

飞秒锁模固态激光器中放大的自发辐射导致的时基抖动的研究

陆 宏

(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

(飞秒技术组合, 日本国茨城县筑波科学城 305-8568 东光台 1-1-4)

(2000 年 2 月 14 日收到, 2000 年 7 月 28 日收到修改稿)

基于飞秒锁模固态激光系统, 推导了激光脉冲的振幅、脉宽的倒数、啁啾、频率、中心位置和位相的运动方程. 在低的白噪声的假设下, 估算了含啁啾的钛宝石激光器中由放大的自发辐射引起的时基抖动. 结果表明: 对于一台脉冲轮廓为 $\text{sech}^2(1.763t/\tau)$ 的确定的锁模固态激光系统, 时基抖动近似为净群速延迟色散 (GDD) 的线性函数, 且随着 GDD 的增加而变大. 然而, 即便在 GDD 被完全补偿的情况下, 时基抖动也不会是零.

关键词: 时基抖动, 放大的自发辐射, 飞秒锁模固态激光系统

PACC: 4265, 4255, 4280

1 引 言

现在, 飞秒激光系统的应用越来越多, 其中有一些应用对系统的时基抖动要求苛刻. 为了获得更加稳定的飞秒激光系统, 美国、日本、奥地利等国的一些研究人员一直致力于时基抖动的研究. 一般说来, 飞秒锁模固态激光系统中的时基抖动来自于这样几个因素: 由于基座的热膨胀导致的激光器腔长的不稳定性; 振动导致的腔内光学器件的错位; 抽运源噪声导致的激光晶体的增益的涨落; 及放大的自发辐射 (ASE). 通常在采用主动反馈的方法用一个压电晶体调节腔长后, 上述的绝大部分噪声会被消除. 然而, 来自于放大的自发辐射的时基抖动依然存在, 并构成了时基抖动的量子极限. 测量和计算锁模固态激光系统中时基抖动时常用谱密度方法^[1-3], 但是按照 Haus 的理论^[4], 只有在啁啾可以被忽略的情况下, 谱密度方法才能用来解释时基抖动和噪声间的关系. 众所周知, 在许多飞秒激光系统中, 啁啾非但不能忽略而且是一个重要的参量, 可见现有的理论需要改进.

本文由锁模固态激光系统的主方程非线性 Schrödinger 方程出发, 导出了振幅、脉宽的倒数、啁啾、频率、中心位置及位相等激光脉冲参量的运动方程, 进而获得了含有啁啾的飞秒锁模固态激光系统

中 ASE 引导的时基抖动.

2 理论模型

如图 1 所示, 锁模固态激光系统的激光场依赖于介质的增益、增益色散、自相位调制 (SPM)、群速延迟色散 (GDD)、附加脉冲锁模 (APM) 和损耗. 假设复振幅 $u(t, T)$ 是短期时间变量 t 和多个腔往返时间量级的时间变量 T 的函数, 且 $uu^* = P$, 其中 P 为激光功率, 则飞秒锁模固态激光系统的主方程可以写为^[2,4]

$$T_R \frac{\partial u}{\partial T} = \left[-l + g \left(1 - \frac{1}{\Omega_g} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) + jD \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\gamma - j\delta) |u|^2 \right] u + T_R S(t, T), \quad (1)$$

其中, T_R 为腔往返时间, l 为损耗, g 为增益, Ω_g 为增益带宽, D 为净的腔内群速延迟色散, γ 为 APM 因子, $\delta = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}$ 为 SPM 因子, 是一个由非线性折射率 n_2 、脉冲波长 λ_0 和增益介质中光束的有效截面 A_{eff} 有关的非线性参量^[5], S 为扰动.

一般地, 飞秒锁模固态激光脉冲的轮廓可以被看作双曲正割函数 $\text{sech}^2(1.763t/\tau)$. 然而双曲正割函数太复杂, 阻碍了问题的讨论, 这就是 Haus 等仅

仅讨论了无啁啾情况下的锁模固态激光系统中时基抖动的原因.这里采用孤子光纤通讯系统的处理方法

法,先假设脉冲轮廓为高斯函数进行数学推导,再对结果进行适当的补偿^[6,7].

