

# 液 $^3\text{He}$ 中准粒子通过涡旋与固体表面之间的动量输运

王 诚 泰

清华大学现代应用物理系, 北京, 100084

于 录

国际理论物理中心, 的里雅斯特, 意大利; 中国科学院理论物理研究所, 北京, 100080

1989 年 10 月 24 日收到; 1990 年 8 月 10 日收到修改稿

本文对于与稀薄液  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  溶液相接触的振动固体表面的横声阻抗作了探讨, 提出在液  $^3\text{He}$  与基片之间有一准二维的超流液  $^4\text{He}$  层的“三明治”模型. 根据传输线理论得到表面阻抗与液  $^3\text{He}$  的协强张量、超流  $^4\text{He}$  层动量变化之间的关系式, 推导出在“三明治”结构下量子涡旋的运动方程, 并考虑涡旋运动与滑动边界条件计算了液  $^3\text{He}$  中准粒子与固体表面之间的动量输运. 从而由理论上计算出横声阻抗的实部与虚部, 并与 Ritchie 等人<sup>[1]</sup> 的实验结果作了比较.

PACC: 6760; 6740

## 一、引 言

近年来关于固体表面与量子流体之间的相互作用已成为理论与实验广泛研究的课题. 正确理解量子流体与运动固体之间的动量输运不仅有理论价值, 而且对体粘滞系数的测量也是重要的. 最近 Ritchie, Saunders 和 Brewer (缩写为 RSB)<sup>[1]</sup> 从实验上第一次测量了在 mK 温度下, 与量子流体相接触的固体表面横声阻抗  $Z (=X - iY)$  的实部  $X$  与虚部  $Y$ . 他们发现绝大多数的量子流体(除纯  $^3\text{He}$  外)的行为与流体动力学有很大的偏离. 根据流体动力学理论, 阻抗  $Z = (1 - i)\eta/\delta$ , 其中  $\eta$  为液体粘滞系数,  $\delta$  为粘滞渗透深度. 因此, 阻抗的虚部与实部的比  $Y/X$  为 1. 但是, RSB 发现在液  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  混合液中  $Y/X$  的值小于 1, 并与温度有弱的依赖关系, 而纯液  $^3\text{He}$  的  $Y/X$  近似 1, 并随温度下降而略有增加, 这可能是有限尺寸效应引起的. 图 1 给出液  $^4\text{He}$  浓度  $x = 0.03, 0.04$  的实部  $X$ , 虚部  $Y$  与纯  $^3\text{He}$  相应部分比值的实验结果.

为改善流体动力学的近似性, 在 Landau-Boltzmann 的动力学方程中引入流体相对固体表面滑动的边界条件<sup>[2]</sup>. 考虑滑动修正后, 表面阻抗为  $Z = (1 - i)\frac{\eta}{\delta} [1 + (1 - i)\xi/\delta]^{-1}$ , 式中滑动长度  $\xi$  与固体表面散射的特性有关. 在计算  $\xi$  时, 考虑边界的镜面散射, 加了与镜面散射系数  $s$  有关的正比因数  $(1 + s)/(1 - s)$ . RSB 取  $s = 0.975$ , 得到

的理论曲线与实验结果不一致(见文献[1]的图2)。可见,考虑滑动修正后的流体理论不能解释实验现象。RSB<sup>[1]</sup>还探讨了液<sup>3</sup>He浓度随边界距离变化的模型,但该模型不能解释横声阻抗位相角与温度无关的实验现象。

本文基于固体表面对<sup>4</sup>He原子的吸引力大于<sup>3</sup>He原子的事实,并分析了RSB的实验,提出在振动基片与液<sup>3</sup>He之间有一薄的液<sup>4</sup>He层的“三明治”模型。认为表面阻抗是液<sup>3</sup>He中准粒子与基片上超流液<sup>4</sup>He层内量子涡旋的组合效应。由于液<sup>3</sup>He中准粒子通过涡旋与固体表面之间的动量输运,使与<sup>3</sup>He-<sup>4</sup>He混合液相接触的固体表面阻抗不同于纯<sup>4</sup>He溶液的情况。根据这个模型,推导出表面阻抗的实部和虚部的理论公式,并适当选择参量进行了数值运算,计算结果与RSB的实验结果<sup>[1]</sup>作了比较。

