

# 多棒串接固体激光器谐振腔的研究

席再军 郑启光 秦应雄 余本海 童杏林

(华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(2002 年 8 月 13 日收到, 2002 年 9 月 30 日收到修改稿)

运用矩阵光学的方法对多棒串接固体激光器的谐振腔参数及其在平平腔时的热稳条件进行了研究, 并计算了六棒串接平平腔固体激光器的稳定区. 结果证明: 多棒串接固体激光器的稳定区和非稳区相互间隔, 在平平腔总腔长、激光棒数量  $n$  和棒间距  $L$  一定的条件下, 当采用对称结构时 ( $L_1 = L_2$ ) 则谐振腔的每段稳定区均达到最大; 且只要平平腔满足  $L_1 = L_2 = L/2$  以及热焦距  $f$  在大于某个下限值  $f_m$  时, 稳定性条件  $0 < G_1 G_2 < 1$  几乎总是满足 (除了几个奇异点外), 而且热焦距  $f$  值在小于这个下限值  $f_m$  时, 谐振腔进入深度非稳区. 这个下限值  $f_m$  由棒间距  $L$  和棒数  $n$  决定, 其表达式为  $f_m = 0.25L$  (当  $2 \leq n \leq 10$ ).

关键词: 多棒串接固体激光器, 稳定区, 热稳条件

PACC: 4255, 4260D

## 1. 引言

由于 Nd:YAG 激光器的输出功率相对 CO<sub>2</sub> 激光器较低, 因此限制了其在一些领域的应用. 为了使高功率固体激光器具有更广泛的应用, 就必须要在保证光束质量的前提下提高固体激光器的输出功率.

多增益介质谐振腔设计方法是提高固体激光器输出功率的一种很重要的方法. 十余年来, 很多研究工作者对多增益介质谐振腔作了大量的研究工作. Eggleston 等<sup>[1,2]</sup>对周期性谐振腔进行了较系统的分析, 得出了一些有用的结论. 侯学元等人<sup>[3-6]</sup>对双棒

串接激光器作了许多研究. 李正佳等人<sup>[7]</sup>对多棒高功率固体激光器动态模匹配作了比较深入的研究. 本文在这些研究的基础上, 运用矩阵光学的方法对内含多根激光棒的谐振腔参数进行了研究, 并分析了平平腔的稳定性条件和稳模式热稳条件, 计算了六棒串接平平腔固体激光器的稳定区.

## 2. 定义辅助参量

首先假定棒与棒之间的距离  $L$  相等, 谐振腔的结构如图 1 所示.

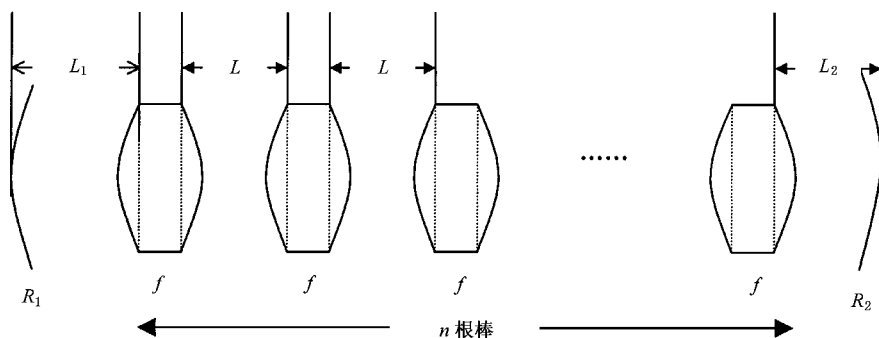


图 1 含有  $n$  根激光棒的谐振腔结构

腔内从  $R_1$  镜到  $R_2$  镜的单程变换矩阵  $M$  为

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^n \begin{bmatrix} 1 & L_1 - L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中  $n$  表示激光棒的数目。  
又因为

$$\left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^n = \frac{1}{\sin\phi} \times \begin{bmatrix} \sin n\phi - \sin(n-1)\phi & L \sin n\phi \\ -\frac{\sin n\phi}{f} & (1-L/f)\sin n\phi - \sin(n-1)\phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