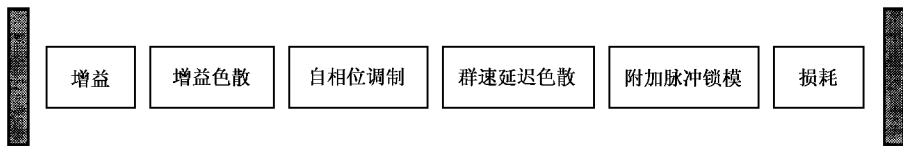


图1 锁模固态激光器的原理

设方程(1)中光场函数 u 的试验函数为

$$u(t, T) = a(t) \exp(-x^2) \exp(j\psi),$$

其中 $x(t, T) = p(t) [t - t_0(t)]$, $\psi(t, T) = \frac{1}{2} C(t) [t - t_0(z)]^2 + K(t) [t - t_0(z)] + \varphi(t)$. $a(t)$ 为振幅, $p(t)$ 为脉宽的倒数, $C(t)$ 为啁啾, $t_0(t)$ 为脉冲的中心位置, $K(t)$ 为频率, $\varphi(t)$ 为位相.

对于飞秒锁模固态激光系统,白噪声是重要的且容易讨论.假设 $S = N \exp\{[K(t - t_0) + \varphi]\}$ 和 $NN^* = n\delta(x - x')$, 这里 n 为白噪声的功率,则可以推导出频移的均方值为

$$(\Delta K)^2 = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{4p^4 + C^2}{a^2 p^2} n}{1 - \frac{g^2}{\Omega_g^4} \frac{(4p^4 + C^2)^2}{p^4}}. \quad (2)$$

(2)式表明在飞秒锁模固态激光系统中频移的均方值与振幅、脉宽、啁啾及噪声有关,且与白噪声功率成正比.

假设白噪声的功率远小于激光信号的功率,即

$NN^* \ll P$, 则脉冲的中心位置的均方值为

$$(\Delta t_0)^2 \approx \left(D - \frac{g}{\Omega_g^2} \frac{C}{p^2}\right)^2 (\Delta K)^2 + \frac{g^2}{\Omega_g^2}. \quad (3)$$

在激光脉冲的轮廓为双曲正割函数 $\text{sech}^2(1.763t/\tau)$ 的假设下,类似文献[6],时基抖动的均方值可以推导出:

$$J^2 = \left(\frac{1.763\lambda_0}{2\pi c\tau}\right)^2 (\Delta t_0)^2, \quad (4)$$

其中 τ 为输出激光的脉宽.(3)式和(4)式预言了:在飞秒锁模固态激光系统中,时基抖动不仅受振幅、脉宽、啁啾和噪声的影响,还依赖于腔内的净的 GDD 和增益色散;而且,即便在噪声被完全消除的情况下,也仍然存在一个由增益色散决定的时基抖动极限.

3 放大的自发辐射^[8]

如图2,在一个长 L 的二能级增益介质中,在非

饱和增益的假设下,ASE 光子流可以由下面的方程来描述 Φ_{ase} :

$$\frac{d}{dz} \Phi_{\text{ase}}(v, z) = g_0(v) \Phi_{\text{ase}}(v, z) + \epsilon_{\text{sp}}(v) \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (5)$$

而单位长度的自发辐射光子流 $\epsilon_{\text{sp}}(v)$ 定义为

$$\epsilon_{\text{sp}}(v) = N_2 A_{21}(v) = N_2 \frac{1}{\tau_{21}}, \quad (6)$$

其中 g_0 为小信号增益系数, $d\Omega$ 为立体角, N_2 为上能级的粒子数密度, A_{21} 为从上能级到下能级自发辐射的爱因斯坦系数, τ_{21} 为自发辐射的衰减时间.