## 二、横声阻抗

考虑如下“三明治”结构:液<sup>4</sup>He占据 $y > 0$ 的半空间,基片位于 $y < -d$ ,而超流液<sup>4</sup>He层(含有少量<sup>3</sup>He作稀薄溶质)在 $-d < y < 0$ 之间。

横声阻抗指的是与流体接触的固体表面上每单位面积受的力除以表面的运动速度 $v_x$ 。设基片沿 $x$ 方向运动,横声阻抗的数学表达式为

$$Z(y = -d) = \Pi_{xy}(y = -d)/v_x, \quad (1)$$

式中 $\Pi_{xy}$ 为协强张量的 $xy$ 分量,也就是单位时间通过单位面积(法向在 $y$ 方向)沿 $x$ 方向的动量输运。根据传输线理论<sup>[2]</sup>可得到在不均匀粘滞流体中表面阻抗 $Z(y = -d)$ 的计算公式为

$$Z(y = -d) = Z(y = 0) + Z'(y = 0)\gamma d \left[ 1 - \left( \frac{Z(y = 0)}{Z'(y = 0)} \right)^2 \right], \quad (2)$$

式中 $Z(y = -d)$ 为基片表面的横声阻抗,简称表面阻抗; $Z(y = 0)$ 为液<sup>3</sup>He和<sup>4</sup>He界面的阻抗; $Z'(y)$ 为与超流液<sup>4</sup>He层具有同样性质的体均匀液<sup>4</sup>He离界面距离为 $y$ 的阻抗; $d$ 为液<sup>4</sup>He层的厚度; $\gamma$ 为在体超流液<sup>4</sup>He中粘滞波的传播常数。由文献[3]知: $Z'(y = 0)\gamma d =$ 薄层的阻抗,故设

$$Z'(y = 0)\gamma d = Z_4 = -\frac{1}{v_x} \frac{d}{dt} (\sigma_n v_{nx} + \sigma_s v_{sx}), \quad (3)$$

式中 $Z_4$ 为超流液<sup>4</sup>He薄层的阻抗; $\sigma_n$ 为液<sup>4</sup>He层中正常流体的面密度; $\sigma_s$ 为液<sup>4</sup>He层中超流体的面密度; $v_{nx}, v_{sx}$ 分别为正常流体和超流体速度的 $x$ 分量。将(3)式代入(2)式得到

$$Z(y = -d) = Z(y = 0) + Z_4 \left[ 1 - \left( \frac{Z(y = 0)}{Z_4} \right)^2 (\gamma d)^2 \right]. \quad (4)$$

下面将分别计算(4)式等号右边的各项,并假设基片进行周期性振动,即

$$v_x = v_0 \exp(-i\omega t). \quad (5)$$

## 三、液<sup>3</sup>He的协强张量

在低温下液<sup>3</sup>He可看作是“不可压缩”的流体。因基片在 $xz$ 面上振动,各物理量在 $xz$ 平

面上具有对称性, 故所有物理量只是坐标  $y$  与时间  $t$  的函数。不可压缩流体的运动方程 (Navier-Stokes 方程) 为

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (6)$$

式中  $\mathbf{v} = v_x(y, t)\mathbf{i}$  为液  $^3\text{He}$  速度, 速度方向沿  $x$  方向;  $\rho$  为液  $^3\text{He}$  体密度;  $\eta$  为粘滞系数;  $p(y, t)$  为压强。因  $\partial p / \partial x = 0$ , (6) 式简化为

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (7)$$

上式的平面波解为

$$v(y, t) = A \exp[-i\omega t - \gamma y], \quad (8)$$

式中粘滞波传播常数  $\gamma$  为

$$\gamma = (1 - i) / \delta, \quad (9)$$

粘滞渗透深度  $\delta$  为

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho\omega}}. \quad (10)$$

因此(8)式可写为

$$v(y, t) = A \exp(-y/\delta) \cdot \exp[-i(\omega t + y/\delta)]. \quad (11)$$

作为对流体动力学的一级修正, 引入滑动边界条件<sup>[2]</sup>。假设在基片的参考系中, 和基片相接触的流体具有一有限速度  $v(y = 0, t)$ , 即在基片表面上的流体对表面有一相对的滑动。把这速度线性外推到零, 离开基片的距离称为滑动长度  $\xi$ , 即

$$v(y = 0, t) = \xi \left( \frac{\partial v(y, t)}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (12)$$

