

二维方格形复合介质中导电性的 渗流临界指数*

包科达 尹光俊

(北京大学物理系, 北京 100871)

(1994年3月25日收到)

在方格形、圆形和四边星形复合介质导电性的严格数值解基础上, 分析和研究了这三种几何形态在渗流阈值附近的导电特性, 并求得了它们的导电临界指数, 分别为 0.356, 0.675 和 0.209. 它们不仅在数值上较之分立网络系统的导电临界指数有相当大的差别, 而且没有普适性. 建议用文中的(3)和(12)式概括两元性和非两元性复合材料的有效电导率, 引进了作为复合介质微结构函数的幂指数 m , 并证明临界指数等于临界幂指数的倒数, 它的数值完全由复合介质的几何形态所决定.

PACC: 7215

1 引 言

近年来对非均匀介质的输运性质与其微结构之间的关系的研究, 尤其对此种介质中可能发生的渗流现象的研究^[1-3], 引起广泛的兴趣. 这部分是因为很多物理和材料科学问题与之密切有关; 部分是因为它可为各种非均匀性效应的理论, 提供必要的检验. Broadbent 和 Hammersley^[4,7] 首先引进渗流阈值的概念, 他们对流体穿过非均匀的元序介质使用了格点模型, 并得到结论: 当活化介质的浓度小于一个阈值时, 不会有流体流动. 对一些无序系统中出现的金属-半导体转变, 导体-绝缘体转变和无定形材料中自由载流子低漂移率等有重要应用背景的现象研究, 也是当前人们对渗流理论关注的原因之一. Mark 和 Beale 等人^[8,9] 研究了掺金属微粒的电介质(如铝或铍的高氯酸盐粒子掺在分子凝固剂中形成的固体燃料)中可能出现的淬断现象, 发现淬断场与粒子浓度之间(尤其在渗流阈值附近)有强烈的依赖关系. 他们试图应用分立的结点或键棒点阵模型模拟和解释上述材料中发生的淬断的物理机制^[8-11]. 综观近一、二十年来在这方面的理论研究, 基本上都是立足于各种渗流的分立的点阵模型进行的, 例如以计算机模拟点联结或棒联结形成的电阻网络. 这些研究表明, 若用 C 表示电阻元件的浓度, 而以 C^* 表示电阻网络的渗流阈值, 并以幂函数的形式表示渗流阈值附近网络有效电导率 σ 趋向于零的规律, 即

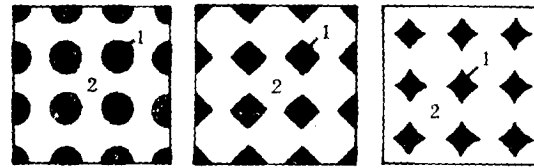
$$\sigma = \sigma_0(C - C^*)^\xi, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助的课题.

其中 ξ 为电导率的临界指数, 则各类点阵的网络系统的渗流阈值和临界指数的数值列于表 1.

表 1 各类点阵的渗流阈值和临界指数的数值

维 数	点 阵	渗流阈值 C^*		临界指数 ξ
		点 联 结	棒 联 结	
$d = 2$	蜂 巢	0.696	0.653	~1.3
	正 方	0.593	0.500	
	三 角	0.500	0.347	
$d = 3$	简单立方	0.312	0.249	~2.0
	体心立方	0.245	0.178	
	面心立方	0.198	0.119	



(a) 二维方格形几何形态 (b) 二维圆形几何形态 (c) 二维四边星形几何形态

图 1

必须着重指出, 实际由多种组元填充二维或三维空间而成的非均匀介质和复合材料的浓度、几何形态等微结构因素都是连续可变的, 而这些很难用简单的网络加以概括. 沈平等^[12,13]认为这些连续变化的几何形态和构造不仅会移动渗流阈值和渗流特性, 而且还会对临界指数产生影响. Halperin 等人^[14]研究了所谓果酱-干酪模型的连续复合介质中的渗流现象, 初步结果已经显示出渗流特性与表 1 所列的数值有相当大的差别.