这里有  $\phi = \arccos(1 - L/2f)$ , 把 (2) 式代入 (1) 式得到

$$M = \frac{1}{\sin\phi} \times \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin n\phi - \sin(n-1)\phi & L \sin n\phi \\ -\frac{\sin n\phi}{f} & (1-L/f)\sin n\phi - \sin(n-1)\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_1 - L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m-k & Lm \\ -m/f & (1-L/f)m-k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_1 - L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中  $m = \frac{\sin n\phi}{\sin\phi}$ ,  $k = \frac{\sin(n-1)\phi}{\sin\phi}$ , 从而由 (1) 和 (3) 式可以得到

$$\begin{aligned} A &= m - k - \frac{mL_2}{f}, \\ B &= m(L_1 + L_2) + k(L - L_1 - L_2) - \frac{mL_1L_2}{f}, \\ C &= -\frac{m}{f}, \\ D &= m - k - \frac{mL_1}{f}. \end{aligned} \quad (4)$$

进一步可以得到

$$\begin{aligned} G_1 &= A - B/R_1 = m - k - \frac{mL_2}{f} \\ &\quad - \left[ m(L_1 + L_2) + k(L - L_1 - L_2) - \frac{mL_1L_2}{f} \right] / R_1, \\ G_2 &= D - B/R_2 = m - k - \frac{mL_1}{f} \\ &\quad - \left[ m(L_1 + L_2) + k(L - L_1 - L_2) - \frac{mL_1L_2}{f} \right] / R_2. \end{aligned} \quad (5)$$

由 (5) 式和等式  $m = \frac{\sin n\phi}{\sin\phi}$ ,  $k = \frac{\sin(n-1)\phi}{\sin\phi}$ ,  $\phi = \arccos(1 - L/2f)$  可以消去参数  $m, k, \phi$ , 得到  $G_1, G_2$  关于热焦距  $f$  的表达式, 进而消去  $f$  求出  $G_1$  和

$G_2$  之间所满足的关系. 虽然消去  $m, k, \phi$  这三个参数求出  $G_1, G_2$  关于热焦距  $f$  的表达式比较简单, 但是消去  $f$  求出  $G_1$  和  $G_2$  之间的关系表达式需要很复杂的计算, 在这里就不再讨论.

### 3. 平平腔情况

下面对平平腔多棒串接固体激光器的热稳条件和稳定性进行分析. 为了方便, 取  $n=6$ , 即六根激光棒的情况.

#### 3.1. 热稳条件分析

假设  $R_1$  镜为输出镜, 由于当输出镜为平面镜时基模高斯光束的束腰落在输出镜上, 则  $R_1$  镜上的光斑半径  $W_1$  即为束腰半径, 因此此时 Steffen 的热稳条件<sup>[8]</sup>与稳模式强热稳条件<sup>[9]</sup>等同. 对于平平腔, 显然有  $G_1 = A, G_2 = D$ . 则

$$\begin{aligned} W_1^2 &= \frac{\lambda |B|}{\pi} \times \sqrt{\frac{G_2}{G_1(1 - G_1G_2)}} = \frac{\lambda |B|}{\pi} \\ &\quad \times \sqrt{\frac{D}{A(1 - AD)}}. \end{aligned} \quad (6)$$

把 (4) 式代入 (6) 式得到

$$W_1^2 = \frac{\lambda \left| m(L_1 + L_2) + k(L - L_1 - L_2) - \frac{mL_1L_2}{f} \right|}{\pi}$$

$$\times \sqrt{\frac{m-k-mL_1/f}{(m-k-mL_2/f)\sqrt{1-(m-k-mL_1/f)(m-k-mL_2/f)}}} \quad (7)$$