称上式为滑动边界条件。如果基片的速度  $u(t)$  不为零, 则在基片表面流体的速度为

$$v(y = 0, t) = u(t) - \gamma \xi v(y = 0, t). \quad (13)$$

文献[4]指出液  $^3\text{He}$  中准粒子在振动表面的边界条件为: 在流体动力学区 ( $\lambda \ll \delta$ ) 基片上流体的速度等于振动表面的速度, 但在基片表面上一些单层  $^4\text{He}$  要引起一部分  $^3\text{He}$  准粒子从基片表面上作镜面散射。因此在基片上附有单层液  $^4\text{He}$  时, 对液  $^3\text{He}$  中准粒子可应用滑动边界条件。

从(13)式得到  $v(y = 0, t)$  并代入(8)式, 得

$$v(y, t) = \frac{u(t)}{1 + \gamma \xi} \exp(-\gamma y). \quad (14)$$

液  $^3\text{He}$  的协强张量的  $x$  分量为

$$\begin{aligned} \Pi_{xy}(y = 0) &= -\eta \left( \frac{\partial v(y, t)}{\partial y} \right)_{y=0} \\ &= (1 - i) \frac{\eta}{\delta} \frac{u(t)}{1 + \gamma \xi}. \end{aligned} \quad (15)$$

根据横声阻抗的定义, 将(15)与(9)式代入(1)式, 得

$$Z(y = 0) = (1 - i) \frac{\eta}{\delta} [1 + (1 - i)\xi/\delta]^{-1} = X_1 - iY_1, \quad (16)$$

$$\text{式中} \quad X_1 = \frac{h_1}{h_2} \frac{\eta}{\delta}, \quad (17)$$

$$Y_1 = \frac{1}{h_2} \frac{\eta}{\delta}, \quad (18)$$

$$h_1 = 1 + 2\xi/\delta, \quad (19)$$

$$h_2 = 1 + (2\xi/\delta)(1 + \xi/\delta). \quad (20)$$

#### 四、涡旋运动方程

本节推导在“三明治”结构下超流  $^4\text{He}$  层内量子涡旋的运动方程。

为研究准二维超流  $^4\text{He}$  层对振动基片的反响, Ambegaokar, Halperin, Nelson 和 Siggia (缩写为 AHNS)<sup>[2]</sup> 推导出在涡旋顶上为自由表面时液  $^4\text{He}$  层内量子涡旋的运动方程。涡旋在性质上是量子的,但因涡旋本身的零点运动不重要,所以它的运动方程基本上是经典的。在“三明治”结构条件下,对涡旋的摩擦力除考虑基片作用外,还需考虑在涡旋顶上液  $^3\text{He}$  的摩擦力。

设  $\mathbf{u}(t)$  为基片振动速度,而  $\mathbf{v}(y=0, t) = \mathbf{v}(t)$  为与液  $^4\text{He}$  层接触处液  $^3\text{He}$  速度。涡旋相对于局部超流速的运动导致 Magnus 力  $\mathbf{F}_M$ , 而涡旋与基片、液  $^3\text{He}$  的相对运动导致摩擦力  $\mathbf{F}_D$ , 这两个力分别为

$$\mathbf{F}_M = n\sigma_s^0 \frac{2\pi\hbar}{m} \hat{y} \times \left[ \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_s(\mathbf{r}) \right], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_D = & B \left[ \mathbf{u}(t) - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right] + B n \hat{y} \times \left[ \mathbf{u}(t) - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right] \\ & + A \left[ \mathbf{v}(t) - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right] + A' n \hat{y} \times \left[ \mathbf{v}(t) - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right], \end{aligned} \quad (22)$$