我们认为: 从理论上研究连续复合介质输运性质譬如它的导电性的渗流特性的第一步, 可先从一些典型的几何形态作周期变化的非均匀介质入手, 因为对于它们的输运性质, 我们已经掌握严格的数值解^[15-18]. 这里包括无限长的正方形截面的柱体周期地镶嵌在方格形点阵的结点上的两相复合介质(下面简称二维方格形几何形态, 见图 1(a))^[15,16], 无限长的圆形截面的柱体周期地镶嵌在方格形点阵的结点上的两相复合介质(下面简称为二维圆形几何形态, 见图 1(b))^[17,18], 和无限长的四边星形截面的柱体周期地镶嵌在方格形点阵的结点上的两相复合介质^[17,18](下面简称为二维四边星形几何形态, 见图 1(c)). 本文的目的就是在这三种几何形态的复合介质有效电导率的严格数值解的基础上, 讨论当电导率比 $s^2 = (\sigma_1/\sigma_2)$ 趋向无穷或零时, 其中发生的渗流现象, 确定渗流阈值和临界指数. 这里的 σ_1 和 σ_2 分别是组成复合介质的组元“1”和“2”的电导率. 本文给出上述三种几何形态复合介质的有效电导率的数值, 主要对三种几何形态的导电性及其渗流特性作理论分析. 分别对两元性材料和非两元性材料建议了归纳有效电导率数据的公式, 并引进了能反映复合介质微结构和几何形态的幂指数 $m(s^2, C_1, g)$, 其中 g 表示介质几何形态

的因素。可以证明,当 s^2 趋向无穷大或零和 $C_1 = C_1^*$ 时, 幂指数 m 的倒数等于临界指数 ξ , 完全由系统的几何形态决定。在比较三种几何形态复合介质渗流特性以及分立的电阻网络的渗流特性的基础上, 对研究结果作必要的讨论。

2 三种几何形态的有效电导率

应用我们在文献 [15, 16] 中介绍过的代表元的方法求得二维两相方格形几何形态复合介质的电场分布, 并在此基础上计算得到的有效电导率 (σ_e/σ_2) 和 (σ_e/σ_1) 的数值, 分别示于图 2 和图 3。其中 $s^2 = 2, 10^3, 10^4$ 和 10^6 的有效电导率数值, 直接取自文献 [16], 但 $s^2 = 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$ 和 512 时的 (σ_e/σ_2) 和 (σ_e/σ_1) 随组元“1”的体积浓度 $C_1 (=1-C_2)$ 的变化是本文重新计算的, 表 2 列出计算结果。

