

具有态守恒隙的光子晶体中两能级原子自发辐射的增强与抑制^{*}

刘晓东¹⁾²⁾ 王义全¹⁾ 许兴胜¹⁾ 程丙英¹⁾ 张道中¹⁾

¹⁾中国科学院物理研究所光物理实验室,北京 100080)

²⁾大连民族学院机电信息工程系,大连 116600)

(2003 年 2 月 17 日收到,2003 年 3 月 20 日收到修改稿)

论证了在带隙光子晶体中存在一个全频率域态总数守恒规则,在完全带隙光子晶体中还存在一个局域态总数守恒规则.态总数守恒规则指出,如果一个光子晶体的态密度在某些频率范围存在相对于等效介质态密度的谷,则一定由其他频率范围内相对于等效介质态密度的峰来补偿.使用符合态总数守恒规则的态密度模型,解释了态密度调制导致的自发辐射谱增强、抑制、变窄、红移、蓝移以及谱分裂等光子晶体中的量子光学现象.该理论比较适合研究在具有带隙的光子晶体中大量随机分布的发光原子或分子的自发辐射行为.

关键词:光子晶体,自发辐射,态密度,光子带隙

PACC:4270Q,7820P,4250

1. 引言

自发辐射是一个受激原子或分子(以下通称原子)与电磁库间相互作用量子本性的基本的和不可避免的结果.一个受调整了的电磁库的存在一定会影响原子的自发辐射过程,也就是说,它可能在一定程度上增强或抑制甚至禁戒自发辐射^[1].为此,具有周期介电结构因而可能具有光子带隙的光子晶体就被提出来以实现自发辐射的调整^[2-5]或使光局域化^[6].到目前为止,已有几种带边附近的色散模型被用于研究具有绝对带隙的光子晶体中的自发辐射^[4].然而,在光学或近红外的亚微米尺度上制成一个具有完全带隙的光子晶体还很困难,尽管最近在制备三维近红外波段的光子晶体方面取得了很大的进步^[7].因此,研究埋藏在光子晶体中的活性物质的辐射发射的多数实验工作就使用了具有光子带隙的光子晶体(即,最多只在特定的方向上才禁止光的传播)^[8-10].实际上,很多类型的研究并不要求一个完全带隙,而只需一个较深的带隙,甚至不很深的带隙也可以.

很多研究表明,在某一跃迁频率范围内自发辐射率的抑制倾向于伴随着另一些频率范围内的自发

辐射加强^[11].或者说,自发辐射在某一频率范围的减少必定由其他频率范围的增加来补偿,这就是 Barnett 和 Loudon 所称作的自发辐射率修正的求和规则^[11].这就提示我们最好使用这样的光子态密度(DOS)该在某一频率范围具有相对于均匀介质情形(对于三维,态密度与频率的关系为抛物线形)的谷,而在另一个频率范围具有峰.但据我们所知,所有使用带隙模型的理论研究都处理仅具有一个^[12]或两个谷^[13]的态密度问题,尽管带隙的解析表达式互不相同.

两能级原子是任何实际的原子中最简单的模型,它不仅在理论激光物理学中有着辉煌的历史,而且在理论量子光学中更是如此^[14].本文将论证态守恒规则,并选取具有态守恒性质的光子带隙态密度模型,研究两能级原子在此电磁环境中自发辐射的增强或抑制.

2. 态守恒规则

通常,三维光子晶体的光子态密度可以定义为^[15]

^{*} 国家自然科学基金(批准号:60078007)资助的课题.

$$\rho(\omega) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \sum_n \int_{\text{1BZ}} d^3 k \delta(\omega - \omega_{n,k}), \quad (1)$$

这里, V 是三维空间的样品体积, $\omega_{n,k}$ 是光子晶体中的光子色散关系, 1 BZ 表示光子晶体的第一布里渊区, V 前面的因子 2 代表光子能量简并的两个极化方向.

按照系统中光子态密度的物理意义, 即系统中单位频率范围内存在的态数, 系统中态的总数是态密度对全部允许的频率范围 $\omega \in [0, \omega_M]$ 进行积分. 这里, ω_M 应选为足够大并远离感兴趣的态密度调制区, 但又不能太大以维持系统的各组分的折射率不变. 这种选择类似于 John^[2] 和 Busch^[16] 给出的选取规则, 即它近似等于电子的 Compton 频率 $\omega_M \sim mc^2$. 如果使用这一频率, 就将探测到了电子波包的相对论特性, 因而从我们的分析角度上看, 精确地选取或讨论 ω_M 的值并无必要. 因此, 系统在截断频率 ω_M 以下的总态数为

$$\int_0^{\omega_M} \rho(\omega) d\omega = \frac{2V}{(2\pi)^3} \sum_n \int_{\text{1BZ}} d^3 k \int_0^{\omega_M} d\omega \delta(\omega - \omega_{n,k}). \quad (2)$$