式中  $\mathbf{r}$  为涡旋的位置;  $\sigma_s^0$  为“裸”超流面密度;  $\hat{y}$  为在  $y$  方向的单位矢量;  $n (= \pm 1)$  为涡旋的符号。(22)式中  $B, B'$  和  $A, A'$  为唯象摩擦系数,  $B, B'$  描述涡旋与基片及  $^4\text{He}$  层中热激发(例如旋子等)之间的相互作用,而  $A, A'$  描述涡旋与  $^3\text{He}$  中准粒子之间的相互作用,因  $\mathbf{u}(t) > d\mathbf{r}/dt > \mathbf{v}(t)$ , (22)式表明基片对  $^4\text{He}$  层中涡旋的作用力与液  $^3\text{He}$  对涡旋的作用力方向相反。如果液  $^3\text{He}$  的速度与基片的速度大小相同,则它的存在只是使摩擦系数减小,但由于液  $^3\text{He}$  在边界的“滑动”,这将会导致新的效应。

根据 AHNS 理论<sup>[2]</sup>,由  $\mathbf{F}_M, \mathbf{F}_D$  与热源热涨落引起的无规力相平衡,可导出位置在  $\mathbf{r}_i$  处涡旋的运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = & \frac{D}{k_B T} n_i \sigma_s^0 q \hat{y} \times [\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}_s(\mathbf{r}_i)] + c [\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}_s(\mathbf{r}_i)] + \mathbf{v}_s(\mathbf{r}_i) \\ & + \frac{D}{k_B T} \left( A - \frac{AF}{A+B} \right) [\mathbf{v}(t) - \mathbf{u}(t)] \\ & + \frac{D}{k_B T} \left( A' + \frac{AF}{A+B} \right) n_i \hat{y} \times [\mathbf{v}(t) - \mathbf{u}(t)] + \boldsymbol{\eta}_i(t), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{式中} \quad D = \frac{k_B T}{\Delta} (B - A), \quad (24)$$

$$\Delta = (B - A)^2 + F^2, \quad (25)$$

$$F = \sigma_s^0 q - B - A, \quad (26)$$

$$q = 2\pi\hbar/m, \quad (27)$$

$$c = 1 - \frac{1}{\Delta} \sigma_s^0 q F, \quad (28)$$

$k_B$  为 Boltzmann 常数;  $v_s(\mathbf{r}_i)$  为除在  $\mathbf{r}_i$  处涡旋外其它涡旋在  $\mathbf{r}_i$  处产生的超流速;  $D$  为扩散常数;  $c$  为对流运动常数.  $\eta_i(t)$  为涨落高斯的噪声源, 它的分量满足下式:

$$\langle \eta_i^\alpha(t) \eta_j^\beta(t') \rangle = 2D \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \delta(t - t'). \quad (29)$$

(23)式等号右边前三项与涡旋顶上是自由表面时运动方程相似, 而第四、五两项是新增加的, 这第五项将会导致新的效应.

## 五、在液 $^4\text{He}$ 层中超流速的衰变

本节计算在液  $^4\text{He}$  层由涡旋运动导致的超流速衰变. 由文献[5]知, 平均超流速  $v_s(t)$  随时间的变化为

$$\frac{dv_s(t)}{dt} = - \sum_i \frac{q}{LW} n_i \hat{y} \times \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}, \quad (30)$$

式中  $LW$  为  $^4\text{He}$  层的面积 ( $L$  为  $x$  方向的长度,  $W$  为  $z$  方向的宽度). 衰变的物理原因是在涡旋运动穿过流场时引起超流凝聚波函数的位相发生变化. 将(23)式代入(30)式, 并考虑涡旋整体是中性的 ( $\sum_i n_i = 0$ ), 可得到

$$\begin{aligned} \frac{dv_s(t)}{dt} = & - \frac{D}{k_B T} \sigma_s^0 q^2 n_t [v_s(t) - u(t)] \\ & + \frac{D}{k_B T} q n_t \left( A + \frac{AF}{B+A} \right) [v(t) - u(t)], \end{aligned} \quad (31)$$

式中  $n_t = \sum_i \frac{n_i^2}{LW}$  为自由涡旋面密度. 在液  $^4\text{He}$  层中的“涡旋对”只产生极化效应, 对超流速的衰变没有贡献.