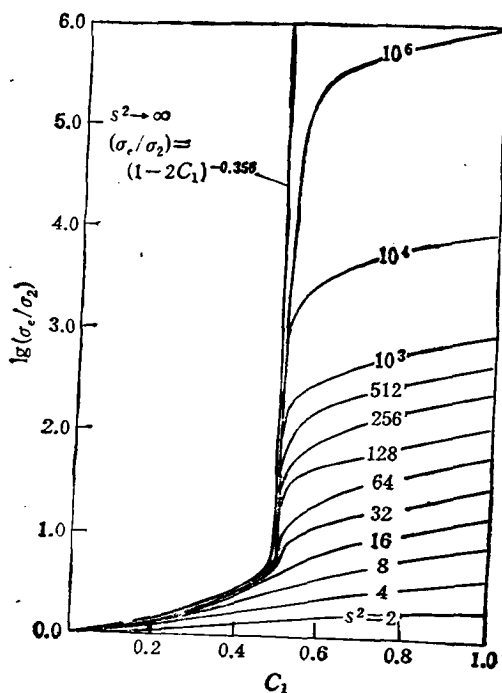


图 2 二维方格形复合介质的 $\lg(\sigma_e/\sigma_2)$ 随 s^2 和 C_1 的变化曲线

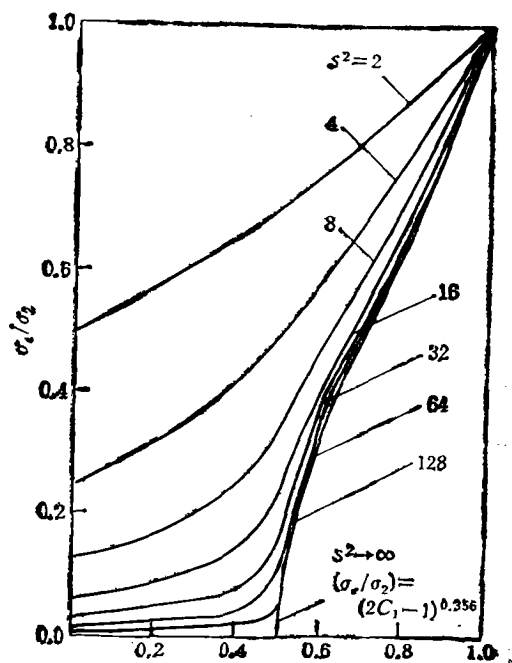
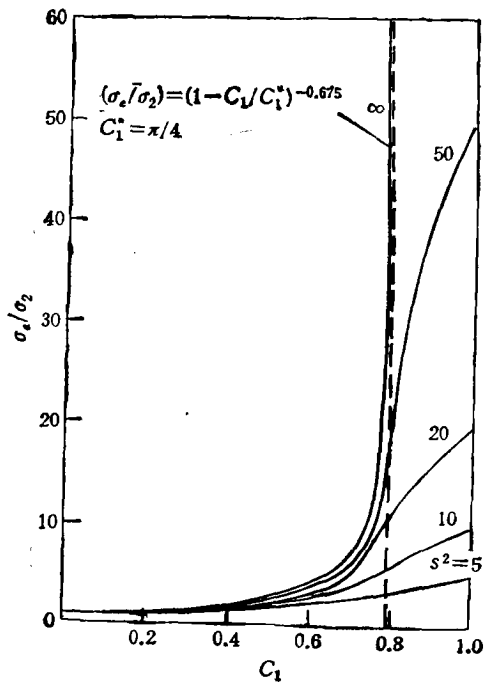
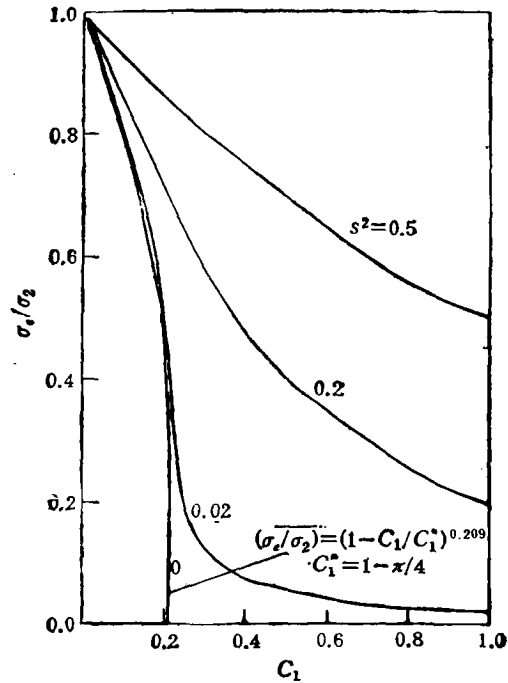


图 3 二维方格形复合介质的 σ_e/σ_1 随 s^2 和 C_1 的变化曲线

图 4 和图 5 分别示出二维圆形和四边星形几何形态复合介质的有效电导率 (σ_e/σ_2) 随“1”相浓度 C_1 和电导率比 s^2 的变化情况^[17, 18]。图 2 至图 5 表明, 二维方格形、圆形和四边星形的复合介质的渗流阈值分别为 0.5, $(\pi/4) = 0.7854$ 和 $(1 - \pi/4) = 0.2146$ 。当组元“1”达到这个浓度值后, 二维方格形和圆形复合介质将转变为超导体(当 $s^2 \rightarrow \infty$ 时), 而二维四边星形复合介质转变为完全绝缘体(当 $s^2 \rightarrow 0$ 时)。