式中  $m, k$  的表达式在前面已给出. 由 Steffen 的热稳条件<sup>[8]</sup>可得到

$$\frac{dW_1}{df} = 0, \quad (8)$$

对(7)式微分, 并把等式  $m = \frac{\sin\phi}{\sin\phi}, k = \frac{\sin(n-1)\phi}{\sin\phi}$  和  $\phi = \arccos(1 - L/2f)$  都代入, 显然这是一个极为复杂

的方程. 又因为  $m, k$  也是关于热焦距  $f$  的函数, 因此在实际计算中可以把(8)式作如下分解:

$$\frac{dW_1}{df} = \frac{\partial W_1}{\partial m} \times \frac{dm}{df} + \frac{\partial W_1}{\partial k} \times \frac{dk}{df} + \frac{\partial W_1}{\partial f}. \quad (9)$$

这样分开后可以在一定程度上简化计算. 假设  $L_1 = L_2$ , 下面将对其进行具体计算. 由(7)式可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial m} &= \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{1/2} (1-p^2)^{1/4} \left[ \frac{(2L_1 - L_1^2/f)}{\sqrt{4mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f}} + \frac{1}{2} \frac{\rho(2mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f)^2(1-L_1/f)}{(1-p^2)} \right], \\ \frac{\partial W_1}{\partial k} &= \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{1/2} (1-p^2)^{1/4} \left[ \frac{(L-2L_1)}{\sqrt{4mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f}} - \frac{1}{2} \frac{\rho(2mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f)^2}{(1-p^2)} \right], \\ \frac{\partial W_1}{\partial f} &= \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{1/2} (1-p^2)^{1/4} \frac{mL_1}{f^2} \left[ \frac{L_1}{\sqrt{4mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f}} + \frac{1}{2} \frac{\rho(2mL_1 + k(L-2L_1) - mL_1^2/f)^2}{(1-p^2)} \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

在(10)式中有

$$p = m - k - \frac{mL_1}{f}.$$

由  $m = \frac{\sin n\phi}{\sin\phi}, k = \frac{\sin(n-1)\phi}{\sin\phi}$  和  $\phi = \arccos(1 - L/2f)$  可得到

$$\begin{aligned} \frac{dm}{df} &= -\frac{6\cos(6\arccos(1-L/2f))}{(2f-L/2)} \\ &+ \frac{\sin(6\arccos(1-L/2f)(2Lf-L^2))}{4(Lf-L^2/4)^{3/2}}, \\ \frac{dk}{df} &= -\frac{5\cos(5\arccos(1-L/2f))}{(2f-L/2)} \\ &+ \frac{\sin(5\arccos(1-L/2f)(2Lf-L^2))}{4(Lf-L^2/4)^{3/2}}. \quad (11) \end{aligned}$$

由(8)~(11)式可得到热焦距  $f$  关于  $L$  和  $L_1$  的表达式.

### 3.2. 稳定性分析

从(5)式可知, 当  $n \geq 4$  时, 即使在平平腔情况下要求出  $G_1$  和  $G_2$  的一般关系也有一定难度, 因此对于六棒的情况, 我们只计算具体腔参数下的  $G_1 G_2$  和热焦距  $f$  的关系, 也就是具体腔参数下稳定区的分布.

这里共取三种腔型, 具体参数为(a)  $L_1 = 0.4\text{m}, L_2 = 0.2\text{m}, L = 0.3\text{m}$  (b)  $L_1 = 0.36\text{m}, L_2 = 0.24\text{m}, L = 0.3\text{m}$  (c)  $L_1 = 0.3\text{m}, L_2 = 0.3\text{m}, L = 0.3\text{m}$ . 显然这里的取值保证了总腔长和棒间距  $L$  不变. 而且, 从  $G_1 G_2 = AD = (m - k - mL_1/f)(m - k - mL_2/f)$  可以知道, 当  $L$  不变时,  $L_1$  和  $L_2$  相互对称, 即  $L_1$  和  $L_2$  易换时两种腔型关于  $G_1 G_2$  和热焦距  $f$  的关系曲线是相同的.

