第 50 卷 第 5 期 2001 年 5 月
1000-3290/2001/50(05)/0847-04
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.50,No.5,May,2001

一类含参数不确定性混沌系统的自适应控制*

李 智 韩崇昭
(西安交通大学电信学院,西安 710049)

(2000 年 11 月 15 日收到;2000 年 12 月 17 日收到修改稿)

基于 Lyapunov 函数,对一类含参数不确定性混沌系统,当系统的不确定性参数具有未知界时,给出了自适应控制器的设计方法和构造控制器的解析式.构造混沌控制器直接代入控制器的参数化公式即可.方法简单,无需拼凑,能够使系统消除混沌并渐近稳定到任何期望的光滑轨道上.而整个设计过程无需预先知道未知参数的估计值和精确值.仿真验证了其有效性.

关键词:混沌系统,自适应混沌控制,Lyapunov 函数,参数不确定性
PACC:0545,4265

1 引 言

近年来,在混沌控制方面已取得重大的进展.已有参数扰动法[1,2],工程反馈控制方法[3]等.下面基于 Lyapunov 函数,对一类含参数不确定性非线性混沌系统,当系统的不确定性参数具有未知界时,给出自适应控制器的设计方法.

2 系统数学模型与问题描述

考虑如下含参数不确定性非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta + u, \tag{1}$$

其中 $x\in R^n$ 是系统的状态,$\theta\in R^p$ 是系统的未知参数向量,$f(x)$,$F(x)$是具有适当维数的向量矩阵,$u\in R^n$ 是控制输入.与(1)式相应的标称自治系统为

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta. \tag{2}$$

设 x_d 为任一期望的光滑轨道,选取

$$u = \dot{x}_d - f(x_d) - F(x_d)\hat{\theta} + \alpha(x, x_d, \hat{\theta}), \tag{3}$$

其中 $\alpha(x, x_d, \hat{\theta})$为待确定的补偿器,$\hat{\theta}\in R^p$ 是有待确定的参数向量.

将(3)式代入(1)式得

$$\dot{e} = \tilde{f}(e, x_d) + \tilde{F}(e, x_d)\theta + F(x_d)\tilde{\theta} + \bar{\alpha}(e, x_d, \hat{\theta}), \tag{4}$$

其中

$$e = x - x_d, \tilde{f}(e, x_d) = f(x) - f(x_d),$$

$$\tilde{F}(e, x_d) = F(x) - F(x_d), \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta},$$

$$\alpha(x, x_d, \hat{\theta}) = \alpha(x_d + e, x_d, \hat{\theta}) = \bar{\alpha}(e, x_d, \hat{\theta}).$$

我们的目标是寻找补偿器 $\bar{\alpha}(e, x_d, \hat{\theta})$,满足

$$\lim_{t\to\infty} \| e(t) \| = \lim_{t\to\infty} \| x(t) - x_d(t) \| = 0. \tag{5}$$

3 自适应混沌控制设计

假设 1 $\dot{e} = \tilde{f}(e, x_d)$,在 $e = 0$ 处是渐近稳定的,即对 $\forall (e, t)\in R^n \times R^+$,存在正数 $\gamma > 0$ 和有连续一阶偏导数的标量函数

$$V: R^n \times R^+ \to R^+$$

满足

$$(1)\ \lambda_{\min} \| e \|^2 \leqslant V(e, t) \leqslant \lambda_{\max} \| e \|^2; \tag{6}$$

$$(2)\ \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial V(e, t)}{\partial t} + (\mathrm{grad}\, V, \tilde{f}(e, x_d)) \leqslant -\gamma \| e \|^2. \tag{7}$$

其中$(\mathrm{grad}\, V, \tilde{f}(e, x_d))$表示 $\mathrm{grad}\, V$ 与 $\tilde{f}(e, x_d)$的内积.

定理 1 若(4)式满足假设 1,则存在补偿器 $\bar{\alpha}(e, x_d, \hat{\theta})$,使得

* 国家自然科学基金(批准号:69674009)资助的课题.

$$\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|x(t)-x_d(t)\| = 0.$$

其中

$$\bar{\alpha}(e,x_d,\hat{\theta}) = -\tilde{F}(e,x_d)\hat{\theta},$$

$$\dot{\hat{\theta}} = (\tilde{F}(e,x_d) + F(x_d))^{\mathrm{T}}\mathrm{grad}\,V.$$

证明 对(4)式选取 Lyaponov 函数

$$W(e,\tilde{\theta},t) = V(e,t) + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta},$$

