

一种单螺旋奇怪吸引子

任 志 坚

(华中理工大学电力工程系, 武汉 430074)

张 金 如

(武汉工业大学自动化系, 武汉 430070)

(1993年3月18日收到; 1994年6月14日收到修改稿)

在三阶非线性自治电路的研究中, 作者找到一种带有会聚中心的单螺旋奇怪吸引子。

PACC: 0545

1 引 言

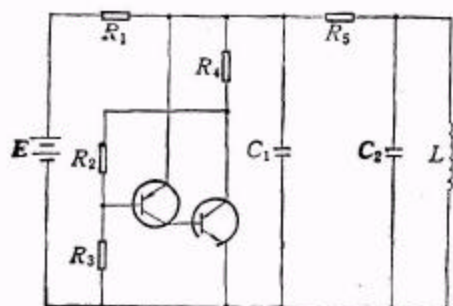
通过对微分动力系统的研究, 人们注意到三阶自治系统产生混沌的途径可以通过周期加倍和周期迭加这两种方式。Lorenz 模型和 Rössler 模型都是用计算机模拟获得按周期加倍方式产生的奇怪吸引子^[1-3]。Chua 用实验方法获得由周期加倍导致的双涡卷奇怪吸引子^[4]。Holden 等人用计算机模拟出既有周期加倍, 又有周期迭加的混沌行为^[5]。本文通过实验方法在三阶自治系统中获得以周期迭加为主要方式产生的混沌吸引子。它是带有一个会聚中心的单螺旋奇怪吸引子。在混沌产生的边缘, 系统还出现周期加倍的现象。通过与 Chua 的电路做对比实验, 本文发现非线性元件对混沌产生的方式和混沌吸引子的结构有重要作用。

2 实验电路和单螺旋奇怪吸引子的产生

实验电路如图 1(a) 所示, 它的拓扑结构与 Chua 的电路基本一样^[4], 所不同的是采用了双晶体管组成的 S 型负阻电路。其伏安特性如图 1(b) 所示。除晶体三极管之外, 电路中所有元件, 如电阻器、电容器和电感器等均为线性元件。由该电路可以产生如图 2 所示的单螺旋结构的混沌吸引子。

实验选取并固定下列参数: $C_1 = 5078\text{pF}$, $C_2 = 9113\text{pF}$, $L = 0.4032\text{mH}$, $E = 5.003\text{V}$, $R_1 = 583\Omega$, $R_2 = 1.091\text{k}\Omega$, $R_3 = 4.395\text{k}\Omega$, $R_4 = 41.91\Omega$ 。改变电阻 R_5 , 使 R_5 从 $320\text{k}\Omega$ 向减小的方向调节, 观察 $i_L-v_{C_2}$ 相图。 $i_L-v_{C_2}$ 的相轨迹从一个很小的极限环开始, 逐步地不连续地变大。当极限环的周长大到一定程度时, 极限环突变成一个闭合环面, 系统进入准周期状态(见图 3(a)-(d))。

继续改变 R_5 值, 环面失稳, 在环面的右边出现一个小突起, 系统开始进入混沌状态。



(a)

(a) 实验原理图



(b)