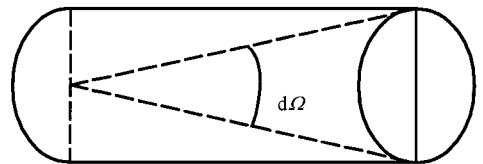


图2 圆柱状二能级增益介质

求解方程(5),得

$$\Phi_{\text{ase}}(v, L) = \frac{\epsilon_{\text{sp}}(v)}{g_0(v)} \frac{d\Omega}{4\pi} \{\exp[g_0(v)L] - 1\}. \quad (7)$$

在饱和增益的假设下,ASE 的光子流可以获得

$$[\Phi_{\text{ase}}]_{\text{sat}} = \frac{1}{g_0} \eta \frac{1}{\tau_2} N_2, \quad (8)$$

其中,粒子数反转因子为 $\eta = 1 - \frac{g_2 N_1}{g_1 N_2}$, τ_2 是介质上能级的寿命.

当增益介质的下能级的粒子数密度远小于上能级的粒子数密度时,即 $N_1 \ll N_2$, 则饱和增益介质的 ASE 的功率为

$$n = \frac{1}{g_0} \frac{1}{\tau_0} N h\nu = \frac{1}{g_0} \frac{1}{\tau_2} w, \quad (9)$$

其中, N 为介质的反转粒子数, w 为介质中的激光脉冲能量.从方程(9)可以看出,ASE 依赖于小信号增益系数、介质上能级寿命及介质中的激光脉冲.对

于四能级结构的钛宝石介质而言,可以得到同样的 ASE 的功率.

4 放大的自发辐射引导的时基抖动

当 ASE 的功率远低于激光功率时,振幅、脉宽的倒数和啁啾的运动方程可近似写为

$$\frac{da}{dT} \approx -\frac{D}{2T_R} aC + \frac{g_0 - l}{T_R} a - \frac{2g_0}{T_R \Omega_g^2} \cdot (2p^2 + K^2)a + \frac{\gamma}{T_R} \frac{5\sqrt{2}}{8} a^3, \quad (10)$$

$$\frac{dp}{dT} \approx -\frac{D}{T_R} pC - \frac{g_0}{T_R \Omega_g^2} \frac{4p^4 + C^2}{2p} + \frac{\gamma}{T_R} \frac{\sqrt{2}}{4} a^2 p^2, \quad (11)$$

$$\frac{dC}{dT} \approx \frac{D}{T_R} (4p^4 - C^2) + \frac{\delta}{T_R} \sqrt{2} a^2 p^2 + \frac{11g_0}{T_R \Omega_g^2} p^2 C, \quad (12)$$

代入(2—4)式可知,ASE 导引的时基抖动的均方根为

$$RMSJ = \frac{1.763\lambda_0}{2\pi c\tau} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{4p^4 + C^2}{a^2 p^2} \cdot \left(D - \frac{g_0}{\Omega_g^2} \right)^2 n + \frac{g_0^2}{\Omega_g^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

从方程(13),可以得出下面的结论:1)ASE 导引的时基抖动既与振幅、脉宽、啁啾及噪声有关,又受 GDD 和增益色散影响;2)净的 GDD 的绝对值越大,时基抖动越大,但是,即使 GDD 被完全补偿,时基抖动也不会彻底消除;3)在零噪声的情况下,时基抖动的极限为 $RMSJ_0 = \frac{1.763\lambda_0 g_0}{2\pi c\tau \Omega_g}$,它依赖于增益色散.