这里, 至关重要的一项是, 按照恒等式

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y) \delta(x - g(y)) dy = f(y), \quad (3)$$

无论色散关系 $\omega_{n,k}$ 具有什么样的解析形式, 下面的积分总是正确的:

$$\int_0^{\omega_M} \rho(\omega) d\omega = \frac{2V}{(2\pi)^3} \sum_n \int_{\text{1BZ}} d^3 k = 2MN, \quad (4)$$

其中 M 表示对应截断频率的光子带数, N 是光子晶体所含的原胞数, 同时也使用了固体物理学中的关系式: 原胞体积与第一布里渊区体积的乘积恒等于 $(2\pi)^3$.

另一方面, 对于该光子晶体的等效介质, 截断于 ω_M 处的积分态密度(总态数)为

$$\frac{2V}{(2\pi)^3} \sum_n \int_{\text{1BZ}} d^3 k = \frac{2Vn_{\text{eff}}^3 \omega_M^3}{3\pi^2} = \int_0^{\omega_M} \rho_0(\omega) d\omega, \quad (5)$$

这里, $\rho_0(\omega) = 2Vn_{\text{eff}}^3 \omega^2 \pi^{-2}$ 是等效介质中的态密度. 本文已经令真空中光速 c 和狄拉克常数 \hbar 等于 1. 于是, 我们可以称(4)或(5)式为总态数守恒规则, 即光子晶体中整个允许的频率内总态数守恒于其等效介质中的总态数.(4)式表明, 如果光子晶体在某些频率范围内具有完全光子带隙, 则不仅在该频率范围内总态数守恒于等效介质中相应频率范围内的总态数, 而且在整个允许的频率内总态数守恒于等

效介质中在整个允许的频率范围内的总态数. 对于一般的具有带隙的光子晶体, 则在整个允许的频率内总态数守恒于等效介质中在整个允许的频率范围内的总态数, 而在只跨越几个带的频率范围内近似守恒.

如果我们遵循上面的总态数守恒规则, 在选取一个态密度模型 $\rho(\omega)$ 时就应考虑它应该满足下面的条件:

$$\int_0^{\infty} [\rho(\omega) - \rho_0(\omega)] d\omega = 0, \quad (6)$$

即所选的态密度既应有相对于等效介质态密度(抛物线型)的波包, 也应有相对于等效介质态密度的波谷. 数值积分上应满足(6)式. 例如, 在选取具有一个包(峰)和一个谷(带隙)的光子带隙模型时, 下面的两种形式是比较合适的:

$$\rho_L(\omega) = \rho_0(\omega) \left[1 + aL(\omega, \omega_{c1}, \Gamma_1) - bL(\omega, \omega_{c2}, \Gamma_2) \right], \quad (7)$$

$$\rho_G(\omega) = \rho_0(\omega) \left[1 + aG(\omega, \omega_{c1}, \Gamma_1) - bG(\omega, \omega_{c2}, \Gamma_2) \right], \quad (8)$$

其中 $L(\omega, \omega_c, \Gamma)$ 和 $G(\omega, \omega_c, \Gamma)$ 分别是洛仑兹函数和高斯函数

$$L(\omega, \omega_c, \Gamma) = \frac{\Gamma^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2}, \quad (9)$$

$$G(\omega, \omega_c, \Gamma) = \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_c}{\Gamma}\right)^2\right], \quad (10)$$

(7)和(8)式中, a, Γ_1 和 ω_{c1} 分别为描述态密度包(峰)的高度、宽度和中心频率(近似)的参量, 而 b, Γ_2 和 ω_{c2} 则分别为描述态密度谷(带隙)的深度、宽度和中心频率的参量. 另外, $\omega, \Gamma_{1,2}$ 和 $\omega_{c1,2}$ 是感兴趣的态密度调制区的中心频率(并非态密度谷或包的频率) ω_0 归一化的频率. 这两个态密度在频率远离 ω_0 时都趋向于等效介质空间态密度, 即 $\rho(\omega \rightarrow 0) = 2Vn_{\text{eff}}^3 \pi^{-2} \omega^2$, 以及 $\rho(\omega \gg \omega_c) = 2Vn_{\text{eff}}^3 \pi^{-2} \omega^2$. a 和 b 是无量纲参数, 其数值根据其他参数和方程(6)式确定. 例如, 对于(7)式表示的态密度模型 $\rho_L(\omega)$, 当 $\Gamma_{1,2} = 0.1, \omega_{c1,2} = 1 \pm 0.1$ 时 $b = 1.488a$, 且根据态密度 $\rho(\omega) \geq 0, a \leq 1.06$; 对于(8)式表示的态密度模型 $\rho_G(\omega)$, 当 $\Gamma_{1,2} = 0.1, \omega_{c1,2} = 1 \pm 0.1$ 时 $b = 1.491a$, 且根据态密度 $\rho(\omega) \geq 0, a \leq 1.025$. 如图 1 所示. 由图 1 可以看出, 选用 $\rho_L(\omega)$ 和 $\rho_G(\omega)$ 并无本质差别.