由(14)式得到  $v(t) = v(y=0, t)$ , 代入方程(31), 得到

$$\frac{dv_s(t)}{dt} = -f_1 v_s(t) + (f_1 + f_2) u(t), \quad (32)$$

$$\text{式中} \quad f_1 = \frac{D}{k_B T} \sigma_s^0 q^2 n_t, \quad (33)$$

$$f_2 = \frac{E}{k_B T} q n_t \left( 1 - \frac{1}{1 + (1-i)\xi/\delta} \right), \quad (34)$$

$$E = -D \left( A + \frac{AF}{A+B} \right). \quad (35)$$

由(32)式解出  $v_s(t)$  并略去瞬时项  $\exp(-f_1 t)$ , 得到

$$v_s(t) = \frac{f_1 + f_2}{f_1 - i\omega} v_0 \exp(-i\omega t). \quad (36)$$

设液  $^4\text{He}$  层内正常流体速度  $v_n(t)$  为基片速度, 则液  $^4\text{He}$  层单位时间单位面积的总动量变化为

$$\left. \frac{d(\sigma_n v_n + \sigma_s v_s)}{dt} \right|_{x=0} = -i\omega \left( \sigma_n + \sigma_s \frac{f_1 + f_2}{f_1 - i\omega} \right) v_0 e^{-i\omega t}. \quad (37)$$

将上式代入(3)式, 得

$$Z_4 = X_2 - iY_2, \quad (38)$$

$$X_2 = -\bar{\sigma}_s f_1 + \bar{\sigma}_s g \frac{\xi}{\delta} \cdot \frac{1}{h_2} \left( h_1 - \frac{f_1}{\omega} \right), \quad (39)$$

$$Y_2 = -\sigma_n \omega - \bar{\sigma}_s \frac{f_1^2}{\omega} + \bar{\sigma}_s g \frac{\xi}{\delta} \frac{1}{h_2} \left( 1 + \frac{f_1 h_1}{\omega} \right), \quad (40)$$

式中 
$$\bar{\sigma}_s = \frac{\sigma_s \omega^2}{f_1^2 + \omega^2}, \quad (41)$$

$$g = \frac{D}{k_B T} n_s q \left( A + \frac{AF}{A+B} \right). \quad (42)$$

在无限摩擦  $f_1 \rightarrow \infty$  的极限情况下, 由(38), (39)与(40)式得到  $Z_4 = -i\omega(\sigma_n + \sigma_s)$ , 这正是不考虑液  $^3\text{He}$  影响时, 液  $^4\text{He}$  薄层的阻抗.

## 六、结果与讨论

将(16)和(38)式代入(4)式, 得到横声阻抗  $Z(y = -d)$  为

$$Z(y = -d) = (X_1 - iY_1) + (X_2 - iY_2) + (X_3 - iY_3) = X - iY, \quad (43)$$

式中 
$$X_3 - iY_3 = -\frac{Z^2(y=0)}{Z_4} (\gamma d)^2 = -\frac{(X_1 - iY_1)^2}{X_2 - iY_2} (\gamma d)^2, \quad (44)$$

$$X = X_1 + X_2 + X_3, \quad (45)$$

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3. \quad (46)$$

下面讨论(45)和(46)式中各项的来源和意义. 这两式等号右边的第一项  $X_1$  和  $Y_1$  来自液  $^3\text{He}$  的协强张量, 滑动边界条件的影响通过滑动长度  $\xi$  来体现, 滑动长度与平均自由程  $l$  及镜面散射系数  $s$  有关, 文献[6]给出

$$\xi = 0.582l \frac{1+s}{1-s}. \quad (47)$$

如果滑动效应被忽略, 则  $\xi = 0$ , 由(19)和(20)式知,  $h_1 = h_2 = 1$ , 这将得到“经典”流体动力学的结果, 即  $Y_1/X_1 = 1$ . (45)和(46)式等号右边第二项  $X_2$  和  $Y_2$  是超流液  $^4\text{He}$  层对表面阻抗的贡献. 由(39)和(40)式可看出,  $X_2$  和  $Y_2$  中各项的意义, (40)式等号右边第一项  $-\sigma_n \omega$  来自液  $^4\text{He}$  层中正常流体的密度, (40)式等号右边第二项与(39)式等号右边第一项来自(32)式的  $f_1 u(t)$  项, 而该项来源于涡旋与基片的摩擦. 根据文献[7—9]估