由  $G_1 G_2 = (m - k - mL_1/f)(m - k - mL_2/f)$  和  $m = \frac{\sin n\phi}{\sin\phi}, k = \frac{\sin(n-1)\phi}{\sin\phi}, \phi = \arccos(1 - L/2f)$  可以计算出上面三种腔型  $G_1 G_2$  和热焦距  $f$  的关系曲线, 并根据稳定性条件  $0 < G_1 G_2 < 1$  计算出其稳定区, 具体结果见图 2. 在实际的固体激光器中, 热焦距的范围一般在  $0.1\text{m}$  至  $3\text{m}$  之间, 激光器在高功率运行时热焦距一般在  $0.1\text{m}$  至  $0.5\text{m}$  之间. 这里我们只计算了  $0.1\text{m}$  至  $2\text{m}$  这段范围.

另外由  $G_1 G_2 = (m - k - mL_1/f)(m - k - mL_2/f)$  还可以计算出  $G_1 G_2$  曲线与  $G_1 G_2 = 1, G_1 = 0$  或  $G_2 = 0$  的交点, 即临界点. 具体的分布如下表 1 和表 2 所示.

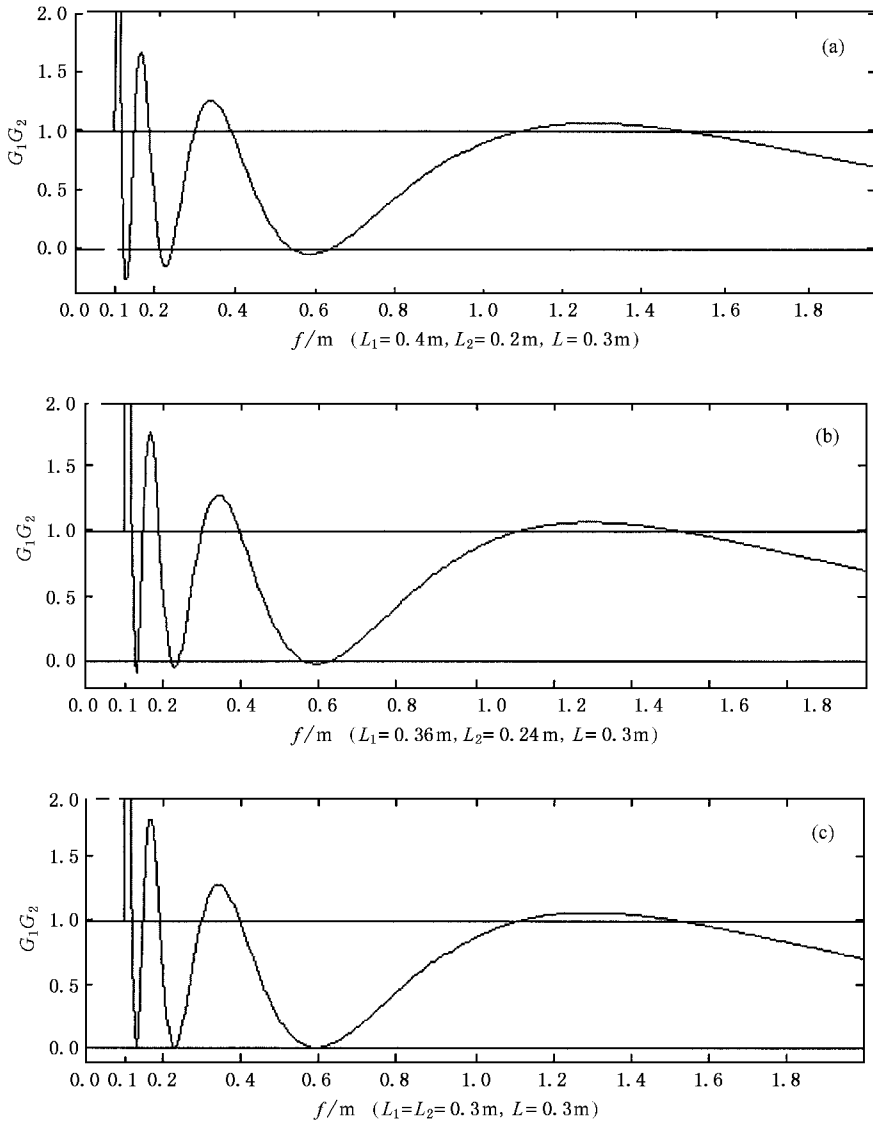


图 2  $G_1 G_2$  和热焦距  $f$  的关系曲线(在图 c)中, $G_1 G_2$  的最小值为  $7.141 \times 10^{-6}$ ,与  $G_1 G_2 = 0$  没有交点)

表 1 曲线与  $G_1 G_2 = 1$  的交点分布

	曲线与 $G_1 G_2 = 1$ 的交点(从小到大分布) $y_m$							
图 2(a)	0.10	0.1189	0.15	0.1873	0.30	0.3910	1.1196	1.5058
图 2(b)	0.10	0.1213	0.15	0.1909	0.30	0.3957	1.1196	1.5114
图 2(c)	0.10	0.1227	0.15	0.1929	0.30	0.3984	1.1196	1.5147

表 2 曲线与  $G_1 = 0$  或  $G_2 = 0$  的交点分布

	曲线与 $G_1 = 0$ 或 $G_2 = 0$ 的交点(从小到大分布) $y_m$					
图 2(a)	0.1254	0.1384	0.2135	0.2460	0.5407	0.6469