而 $V(e,t)$满足假设 1,则有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} &= \frac{\partial V(e,t)}{\partial t} + (\mathrm{grad}\,V,\tilde{f}(e,x_d))\\ &\quad + (\mathrm{grad}\,V,\tilde{F}(e,x_d)\theta + F(x_d)\tilde{\theta})\\ &\quad + (\mathrm{grad}\,V,\bar{\alpha}(e,x_d,\hat{\theta})) + \dot{\tilde{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}\\ &\leqslant -\gamma\|e\|^2 + (\mathrm{grad}\,V,(\tilde{F}(e,x_d)\\ &\quad + F(x_d))\tilde{\theta}) + \dot{\tilde{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta} = -\gamma\|e\|^2.\end{aligned}$$

故

$$\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|x(t)-x_d(t)\| = 0.$$

由前面的推导过程及定理 1 易得

定理 2 若假设 1 成立,则对任一期望的光滑轨道 x_d,存在自适应控制器 $u(x,x_d,\hat{\theta})$使系统(1)满足

$$\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|x(t)-x_d(t)\| = 0.$$

4 仿真和结论

考虑超混沌 Rössler 系统

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & -1 & -1\\ 1 & a & 0\\ x_3 & 0 & -c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ b\end{bmatrix} + u, \quad (8)$$

可将(8)式化为(1)式的形式

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta + u, \quad (9)$$

其中

$$f(x) = \begin{bmatrix}-x_2-x_3\\ x_1\\ x_1x_3\end{bmatrix}, F(x) = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ x_2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -x_3\end{bmatrix},$$

$\theta = [a\ b\ c]^{\mathrm{T}}$ 是不确定性参数向量.

由图 1 和图 2 可看出,Rössler 方程当 $u=0$,$a=b=0.2$,$c=5.7$ 时呈现混沌行为.

给定期望轨道

$$x_d = [0\quad 0\quad \sin t]^{\mathrm{T}},$$

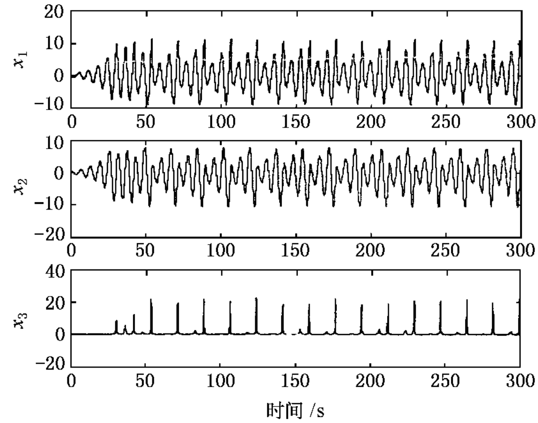

图 1 混沌运动时间历程图

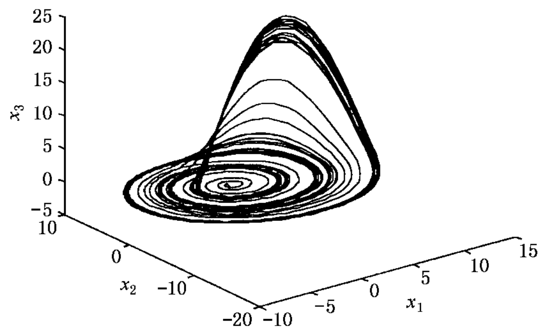

图 2 混沌的相轨图

根据(3)式构造控制器 $u(x,x_d,\hat{\theta})$,根据定理 1 选取

$$\bar{\alpha}(e,x_d,\hat{\theta}) = u_r(e,x_d) - \tilde{F}(e,x_d)\hat{\theta}, \quad (10)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = (\tilde{F}(e,x_d) + F(x_d))^{\mathrm{T}}\mathrm{grad}\,V, \quad (11)$$

$$u_r(e,x_d) = \begin{bmatrix}-2 & 1 & 1\\ -1 & -2 & 0\\ -\sin t & 0 & -2-e_1\end{bmatrix}e,$$

取

$$V(e,t) = e^{\mathrm{T}}Pe, P = \begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix},$$

其中 $\lambda_{\min}=3$,$\lambda_{\max}=5$,$\gamma=12$.

根据定理 1 得

$$\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|x(t)-x_d(t)\| = 0.$$

根据定理 2 知自适应控制器 $u(x,x_d,\hat{\theta})$使系统(8)满足

$$\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|x(t)-x_d(t)\| = 0.$$

图 3,图 4 和图 5 给出了期望轨道,加控制器

$u(x, x_d, \hat{\theta})$前($t<50$)后($t \geqslant 50$)系统的状态曲线图和误差曲线图.