在我们课题组的实验中,对于一台锁模钛宝石激光系统,利用主动反馈调节压电晶体来调整腔长,频移被减小为几个毫赫兹,甚至几个微赫兹,实验中仍可测到 77fs 的时基抖动^[9].换言之,虽然时基抖动和频移的均方根之间存在一定的关系,但它们是两个不同的问题,即使频移能够被减小到零,时基抖动仍然会保留相当大的值.假设频移近似为零,给定一台钛宝石激光系统的参数如下: $L = 5.0\text{mm}$, $\alpha = 4.0\text{cm}^{-1}$, $n_2 = 8.8 \times 10^{-20} \text{m}^2/\text{W}$, $A_{\text{eff}} = (50\mu\text{m})^2$, $\lambda_0 = 0.84\mu\text{m}$, $P_{\text{out}} = 36\text{mW}$, $g_0 = 0.071$, $l = 0.071$, $\Omega_g = 1.1 \times 10^{15} \text{s}^{-1}$, $\tau_2 = 3.0\mu\text{s}$, $\tau = 50\text{fs}$, $T_R = 8.4\text{ns}$, $\delta = 2L \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}$, $\gamma = -\frac{\delta}{D} \frac{g_0}{\Omega_g^2}$, $w = P_{\text{out}}/O.C. \cdot T_R$, $a_0 = 1.095 \times 10^{-4} \text{W}^{-1/2}$, $p_0 = 2.0 \times 10^{13} \text{s}^{-1}$, $C_0 = -3.18 \times 10^{25} \text{s}^{-2}$ ^[10,11],由方程(10—13),可以计算出振幅、脉宽的倒数、啁啾和时基抖动,如图 3 所示.

图 3(a)表明,当 GDD 的绝对值小于 5fs^2 时,振

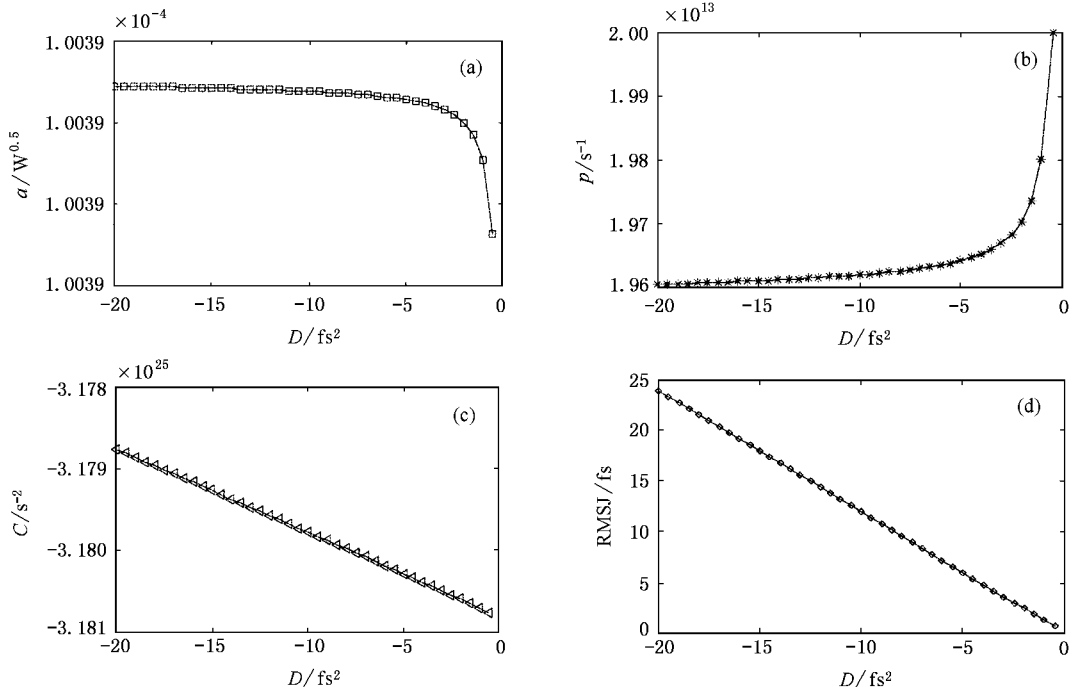


图 3 在一台飞秒激光器中振幅、脉宽的倒数、啁啾和时基抖动与腔内净的群速延迟色散的关系

幅随着 GDD 绝对值的增大而迅速变大,而后趋于饱和.图 3(b)显示,脉宽先是随着 GDD 绝对值的增大而变宽,随后趋于常数.从图 3(c)和图 3(d)中可以看出,啁啾和时基抖动随 GDD 的绝对值线性地增长.然而,值得注意的是,振幅、脉宽和啁啾随 GDD 而变化的值极小,这样,时基抖动就主要由 GDD 和增益色散所决定,特别是前者.当 GDD 被完全补偿时,存在一个极小的依赖于增益色散的时基抖动极小值.

