^2+U)}\right]}{\frac{\Omega_0(\Omega_2-\Omega_1)}{4\pi^2 A} - \frac{1}{\sqrt{A^2+U}} \left(\frac{\Omega_0(\Omega_2-\Omega_1)}{4\pi^2}\right)} \cdot \exp\left[-\frac{A^2U}{\lambda_0^2(A^2+U)}\right]. \quad (32)$$

利用该式算出一条 σ_{H0} (它含于 U 中) 对 $(D_2/D_1)_0$ 的关系曲线, 即可由测得的 $(D_2/D_1)_0$ 值定出 σ_{H0} .

一条典型的 σ_{H0} 对 $(D_2/D_1)_0$ 曲线如图 5 所示.

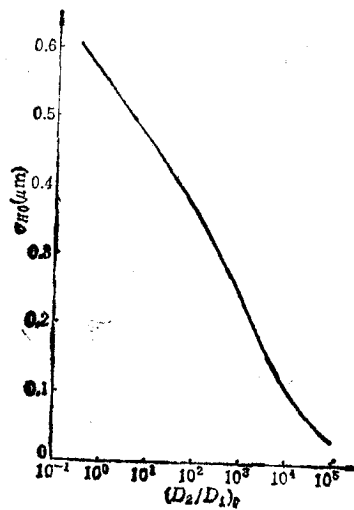


图 5 σ_{H0} 对 $(D_2/D_1)_0$ 的关系曲线
 $\Omega_0 = 0.02$; $\Omega_1 = 0.06$; $\Omega_2 = 0.6$; $\alpha = 60^\circ$;
 $A = 50\mu\text{m}$; $B = 1$; $\lambda_0 = 0.6\mu\text{m}$

六、讨 论

从图 4 看到, $\sigma_{H0} = 0.1\mu\text{m}$ 时的 D_2/D_1 曲线十分接近于 $\sigma_{H0} = 0$ 时的曲线; 而 $\sigma_{H0} = 0$ 意味着 F 和 L 的附加散射可以忽略。实际上, 抛光良好的透镜或滤光片, 其表面的 σ_{H0} 一般都在可见光波长的十分之一以下, 即 $\sigma_{H0} < 0.05\mu\text{m}$ 。这样, 其实我们可以把 $\sigma_{H0} = 0$ 的 D_2/D_1 - σ_H 曲线用来作为仪器的工作曲线。

- [1] 程路, 物理学报, 27(1978), 651.
- [2] 程路, 物理学报, 28(1979), 470.
- [3] 程路, 张炳泉, 物理学报, 29(1980), 1570.
- [4] 程路, 物理学报, 37(1988), 460.
- [5] L. Cheng, Proc. SPIE, 927 (1988), 154.

“CORE RING-RATIO” METHOD FOR SURFACE ROUGHNESS MEASUREMENT WITH INCOHERENT LIGHT SOURCE

CHENG LU

Department of Physics, Nankai University, Tianjin, 300071

SIU GUEI-GU

Department of Applied Science, City Polytechnic of Hong Kong

(Received 20 March 1989)

ABSTRACT

This work extends the “Core-Ring-Ratio” method for surface roughness measurement^[1-3] from the case using coherent light source to the case using incoherent source (i. e., extended non-monochromatic light source). The formulas of the principle of measurement and the schematic diagram of the measuring device are presented.

PACC:0760;4210