基于 Lyaponov 函数,给出了一类含参数不确定性混沌系统的自适应控制器的设计方法和构造控制器的解析式.用该控制器,能够使系统消除混沌并渐近稳定到任何期望的光滑轨道上,构造自适应混沌控制器,直接代入控制器的参数化公式即可,无需拼凑,而整个设计过程无需预先知道未知参数的估计值和未知界.通过对超混沌系统 Rössler 方程的仿真进一步验证了该方法的有效性.

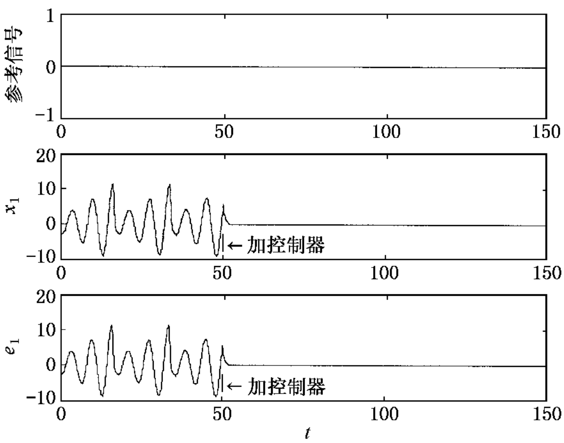

图 3　参考信号,加控制器前($t<50$)后($t \geqslant 50$)系统的状态曲线图和误差曲线图

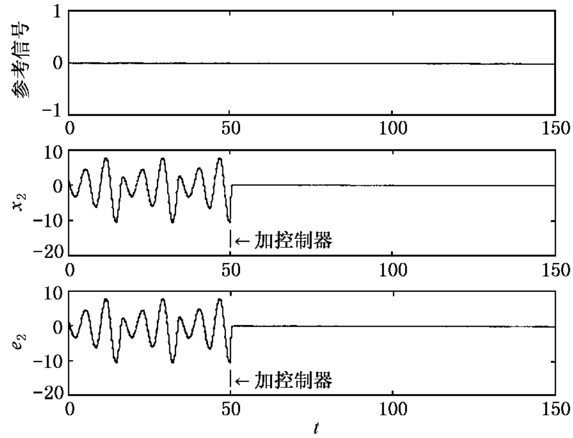

图 4　参考信号,加入控制器前($t<50$)后($t \geqslant 50$)系统的状态曲线图和误差曲线图

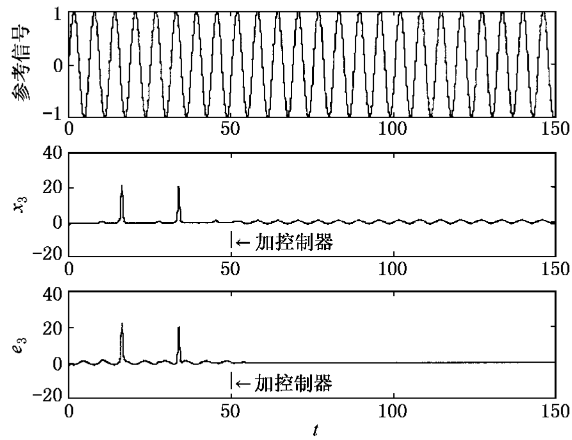

图 5　参考信号,加入控制器前($t<50$)后($t \geqslant 50$)系统的状态曲线图和误差曲线图

[1] E. Ott, C. Grebogy, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.
[2] G. Nitsche, U. Dressler, *Physica*, **D58**(1992), 153.
[3] G. Chen, X. Dong, On feedback control of chaotic continuous-time systems, *IEEE Trans. On Circ. Sys.*, **40**(1993), 591.

ADAPTIVE CONTROL FOR A CLASS OF CHAOTIC SYSTEMS WITH UNCERTAIN PARAMETERS*

LI ZHI HAN CHONG-ZHAO
(*School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*)
(Received 15 November 2000; revised manuscript received 17 December 2000)

ABSTRACT

A novel adaptive control method is proposed for a class of chaotic systems with uncertain parameters, based on Lyaponov function. Using the presented method, a controller is developed, which can remove chaos in nonlinear systems and make the system asymptotically stabilizing to any desired smooth orbit. The controller is directly constructed by analytic formula without knowing unknown bounds about uncertain parameters in advance. Computer simulation example is given to validate the proposed approach.

Keywords: chaotic system, adaptive chaos control, Lyaponov function, uncertain parameters
PACC: 0545, 4265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69674009).