由图 3 可以计算出 ASE 带来的噪声为 $n_q = 0.0473W$, 时基抖动为 $J_q = 24.0fs$; 假定抽运源的噪声为 1%, 抽运源产生的噪声功率为 $n_p = 0.0350W$, 时基抖动为 $J_p = 20.6fs$; 振动和热膨胀导致的腔长变化虽然大多被主动反馈消除了,但还会有少量的残留部分,设这部分噪声导致腔长变化为 $\Delta L = 5.00\mu m$, 则引起的时基抖动为 $J_{V\&E} = 2\Delta L/c = 33.5 fs$. 总和为 78fs, 与实验结果一致.

设 $a_0 = 1.095 \times 10^{-4} W^{-1/2}$, $2.190 \times 10^{-4} W^{-1/2}$, $3.285 \times 10^{-4} W^{-1/2}$, 其余参量与图 3 相同, 得到图 4. 设 $p_0 = 1.25 \times 10^{13} s^{-1}$, $2.0 \times 10^{13} s^{-1}$, $5.0 \times 10^{13} s^{-1}$, 其余参量与图 3 相同, 得到图 5. 设 $C_0 = -3.18 \times 10^{25} s^{-2}$, $-5.00 \times 10^{26} s^{-2}$, $-1.00 \times 10^{27} s^{-2}$, 其余参量与

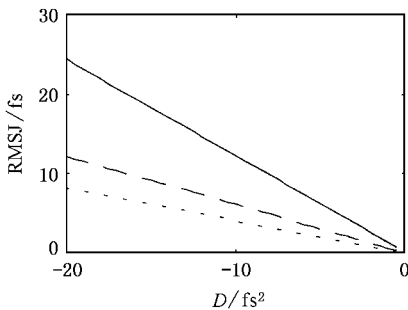


图 4 不同的初始振幅情况下, GDD 对时基抖动的影响

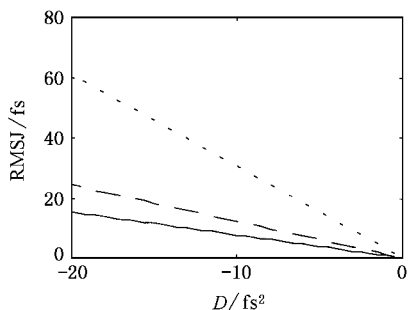


图 5 不同的初始脉宽情况下, GDD 对时基抖动的影响

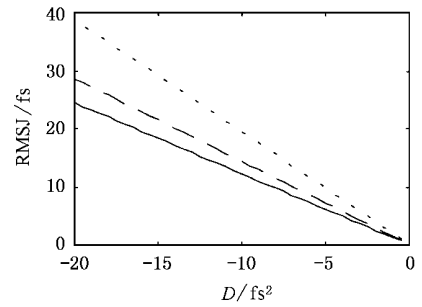


图 6 不同的初始啁啾情况下, GDD 对时基抖动的影响

图 3 相同, 得到图 6. 可见, 时基抖动明显受脉冲振幅、脉宽和啁啾影响.

图 3 实际上反应了弱啁啾的情况, 即 $C \ll p^2$. 当啁啾较大不能被忽略时, 它将强烈地影响时基抖动. 对比图 3(d) 和图 6, 啁啾会带来系统的时基抖动. 这是 Haus 的理论所不能讨论的.