(b) 非线性组件的伏安特性曲线
y轴: 120mV/格; x轴: 2V/格

图 1

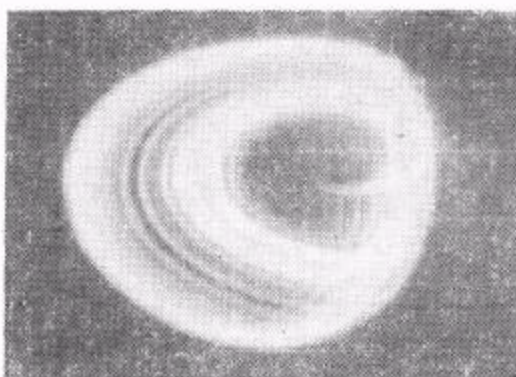
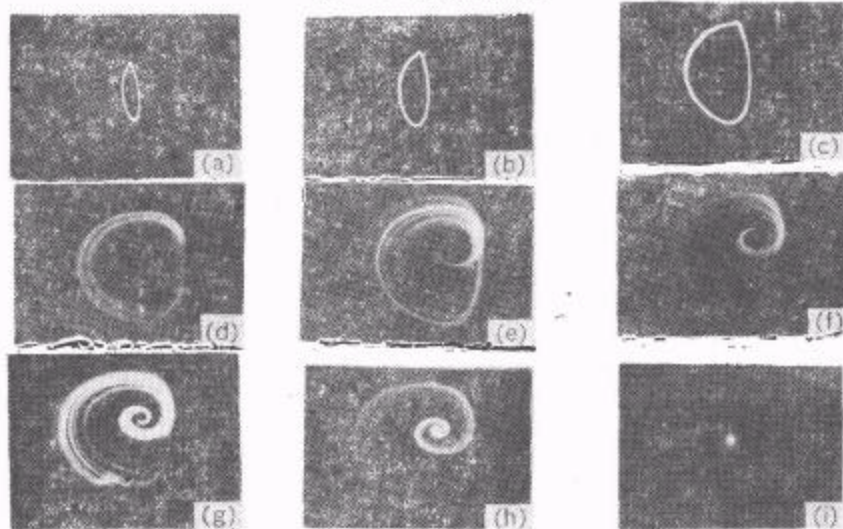


图 2 单螺旋混沌吸引子

图 3 单螺旋奇怪吸引子产生变化过程 x轴 (i_L): 6mA/格; y轴 (v_{C_2}): 50mV/格;
(a)~(c) 为极限环的演变; (d) 为环面; (e)~(h) 为单螺旋吸引子的变化

随着 R_3 值的减小, 这个小突起部分连续地以螺旋方式向中心沿伸、盘绕, 直至中心形成一个会聚点. 当 $R_3 \leq 1.20k\Omega$ 时, 混沌状态突然消失, 相轨迹变成一个点(见图 3(e)~(i)).

上述现象通过调节电源电压 E 或 R_1, R_2 等参数均可获得。

观察 i_L 和 v_{C_1} 的波形, 在系统进入准周期之前, i_L 和 v_{C_1} 均为周期波。系统进入混沌之后, i_L 和 v_{C_1} 的波形变成混乱的混沌波形(见图 4)。



(a) 进入准周期前 i_L (上)和 v_{C_1} (下)的波形 (b) 进入混沌后 i_L (上)和 v_{C_1} (下)的波形

图 4

用频谱仪可以清楚地观察到系统在极限环、准周期和混沌这三种不同状态时, 频谱从离散频谱, 变成“簇状峰”结构, 直到连续的混沌频谱(见图 5)。

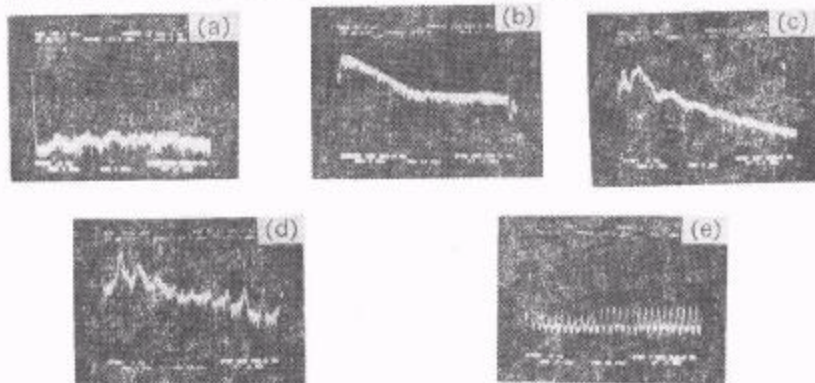


图 5 频谱图 (a),(b),(c) 分别为 v_{C_1}, v_{C_2} 和 i_L 的混沌频谱; (d) 为 i_L 的准周期频谱; (e) 为 i_L 的极限环频谱