图 2(b)	0.1294	0.1369	0.2217	0.2411	0.5635	0.6275
图 2(c)	—	—	—	—	—	—

从表 1 和表 2 的数据可以计算出图 2 中各段稳定区的大小, 计算结果如表 3 所示.

表 3 各段稳定区的大小

	各段稳定区的大小/ $m$					
	1	2	3	4	5	6
图 2 a) ( $L_1/L_2 = 2$ )	0.0065	0.0116	0.0262	0.0540	0.1497	0.4727
图 2 b) ( $L_1/L_2 = 3/2$ )	0.0081	0.0131	0.0308	0.0589	0.1678	0.4921
图 2 c) ( $L_1/L_2 = 1$ )	0.023		0.3984		1.1196	

## 4. 分析和讨论

1. 文献 [10] 指出, Steffen 热稳条件和 Magni 热稳条件在本质上有区别. 当满足 Steffen 热稳条件时, 一定能满足 Magni 热稳条件, 但相反则不一定成立. 且在平平腔时, Steffen 热稳条件与稳模式强热稳条件<sup>[9]</sup>等同, 因此在多棒串接的平平腔结构时, Steffen 热稳条件是一个要求较高的条件. 文献 [11] 指出, 对于单一热透镜的谐振腔, 固体激光腔的稳模式运行条件有两个解. 本文对于多棒串接情况的研究, 从 (8)–(11) 式可以发现, 激光腔的稳模式运行点应该有多个, 即 Steffen 热稳条件有多个解, 其解的个数由棒数和腔结构决定, 激光棒数越多, 解的个数越多.

2. 对于单棒连续固体激光器, 由于两个稳区被一个非稳区隔开, 输出功率曲线产生双峰结构. 从图 2 可以看出, 对于多棒串接连续固体激光器, 多个稳定区和非稳区相互间隔, 因此输出功率曲线应产生多次起伏, 但同时从图 2 可以发现, 多棒串接时每段

非稳区范围一般比较窄, 而且, 激光棒数量越多, 非稳区范围越窄, 因此, 输出功率曲线的起伏有时不太明显.

3. 从图 2 可以发现, 当热焦距在几十厘米范围内时,  $G_1 G_2$  值上下振荡, 使稳定区和非稳区之间的转化很容易, 而且激光棒数量越多,  $G_1 G_2$  值上下振荡的次数越多. 因此, 当多棒串接连续固体激光器运行在高功率范围内, 且激光棒数量又较多时, 由于热扰的影响, 输出功率的稳定性较差.