5 结 论

对于一台含有啁啾的飞秒锁模固态激光系统, 假设激光脉冲的轮廓为双曲正割函数 $\text{sech}^2(1.763t/\tau)$, 我们给出了一种分析和计算时基抖动的新方法. 考虑到系统的增益、增益色散、自相位调制、群速延迟色散、附加脉冲锁模和损耗, 推导了一组关于激光脉冲的振幅、脉宽、啁啾、频率、中心位置和位相的运动方程, 进而获得了白噪声导引的频移的均方值和时基抖动的表达式, 发现时基抖动不仅依赖于振幅、脉宽、啁啾和噪声, 而且受群速延迟色散和增益色散的影响. 通过数值计算, 对于一台含有低的白噪声的锁模钛宝石激光系统, 给出了振幅、脉宽、啁啾和时基抖动随群速延迟色散变化的规律, 并发现时基抖动与群速延迟色散成线性关系. 总之, 群速延迟色散的绝对值越大, 系统的时基抖动越大; 但是, 即使群速延迟色散能够被完全补偿, 时基抖动也不可能被消除; 在零噪声的情况下, 存在由增益色散决定的时基抖动的极值.

作者感谢张志刚, H. A. Haus, 小林克行和远藤彰的有益的讨论. 本工作由日本飞秒技术组合(FESTA)管理, 由日本新能源及工业发展组织(NEDO)资助.

- [1] D. von der Linde , *Appl. Phys.* , **B39** (1986) , 201 .
- [2] H. A. Haus , A. Mecozzi , *IEEE J. of Quantum Electron.* , **29** (1993) , 983 .
- [3] D. E. Spence , J. M. Dudley , K. Lamb , W. E. Sleat , W. Sibbett , *Opt. Lett.* , **19** (1994) , 481 .
- [4] H. A. Haus , *J. Opt. Soc. Am.* , **B8** (1991) , 1122 .
- [5] Rene-Jean Essiambre , Govind P. Agrawal , *Progress in Optics XXX-VI* , E. Wolf ed. (Elsevier Science B. V. , 1997) , p. 189 .
- [6] T. Okamawari , A. Maruta , Y. Kodama , *Opt. Lett.* , **23** (1998) , 694 .
- [7] S. Kumar , F. Lederer , *Opt. Lett.* , **22** (1997) , 1870 .
- [8] R. Tommasini , J. E. Balmer , *J. Opt. Soc. Am.* , **B16** (1999) , 538 .
- [9] K. Kobayashi , T. Miura , Z. Zhang *et al.* , *SPIE* **3616** (1999) , 156 .
- [10] J. Diels , W. Rudolph , *Ultrashort Laser Pulse Phenomena* (Academic Press , 1996) .
- [11] N. J. Doran , N. J. Smith , W. Forysiak , F. M. Knox , *Physics and Applications of Optical Solitons in Fibres '95* , A. Hasegawa ed. (Kluwer , Dordrecht , The Netherlands , 1996) , pp. 1—14 .

TIMING JITTER INDUCED BY AMPLIFIED SPONTANEOUS EMISSION IN A FEMTOSECOND MODE-LOCKED SOLID-STATE LASER

LU HONG

(Department of Applied Physics , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China)

(The Femtosecond Technology Research Association (FESTA) , 1-1-4 Umezono , Tsukuba Ibaraki 305-8568 , Japan)

(Received 14 February 2000 ; revised manuscript received 28 July 2000)

ABSTRACT

We have derived a set of motion equations for the amplitude , the inverse pulse width , the chirp , the frequency , the central position of the pulse and the phase in a mode-locked solid-state laser. In the hypothesis of the low and white noise , the timing jitter induced by the amplified spontaneous emission was estimated for a Ti : sapphire laser with the chirp. It is found that for a certain mode-locked solid-state laser with a pulse profile of $\text{sech}^2(1.763t/\tau)$, the jitter is approximately a linear function of the net group delay dispersion (GDD) and turns to be larger with increasing GDD , however , it cannot be reduced to zero even if the GDD is completely compensated.

Keywords : timing jitter , amplified spontaneous emission , mode-locked solid state lasers

PACC : 4265 , 4255 , 4280