表 2 电导率比在 $4 \leq s^2 \leq 512$ 范围内的两维方格形复合介质的有效电导率 (σ_e/σ_1) 的数值

C_1	$s^2 = 4$	$s^2 = 8$	$s^2 = 16$	$s^2 = 32$	$s^2 = 64$	$s^2 = 128$	$s^2 = 256$	$s^2 = 512$
0.01	—	1.0165	—	1.0205	—	1.0217	—	1.0220
0.05	1.0638	1.0855	1.0993	1.1072	1.1114	1.1136	1.1148	1.1152
0.10	1.1320	1.1789	1.2094	1.2271	1.2367	1.2417	1.2442	1.2455
0.20	1.2840	1.3965	1.4733	1.5195	1.5451	1.5587	1.5656	1.5691
0.30	1.4634	1.6735	1.8282	1.9263	1.9824	2.0125	2.0281	2.0362
0.40	1.6846	2.0585	2.3709	2.5892	2.7220	2.7960	2.8352	2.8554
0.49	—	2.6720	—	4.2669	—	5.2660	—	5.6220
0.50	2.0	2.8284	4.0	5.6569	8.0	11.314	16.0	22.627
0.51	—	2.9940	—	7.5005	—	24.307	—	91.071
0.60	2.3745	3.8863	6.7485	12.359	23.512	45.780	90.293	179.31
0.70	2.7334	4.7804	8.7518	16.612	32.284	63.602	126.23	251.45
0.80	3.1153	5.7286	10.860	21.060	41.421	82.120	163.52	326.30
0.90	3.5336	6.7860	13.230	26.078	51.751	103.08	205.75	411.08
0.95	3.7601	7.3699	14.555	28.902	57.585	114.94	229.64	459.07
0.99	—	7.8701	—	31.357	—	125.28	—	500.98
1.00	4.0	8.0	16.0	32.0	64.0	128.0	256.0	512.0

图 4 两维圆形复合介质的 σ_e/σ_2 随 C_1 和 s^2 变化曲线图 5 两维四边星形复合介质的 σ_e/σ_2 随 C_1 和 s^2 变化曲线

3 渗流阈值附近的导电性和渗流临界指数

在分析两维两相有效介质理论 (EMT) 提供的计算有效电导率公式

$$(\sigma_c/\sigma_2) = \frac{1}{2} [(2C_1 - 1)(s^2 - 1) + \sqrt{|2C_1 - 1|^2(s^2 - 1)^2 + 4s^2}] \quad (2)$$

的基础上, 考虑到 Costa 等人^[9]应用实空间重整化群方法处理由键混合电阻组成的正方形格子网络后所建议的有效电导率的解析式, 能较好地表征系统的导电性, 我们建议用下列公式概括方格形几何形态复合介质的有效电导率:

$$(\sigma_c/\sigma_2) = [(C_1 - C_1^*)(s^{2m} - 1) + \sqrt{|C_1 - C_1^*|^2(s^{2m} - 1)^2 + 4s^{2m}}]^{\frac{1}{m}}, \quad (3)$$

其中 C_1^* 为渗流阈值, 对于方格形几何形态 $C_1^* = 0.5$, m 为我们引进的一个幂指数, 一般地说, 它是复合介质的体积浓度 C_1 , 电导率比 s^2 和系统几何形态的函数。当 $C_1 = C_1^*$ 和 s^2 趋向无穷大或零时的幂指数, 称为临界幂指数。不难看出, (3)式满足 $C_1 = 0$, $\sigma_c = \sigma_2$ 和 $C_1 = 1$, $\sigma_c = \sigma_1$ 的边值条件。此外, (3)式还满足两元性材料的重要性质^[20,21]:

$$\sigma_c(\sigma_1, C_1; \sigma_2, 1 - C_1) \sigma_c(\sigma_2, C_1; \sigma_1, 1 - C_1) = \sigma_1 \sigma_2 \quad (4)$$

和当 $C_1 = 0.5$ 时

$$\sigma_c^2 = \sigma_1 \sigma_2. \quad (5)$$

两元性材料的基本特征是: (1) 在不改变两相的边界情况下, 交换电导率 σ_1 和 σ_2 , 当 $C_1 = C_2$ 时得到宏观上相同的材料; (2) 通过连续地改变两相的边界的几何尺寸, 系统可以从 $C_1 = 0.5$ 连续地改变到 $C_1 = 0$; (3) 通过交换复合材料中的 σ_1 和 σ_2 , 可使材料的体积浓度延伸到 $C_1 > 0.5$ 的范围。两维两相方格形几何形态的复合介质就是这种两元性材料的典型代表。