4. 从图 2 和表 1–3 可以发现, 当  $L_1/L_2$  的值渐渐趋近于 1 时, 在  $G_1 G_2 = 0$  下面的非稳区逐步变小, 最后蜕变成稳定区. 而且由计算结果可以知道, 在谐振腔总腔长、激光棒数量和棒间距一定的条件下, 当  $L_1/L_2$  的值渐渐趋近于 1 时, 谐振腔的每段稳定区逐渐变大, 当  $L_1/L_2 = 1$  时, 谐振腔的每段稳定区均达到最大. 因此, 在对实际的多棒串接连续固体激光器设计时, 最好保证  $L_1 = L_2$ . 另外, 从表 2 和图 2 c) 分析可知, 当满足  $L_1 = L_2$  时,  $G_1 G_2$  曲线与  $G_1 = 0$  或  $G_2 = 0$  没有交点.

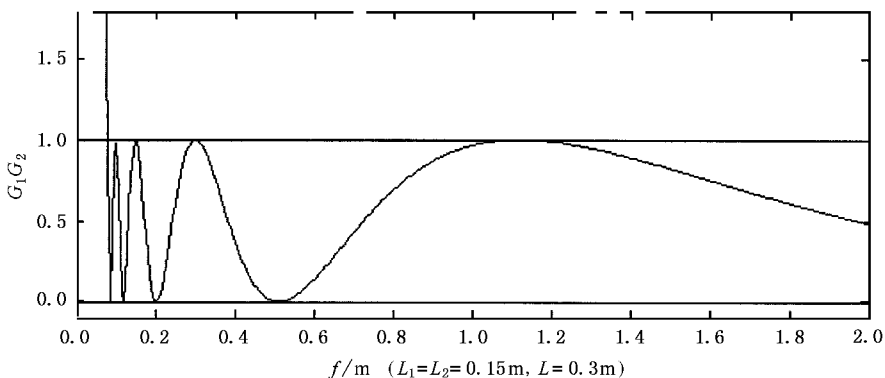


图 3  $G_1 G_2$  和热焦距  $f$  的关系曲线 ( $G_1 G_2$  的最小值为  $7.639 \times 10^{-6}$ , 与  $G_1 G_2 = 0$  没有交点)

5. 对第 4 点结论进一步分析发现, 只要平平腔满足  $L_1 = L_2 = L/2$  时, 则  $G_1 = G_2$ , 这时谐振腔的  $G$  参数的运动轨迹是一条经过原点的直线, 并且当热

焦距  $f$  在大于某个下限值  $f_m$  时, 稳定性条件  $0 < G_1 G_2 < 1$  几乎总是满足 (除了几个奇异点外), 而且热焦距  $f$  值在小于这个下限值时, 谐振腔进入深度

非稳区. 经过数学分析和计算, 可以知道这个下限值  $f_m$  由棒间距  $L$  和棒数  $n$  决定, 其表达式为  $f_m = 0.25L$  (当  $2 \leq n \leq 10$ ). 而且可以发现, 奇异点的个数主要由棒数  $n$  决定. 例如, 如图 3 所示, 取棒数  $n = 6$ ,  $L_1 = L_2 = 0.15\text{m}$ ,  $L = 0.3\text{m}$  时, 从图中可发现, 当  $f > 0.075\text{m}$  时, 谐振腔几乎总处于稳定区, 只有几个奇异点; 而在  $f < 0.075\text{m}$  时, 谐振腔迅速进入深度非稳区. 对于要求稳定运行的连续固体激光器, 肯定要避开这段区域.

在实际激光器设计时, 由于抽运源和激光棒性能的差异, 在注入功率相同时, 各棒的热焦距可能有

细微的差别, 则上述计算有一定误差, 但如果热透镜因子差异很小, 也可按上述方法计算. 如果需要补偿的话, 文献 [7] 中所提到的模配因子  $\delta$  方法可值得借鉴. 对于高功率固体激光器, 热透镜因子的差别还会影响到光束质量, 为了避免这种情况, 我们要尽量选用优质激光棒, 要求其内部折射率及应力分布均匀, 同时优化抽运方案, 使激活体积和抽运光束最佳匹配. 另外, 文献 [12] 中提到的单棒固体激光腔动力学稳定性的调控方法, 在多棒串接固体激光腔进行动力学稳定性调控时可值得借鉴.