计这三项的数量级为  $10^{-7}$ — $10^{-8}$ , 与其余两项(为  $10^{-1}$ — $10^{-2}$ )比, 这三项可以忽略不计. 而(39)和(40)式等号右边的最后一项来自边界滑动与涡旋运动的组合效应, 也可看作是液  $^3\text{He}$  中准粒子通过涡旋与基片之间的动量输运. 这定性直观地说明为什么  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  混合液的表面阻抗不同于纯液  $^3\text{He}$  的情况. (45)和(46)式等号右边最后一项  $X_3$  与  $Y_3$  为匹配因数, 它起调节作用.

为了作定量比较, 对有关参量选用下列公式:

1. 根据标准公式  $\sigma_s = \sigma_s^0 = \rho_{\text{sb}}(d - 1.47)3.6 \text{ \AA}$ , 式中  $\rho_{\text{sb}}$  为体超流密度,  $d$  为液  $^4\text{He}$  层的厚度(以原子层为单位). 在(41)式中  $\omega = 1.8 \text{ kHz}$ , 而  $f_1 \ll \omega$ , 故  $\bar{\sigma}_s \approx \sigma_s$ .

2.  $g$  的计算

由  $g$  的表达式(42)看出, 与温度有关的量为  $D, n_f$  与摩擦系数  $B, B'A$  和  $A'$ . 在数值计算中设

$$g = aT^\alpha, \quad (48)$$

式中  $\alpha$  为可调参量,  $a$  为待定常数.

3. 粘滞系数  $\eta T^2 = 2.62 \text{ P} \cdot \text{mK}^{2.11}$ , 粘滞渗透深度的公式为<sup>[10]</sup>

$$\frac{l}{\delta} = \left( \frac{3\omega\tau}{2} \right)^{1/2}. \quad (49)$$

粘滞弛豫时间  $\tau$  的计算见文献[11]. 在压强趋于 0bar, 温度趋于 0K 的极限下, 液  $^3\text{He}$  的参量值取自文献[8].

4.  $X_3$  与  $Y_3$  的计算公式

在含有少量  $^3\text{He}$  的体超流  $^4\text{He}$  中粘滞波的传播是依靠液  $^4\text{He}$  中的涡旋与少量液  $^3\text{He}$  的存在而进行的, 因此(44)式中  $r$  代表以液  $^3\text{He}$  作稀薄溶质并包含涡旋作用的有效传播常数. 根据(9)和(10)式,  $r = (1 - i)\sqrt{\rho_n\omega/2\eta_{\text{有效}}}$ , 由于少量  $^3\text{He}$  与涡旋的存在,  $\rho_n$  为一个非零的数, 而  $\eta_{\text{有效}}$  为包含涡旋与少量  $^3\text{He}$  的有效粘滞系数. 参考 Ritchie 等人<sup>[1]</sup>给出的含少量  $^3\text{He}$  的液  $^4\text{He}$  稀薄溶液在低温下  $\eta_{\text{有效}} \propto T^{-\beta'}$  的关系 ( $\beta'$  为正数), 故可设

$$(rd)^2 = -ibT^\beta, \quad (50)$$

式中  $\beta$  为可调参量,  $b$  为待定常数. 将(50)式代入(44)式, 得

$$X_3 = -\frac{bT^\beta}{X_2^2 + Y_2^2} [Y_2(X_1^2 - Y_1^2) - 2X_1Y_1X_2], \quad (51)$$

$$Y_3 = -\frac{bT^\beta}{X_2^2 + Y_2^2} [X_2(X_1^2 - Y_1^2) + 2X_1Y_1Y_2]. \quad (52)$$

计算中选用的参量值为  $s = 0.8$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0.5$ . 在选定  $s, \alpha$  和  $\beta$  下, 用最小二乘法拟合求得待定常数  $a$  和  $b$ , 并得到横声阻抗实部  $X$ 、虚部  $Y$  与纯液  $^3\text{He}$  相应值  $X_p, Y_p$  之比与  $T^{-1}$  的关系(如图 1 所示). 理论结果与实验结果<sup>[1]</sup>符合得很好.