对于这类两元性材料, 为了使(3)式能满足两元性关系式(4)和(5), 幂指数 m 不能仅是 s^2 的简单函数, 而应是它的某种复合函数, 即

$$m = m(C_1, \mathcal{S}, g), \quad (6)$$

其中参量 $\mathcal{S} = (s^2 + s^{-2})^{-1}$, 当交换两相的 σ_1 和 σ_2 时, \mathcal{S} 的数值不变, 即两元性材料的幂指数 m 相对两相的电导率具有对称性。对于两相复合材料中的一相是超导材料 ($\sigma = \infty$) 或是完全绝缘的电介质 ($\sigma = 0$), 而另一相的电导率有限, 则 $\mathcal{S} = 0$ 。因此, 达到渗流阈值时的临界幂指数 m^* 将只与复合介质的几何形态有关。不难由(3)式证明, 导电性的临界指数 ξ 等于临界幂指数 m^* 的倒数, 故也仅与介质的几何形态有关。

把(3)式应用于 $s^2 = \infty$ 的情况, 可以得到

$$(\sigma_c/\sigma_2) = \begin{cases} (1 - 2C_1)^{-\xi}, & \text{当 } 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ \infty, & \text{当 } C_1 = C_1^*; \\ \infty, & \text{当 } C_1^* \leq C_1 \leq 1, \end{cases} \quad (7)$$

或

$$(\sigma_c/\sigma_1) = \begin{cases} 0, & \text{当 } 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ 0, & \text{当 } C_1 = C_1^*; \\ (2C_1 - 1)^\xi, & \text{当 } C_1^* \leq C_1 \leq 1. \end{cases} \quad (8)$$

显然,(7)式适用于 $s^2 = \infty$ 是因为 $\sigma_1 = \infty$ (c_2 有限)的情况,即电导率有限的基底上悬浮超导颗粒,而(8)式适用于 $s^2 = \infty$ 是因为 $\sigma_2 = 0$ (σ_1 有限)的情况,即电导率有限的颗粒悬浮于完全绝缘的电介质基底上。(7)和(8)两式中的临界指数 $\xi = (m^*)^{-1}$ 。

对于在电介质基底上悬浮电导率有限的颗粒,(6)式还说明,在渗流阈值附近,复合介质的几何形态对有效电导率曲线的走向有显著的影响。为此,把(6)式对“1”相浓度 C_1 取导数,可得

$$\frac{\partial(\sigma_e/\sigma_1)}{\partial C_1} \Big|_{C_1=C_1^*} = \begin{cases} \infty, & \text{当 } \xi < 1; \\ 2, & \text{当 } \xi = 1; \\ 0, & \text{当 } \xi > 1, \end{cases} \quad (9)$$

其中当 $\xi = 1$ 时,曲线的斜率等于 2,这显然就是有效介质理论给出的结果。有趣的是,取决于复合介质的几何形态的不同,以有效介质理论给出的直线为界,因临界指数 ξ 大于或小于 1 的不同,以渗流阈值处为起点,曲线分岔为两个分支:一个对应于斜率为无穷大的快速的导电性增长 ($\xi < 1$);另一个对应于斜率为零的导电性缓慢变化 ($\xi > 1$)。图 6 为这种因几何形态不同而引起的分岔现象的示意图。

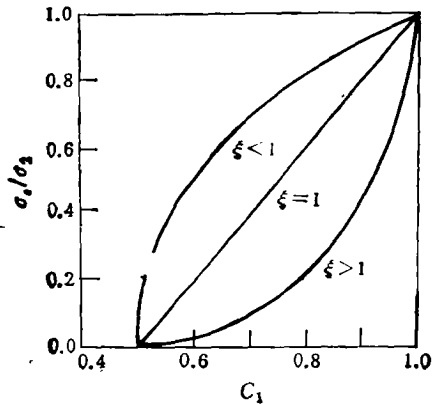


图 6 由复合介质几何形态不同引起的分岔现象

值得指出的是,这种因几何形态不同而引起的导电性的分岔现象,不仅可以在临界阈值处可以看到,而且在 $C_1 = 1$ 附近也能看到(见图 6)。此时

$$\frac{\partial(\sigma_e/\sigma_1)}{\partial C_1} \Big|_{C_1=1} = 2\xi, \quad (10)$$