- 
- [ 1 ] Eggleston J M 1988 *IEEE J. Quantum Electron.* QE **24** 1821
- [ 2 ] Cao Q *et al* 1994 *Chinese J. Lasers* **21** 479 [ in Chinese ] 曹 清等 1994 中国激光 **21** 479 ]
- [ 3 ] Hou X Y *et al* 2001 *Acta Photonica Sinica* **30** 757 [ in Chinese ] 侯学元等 2001 光子学报 **30** 757 ]
- [ 4 ] Cao Q *et al* 1994 *Laser Journal* **15** 10 [ in Chinese ] 曹 清等 1994 激光杂志 **15** 10 ]
- [ 5 ] Yang S Y *et al* 1997 *Applied Laser* **17** 161 [ in Chinese ] 杨盛谊等 1997 应用激光 **17** 161 ]
- [ 6 ] Chen Y *et al* 2000 *Chinese J. Lasers* **27** 782 [ in Chinese ] 陈 莹等 2000 中国激光 **27** 782 ]
- [ 7 ] Li Z J *et al* 1998 *Laser Technology* **22** 285 [ in Chinese ] 李正佳等 1998 激光技术 **22** 285 ]
- [ 8 ] Steffen J, Lortscher J P and Herziger G 1972 *IEEE J. Quantum Electron.* QE **8** 239
- [ 9 ] Cao Q *et al* 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 69 [ in Chinese ] 曹 清等 1997 物理学报 **46** 69 ]
- [ 10 ] Cao Q *et al* 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 1452 [ in Chinese ] 曹 清等 1993 物理学报 **42** 1452 ]
- [ 11 ] Zhang G Y *et al* 1992 *Chinese J. Lasers* **19** 321 [ in Chinese ] 张光寅等 1992 中国激光 **19** 321 ]
- [ 12 ] Zhang G Y *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 253 [ in Chinese ] 张光寅等 2002 物理学报 **51** 253 ]

# A study on the resonator of multi-rod series connection solid-state lasers

Xi Zai-Jun Zheng Qi-Guang Qin Ying-Xiong Yu Ben-Hai Tong Xing-Lin

( *National Laboratory for Laser Technology of Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China* )

( Received 13 August 2002 ; revised manuscript received 30 September 2002 )

## Abstract

Resonator parameters and thermo-stability conditions for plane-plane resonator of multi-rod series connection solid-state lasers were investigated by means of matrix optics. Stability areas of six-rod-connection solid-state lasers in a plane-plane resonator were calculated. The results show that stability areas and non-stability areas of the multi-rod series-connection solid-state lasers distribute alternately. If the length of the resonator, the number ( $n$ ) of laser rods and the spacing ( $L$ ) between two neighbouring laser rods are given and a symmetry configuration ( $L_1 = L_2$ ) is adopted, then every stability area reaches a largest extent. If the condition ( $L_1 = L_2 = L/2$ ) is supposed in plane-plane resonator and the thermo focus length ( $f$ ) is greater than a lower limit value ( $f_m$ ), the stability condition ( $0 < G_1 G_2 < 1$ ) is almost satisfied except several oddity values. Furthermore, when the thermo focus length ( $f$ ) is smaller than the lower limit value ( $f_m$ ), the resonator come into a deep non-stability area. The lower limit value ( $f_m$ ) is determined by the number ( $n$ ) of laser rods and the spacing ( $L$ ) between two rods, the formula is  $f_m = 0.25L$  if  $2 \leq n \leq 10$ .

**Keywords** : multirod series connection solid state lasers , stability areas , thermo-stability conditions

**PACC** : 4255 , 4260D