图 6 为 $i_L-v_{C_1}$ 和 $v_{C_1}-v_{C_2}$ 混沌相图。它们不具有对称的螺旋结构。



(a) $i_L-v_{C_1}$ 相图 x 轴: 12mA/格; y 轴: 0.5V/格
(b) $v_{C_1}-v_{C_2}$ 相图 x 轴: 50mA/格; y 轴: 0.5V/格

图 6 混沌相图

3 结果与讨论

实验表明单螺旋吸引子产生的主要方式为极限环周期递加 \rightarrow 准周期运动 \rightarrow 混沌。每个极限环对应着系统中一个自振状态。相应的频谱在 f_0 和 nf_0 ($n=2,3,4,\dots$) 处出现尖峰(见图 5(e))。此时, 系统具有明显的锁频效应, 使电路参数在一个小范围内变化系

统的周期保持不变。两个相邻的极限环过渡是不连续的。从一个极限环跳变成另一个极限环，对应的周期发生改变。周期的变化呈简单的递加规律(如表 1 所示)。这种周期递加的极限环跳变现象，我们称之为“环跳”现象。实验表明，极限环的周期递加，与负阻器的输出电流紧密相关。

表 1 极限环周期变化

相 图	C	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}
周期/ μs		34	32	30	28	26	24	22	19	17	15	13	11	8

在混沌产生的边缘，单极限环在一定条件下分岔，变成周期为其 2 倍的双极限环，并且出现“双极限环跳变”现象(见图 7)。这表明系统状态的变化，除周期递加规律起主导作用外，还存在周期加倍规律的影响。



图 7 “双环跳”现象

将双涡卷吸引子和单螺旋吸引子做对比实验，发现混沌吸引子的产生方式及其形态结构具有如下规律：

1. 系统的非线性特征决定了混沌产生的方式

从图 1(b) 知，该系统的非线性特征是非对称性的 S 型曲线。把具有这类特征的非线性元件用于二阶非自治系统，可以产生“魔鬼阶梯”的混沌现象^[6]。“魔鬼阶梯”的产生，具有周期递加的特点。

将同类非线性元件用于三阶自治系统，在通向混沌的道路中，仍然具有以周期递加为主的特征。虽然，二者是不同的系统，由于非线性特征相似，导致混沌产生的方式也相似。

2. 三阶非线性自治系统的平衡点制约了混沌吸引子的形态结构

在 Chua 的电路中，系统除原点外有两个对称分布的平衡点。系统的状态从极限环的倍周期分岔到双涡卷吸引子的形成，始终围绕着两个对称平衡点进行。平衡点的对称性导致混沌吸引子呈对称分布的双涡卷结构。

在图 1(a) 所示的电路中，仅有一个平衡点，系统的状态同样紧紧围绕着这个平衡点变化和运动。虽然电路拓扑结构与 Chua 的电路完全一样，但形成的混沌吸引子形态完全不同，单一平衡点决定混沌吸引子具有单螺旋结构。

作者对丁秋英、任晓红、张文灿和陈建喆老师为实验提供方便谨致谢忱。

- [1] 郝柏林, 物理学进展, 3(1983), 329.
- [2] E. N. Lorenz, *J. Atmos. Sci.*, 20(1963), 130.
- [3] O. E. Rössler, *Phys. Lett.*, 57A(1976), 397.
- [4] T. Matsumoto, L. O. Chua and M. Komuro, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, CAS-32(1985), 797.
- [5] A. V. Holden and Y. S. Fan, *Chaos, Solitons & Fractals*, 2(1992), 349.
- [6] L. O. Chua, Y. Yao and Q. Yang, *Int. J. Circuit Theor. Appl.*, 14(1986), 315.

A KIND OF SINGLE SPIRAL STRANGE ATTRACTOR

REN ZHI-JIAN

(Department of Electrical Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

ZHANG JIN-RU

(Department of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070)

(Received 18 March 1993; revised manuscript received 14 June 1994)

ABSTRACT

In the investigation of a third order nonlinear autonomous electrical circuit, we found a new kind of single spiral strange attractor which has a convergent centre point.

PACC: 0545