当 $\xi = 1$ 时,直线斜率为 2,对应于两维两相有效介质理论给出的结果;当 $\xi \geq 1$ 时,曲线斜率大于或小于 2,前者与临界阈值处的曲线斜率为零相对应,后者与临界阈值处的曲线斜率等于无穷大相对应。这些结果说明,复合介质的几何形态将对它的导电性的渗流特性产生重要的影响;反之通过实验测定复合介质的临界指数,可以定性判别此介质的几何形态的基本类型。

应用(3)式和表 2 及文献[16]和表 2 中给出的方格形几何形态的有效电导率的数值,我们确定了方格形几何形态的临界指数,得到

$$\xi(\text{方格形}) = 0.356. \quad (11)$$

在确定此数值过程中,首先用计算机按(3)式数值求解每组 (C_1, s^2) 数值相应的幂指数 m 的数值;随后应用最小二乘法对确定浓度下的幂指数 m 随参量 $\mathcal{S} = (s^2 + s^{-2})^{-1}$ 变化作多项式回归,从而确定 $\mathcal{S} \rightarrow 0$ (因 $s^2 \rightarrow \infty$ 或 $s^2 \rightarrow 0$) 时的幂指数 m 的数值(见表 3);

表 3 方格形几何形态复合介质的幂指数 m 当 $s^2 \rightarrow \infty$ 时随浓度 C_1 的变化情况

C_1	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.49	0.50
m	0.922	0.9605	1.012	1.128	1.282	1.524	2.235	2.806
σ_e/σ_1	1.02215	1.11594	1.24682	1.5730	2.0445	2.8760	5.7550	∞

最后, 对 $s^2 \rightarrow \infty$ 时的幂指数 m 随浓度 C_1 的变化情况, 作类似的回归处理, 确定临界幂指数 m^* 的数值(见表 3 的最后一列), 从而定出临界指数 ξ 的数值。用(11)式的 ξ 数值代入(7)和(8)式算得的临界曲线分别示于图 2 和图 3。

为了得到两维的圆形和四边星形几何形态的复合介质的临界指数, 必须构造一个异于(3)式, 并适用于非两元性材料导电性的公式。这样的解析式可写成以下形式:

$$(\sigma_e/\sigma_2)^m = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(s^{2m} - 1)(C_1 - C_1^*)}{C_1^* + s^{2m}(1 - C_1^*)} + \sqrt{\left[\frac{(s^{2m} - 1)|C_1 - C_1^*|}{C_1^* + s^{2m}(1 - C_1^*)} \right]^2 + 4 \left[1 + \frac{(s^{2m} - 1)C_1^*}{C_1^* + s^{2m}(1 - C_1^*)} \right]} \right\}. \quad (12)$$

显然, 上式也满足 $C_1 = 0$ 时, $\sigma_e = \sigma_2$ 和 $C_1 = 1$ 时的 $\sigma_e = \sigma_1$ 的边值条件; 当 $C_1^* = 1/2$ 时, (12)式回到(3)式的情况。式中的渗流阈值 C_1^* 的数值对于圆形几何形态和四边星形几何形态分别取 0.7854 和 0.2146。把(12)式应用于 $s^2 = \infty$ 和 $s^2 = 0$ 两种情况, 分别可得

(1) 当 $s^2 = \infty$ 时

$$(\sigma_e/\sigma_2) = \begin{cases} (1 - C_1/C_1^*)^{-\xi}, & 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ \infty, & C_1^* \leq C_1 \leq 1, \end{cases} \quad (13)$$

或

$$(\sigma_e/\sigma_1) = \begin{cases} 0, & 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ [(C_1 - C_1^*)/(1 - C_1^*)]^\xi, & C_1^* \leq C_1 \leq 1. \end{cases} \quad (14)$$