综上所述, 通过横声阻抗的计算探讨了在基片与液  $^3\text{He}$  之间有超流  $^4\text{He}$  层的“三明治”模型. 根据这个模型, 从理论上推导出横声阻抗的实部和虚部公式, 并定性解释了 RSB 的实验现象. 数值计算的结果与实验结果相符合, 这说明在液  $^3\text{He}$  中的准粒子通过涡旋与固体表面之间的动量输运起重要的作用. 但液  $^3\text{He}$  中准粒子与附有  $^4\text{He}$  层基片表面的相互作用利用了滑动边界条件与镜面散射, 这种处理是唯象的和不够精确的. 因此, 我

们认为量子流体与固体表面的边界效应尚需进一步探讨。

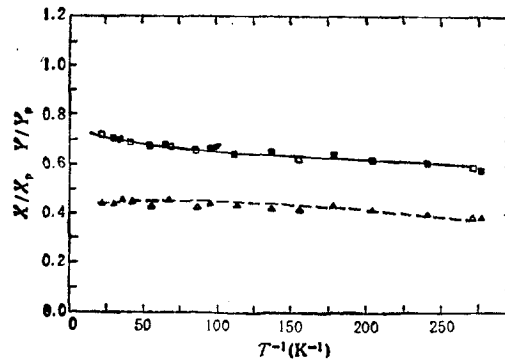


图1  $X, Y$  与纯  $^3\text{He}$  的  $X_p, Y_p$  比值与  $T^{-1}$  的关系 实线和虚线分别为  $X/X_p, Y/Y_p$  的理论计算;方块( $\square, \blacksquare$ )和三角( $\triangle, \blacktriangle$ )为文献[1]的实验结果

- [ 1 ] D. A. Ritchie, J. Saunders and D. F. Brewer, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 465.
- [ 2 ] H. H. Jensen, H. Smith, P. Wölfle and T. M. Bisgaard, *J. Low Temp. Phys.*, **41**(1980), 173.
- [ 3 ] M. J. Lea and P. Fozooni, *Ultrasonics*, **23**(1985), 133.
- [ 4 ] E. P. Milliken, R. W. Richardson and S. J. Williamson, *J. Low Temp. Phys.*, **45**(1981), 409.
- [ 5 ] V. Ambegaokar, B. I. Halperin, D. R. Nelson and E. D. Siggia, *Phys. Rev.*, **B21**(1980), 1806.
- [ 6 ] D. Einzel, H. H. Jensen, H. Smith and P. Wölfle, *J. Low Temp. Phys.*, **53**(1983), 695.
- [ 7 ] T. E. Washburn *et al.*, *Liquid and Solid Helium*, edited by C. G. Kuper, S. G. Lipson and M. Revzen, John Wiley and Sons, New York, (1975), p. 351.
- [ 8 ] J. C. Wheatley, *Rev. Mod. Phys.*, **47**(1975), 467.
- [ 9 ] V. Kotsubo and G. A. Williams, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 691.
- [ 10 ] M. J. Lea and P. W. Retz, *Physica*, **107B**(1981), 225.
- [ 11 ] G. Baym and C. Ebner, *Phys. Rev.*, **164**(1967), 235.



## MOMENTUM TRANSFER BETWEEN $^3\text{He}$ QUASIPARTICLES AND THE SOLID SURFACE VIA VORTICES

Wang Cheng-tai

*Department of Modern Applied Physics, Tsinghua University, Beijing, 100084*

Yu Lu

*International Center for Theoretical Physics, Trieste, Italy; Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing,  
100080*

(Received 24 October 1989; revised manuscript received 10 August 1990)

### ABSTRACT

In this paper, a model of  $^3\text{He}$  liquid layer on an oscillating substrate with a thin superfluid  $^4\text{He}$  film as a boundary layer is considered. The complex surface impedance is calculated using the transmission line theory. The slip boundary condition and the vortex motion are taken into account to compute the momentum exchange between  $^3\text{He}$  and the solid surface. The calculated values are compared with experiments.

**PACC:** 6760; 6740