显然, (13)式适用于超导颗粒 ($\sigma_1 = \infty$) 悬浮于电导率有限基底上的情况; 而(14)式描述电介质 ($\sigma_2 = 0$) 基底上镶嵌电导率有限的颗粒的情况。

(2) 当 $s^2 = 0$ 时

$$(\sigma_e/\sigma_2) = \begin{cases} (1 - C_1/C_1^*)^\xi, & 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ 0, & C_1^* \leq C_1 \leq 1, \end{cases} \quad (15)$$

或

$$(\sigma_e/\sigma_1) = \begin{cases} \infty, & 0 \leq C_1 \leq C_1^*; \\ [(1 - C_1^*)/(C_1 - C_1^*)]^\xi, & C_1^* \leq C_1 \leq 1. \end{cases} \quad (16)$$

同理, (15)式适用于由完全绝缘的电介质 ($\sigma_1 = 0$) 组成的颗粒悬浮于电导率有限基底上的复合介质; 而(16)式描述电导率有限的颗粒悬浮于超导体基底上的情况。

对(13)至(16)式作类似于前面做过的, 在渗流阈值附近有效电导率随浓度 C_1 变化的速率分析, 对于非两元性材料可得到类似(9)和(10)式的结果, 即当临界指数 ξ 分别取等于 1、大于 1 和小于 1 三种数值时, 描述有效电导率变化的曲线, 可以有完全不同的三种走向, 应用这一性质, 可以定性判别复合介质几何形态的类型。

应用(12)式和文献[17, 18]所提供的有关圆形几何形态和四边星形几何形态导电性的严格理论计算值, 用计算机作类似前面已经介绍过的有关方格形几何形态的处理, 可以分别确定这两种几何形态两维导电性的临界指数。表 4 和表 5 分别列出圆形和四边星形几何形态复合介质幂指数 m 随浓度 C_1 的变化情况, 以及由此定出的临界指数 ξ 的数值, 它们分别为

表 4 圆形几何形态的复合介质的幂指数 m 当 $s^2 \rightarrow \infty$ 时随浓度 C_1 的变化情况

C_1	0.1	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.76	0.77	0.78	0.785398
m	0.6788	0.7275	0.7753	0.8328	0.8998	0.9832	1.106	1.218	1.254	1.303	1.390	1.481
σ_1/σ_2	1.2222	1.5003	1.8602	2.3510	3.0802	4.3418	7.4327	12.751	15.441	20.433	35.934	∞

表 5 四边星形几何形态的复合介质的幂指数 m 当 $s^2 \rightarrow 0$ 时随浓度 C_1 的变化情况

C_1	0.03	0.06	0.10	0.14	0.20	0.21	0.214602
m	2.185	2.294	2.484	2.753	3.675	4.2367	4.776
σ_1/σ_2	0.9334	0.8668	0.7768	0.6813	0.4813	0.4038	0

$$\xi(\text{圆形}) = 0.675, \quad (17)$$

$$\xi(\text{四边星形}) = 0.209. \quad (18)$$

由此得到的 (σ_1/σ_2) 随 C_1 变化的曲线分别示于图 4 和图 5。

4 讨 论

上述对两维两相圆形、方格形和四边星形几何形态复合介质的导电性研究结果表明,当几何形态从圆形,方格形到四边星形变化时,导电性的临界指数 ξ 从 0.675, 0.356 到 0.209 变化。造成这种变化的原因是,在渗流阈值附近,悬浮颗粒相邻区域的几何形态的明显区别,后者将对电流密度的通道的电阻率产生重要影响,因此临界指数将完全由几何形态决定。其次注意到上述三种连续复合介质的临界指数都小于 1,而与表 1 所示的两维的分立的网络上得到的导电性临界指数 1.3 (大于 1),有明显的差别。正如文中分析过的那样,这时在渗流阈值附近表征导电特性的曲线的走向有重要的区别。但必须指出,这个结论是对颗粒作周期性有规排列的两维复合介质得出的。这种几何形态下的颗粒的几何形状、大小和相对分布等微结构因素发挥重要的作用,这也是为什么没有得到如分立网络上存在的临界指数具有普适性的原因。可以预期,对于无序的多相复合介质,几何形态因素的影响将有一定程度的减弱,但是是否会引出如分立网络系统上存在的普适性的结果,仍有待于进一步研究。最后,值得指出,本文对于方格形几何形态的有效电导率数值,一直算到电导率比为 10^6 这样大的数量级,若再考虑到幂指数 m 在临界阈值附近不应有突变,故由此引出的临界指数数值具有相当高的可靠性。相对而言,对于圆形和四边星形几何形态,由于文献 [17, 18] 给出的有效电导率数值,只算到 $s^2 \leq 100$, 由此引出的临界指数的数值的精确度较之方格形几何形态的数值要差。从方格形的幂指数数值随电导率比由 100 变到 10^6 的变化情况所作的估计表明,由此引起的最大误差不会超过临界指数数值的 $\pm 5\%$, 因此不影响 ξ 数值的数量级。

[1] S. Kirkpatrick, *Rev. Mod. Phys.*, **45**(1973), 574.

[2] A.L. Efros, *Phys. and Geometry of Disorder, Percolation Theory* (Mir Publishers, Moscow 1986).

[3] D. Stauffer, *Introductions to Percolation Theory* (Taylor & Francis Ltd. 1985).

- [4] A.Aharony and D. Stauffer, *Percolation*, Encyclopedia of Physical Science and Technology, Vol. 10(Academic Press, Inc. 1987).
- [5] J.W. Essam, *Rep. Prog. Phys.*, **43**(1980), 833.
- [6] S.R. Broadbent and J.M. Hammersley, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **53** (1957), 629.
- [7] J.M. Hammersley, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **53**(1957), 642.
- [8] M.F. Gyure and P.O. Beale, *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 9533.
- [9] P.O. Beale and P.M. Duxbury, *Phys. Rev.*, **B37**(1988), 2785.
- [10] D.R. Bowman and D.Stroud, *Phys. Rev.* **B40**(1989), 4641.
- [11] B.B. Stinchcombe, R.M. Duxbury and P.Shubla, *J. Phys. A*, **19**(1986), 3903.
- [12] P. Sheng, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 60.
- [13] P. Sheng and R.V. Kohn, *Phys. Rev.*, **B26**(1989), 1331.
- [14] B.I. Halperin, Shechao Feng and P.N. Sen, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 2391.
- [15] Bao Ke-da, J.Azell and G.Grimvall, *Phys. Rev.*, **B41**(1990), 4330.
- [16] Lu Hui and Bao Ke-da, *Phys. Rev.*, **B46**(1992), 9209.
- [17] W.T. Perrins, D.R. McKenzie and R.C. McPhedran, *Proc. Roy. Soc. Lond.* **A369**(1979), 207.
- [18] G.W. Milton, R.C. McPhedran and D.R. McKenzie, *Appl. Phys.*, **25**(1981), 23.
- [19] U.M.S. Costa, C. Tsallis and G. Schwachheim, CBPF-NF-032/85.
- [20] A.M. Dykhne, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **59**(1970), 110 [*Sov. Phys. -JETP* **32**(1971), 63].
- [21] J.B. Keller, *J. Math. Phys.*, **5**(1964), 548.

PERCOLATION CRITICAL EXPONENT FOR THE ELECTRIC CONDUCTION IN A TWO-DIMEN- SIONAL CONTINUUM COMPOSITE MEDIUM

BAO KE-DA YIN GUANG-JUN

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

(Received 25 March 1994)

ABSTRACT

Using rigorous numerical results of effective conductivity in two-dimensional composite media with three geometric morphologies: checkerboard, cycle and four-side asteroid, we investigate the feature of electric conduction near the percolation threshold and estimate the critical exponent for these three morphologies. We find critical exponent of electric conductivity for checkerboard, cycle and four-side asteroid morphologies are 0.356, 0.675 and 0.209 respectively. They are significantly different from the standard discrete-lattice networks results not only in values, but also in absence of universality. We have suggested Eqs. (3) and (12) to formulate the effective conductivities for dual and non-dual materials. The power exponent m is introduced as a function of microstructure of composite material. It is proved that the value of critical power exponent, dependent upon morphology of medium only, is reciprocal of critical exponent.

PACC: 7215