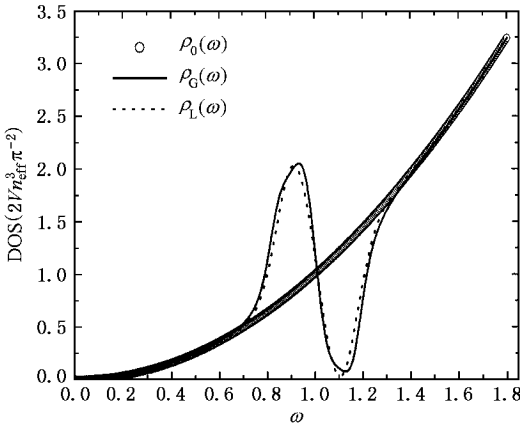


图1 两个态数守恒的态密度模型,每个分别具有一个峰和一个谷; $\rho_1(\omega)$ 由方程(7)描述且 $b=1.488$, $\rho_2(\omega)$ 由方程(8)描述且 $b=1.491$,其他参数均为 $a=1$, $\Gamma_{1,2}=0.1$, $\omega_{c1,2}=1\pm 0.1$.另外,图中还绘有等效介质态密度 $\rho_0(\omega)$ 以做比较

3. 自发辐射的增强与抑制

正确地讲,对于一个特定的受激原子的自发辐射问题,态密度 $\rho(\omega)$ 通常并不能正确描述该原子在光子晶体中的量子光学行为,而必须使用如下的局域投影态密度 $\rho_l(\mathbf{d}, \mathbf{r}_0, \omega)$ ^[12]

$$\rho_l(\mathbf{d}, \mathbf{r}_0, \omega) = \sum_n \int_{\text{IBZ}} d^3 \mathbf{k} \delta(\omega - \omega_{n,\mathbf{k}}) \times |\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0)|^2, \quad (11)$$

其中 \mathbf{r}_0 和 \mathbf{d} 分别是该原子所在的位置及其偶极跃迁矩阵元的单位方向矢量.但是,如果在 \mathbf{r}_0 周围的小体积内存在大量的独立的发光原子,且它们基本上具有随机的偶极发射方向,为了求系统的平均发射特征,对整个立体角求平均,就可以进一步地用局域态密度 $\rho_l(\mathbf{r}_0, \omega)$ 来描述系统的自发辐射行为^[12]

$$\rho_l(\mathbf{r}_0, \omega) = \sum_n \int_{\text{IBZ}} d^3 \mathbf{k} \delta(\omega - \omega_{n,\mathbf{k}}) |E_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0)|^2. \quad (12)$$

而全态密度,即本文所使用的态密度 $\rho(\omega)$ 与局域态密度 $\rho_l(\mathbf{r}_0, \omega)$ 的关系为

$$\rho(\omega) = \frac{1}{V_{\text{WSC}}} \int_{\text{WSC}} d^3 \mathbf{r} \epsilon(\mathbf{r}) \rho_l(\mathbf{r}, \omega). \quad (13)$$

其中WSC和 V_{WSC} 分别表示维格纳-塞茨(Wigner-Seitz)元胞及其体积.

方程(13)表明:对于介电分布变化大的光子晶体,态密度 $\rho(\omega)$ 确实不能直接描述少量原子在光

子晶体中的量子光学行为.但是,对于介电分布变化小的光子晶体,光子晶体内电磁场与散射体的作用较弱,全态密度 $\rho(\omega)$ 可以提供受激原子在光子晶体中任意有限范围内自发辐射的受调制行为的合理描述.显然,具有强的光子带隙或完全光子带隙的光子晶体并不满足这一条件.因此,必须指出:只有在研究具有小的介电分布变化的光子晶体(即具有弱的带隙)中大量随机分布的发光原子的自发辐射行为时,才可以使用全态密度 $\rho(\omega)$,这适合于近几年来大多数的实验^[8-10].

另外,绝大多数文献作者在理论探讨发光原子的自发辐射行为时,假定只具有一个反洛伦兹型或反高斯型的带隙态密度^[17],这很难解释发光原子自发辐射的增强与抑制现象.如果我们按照总态数守恒规则,选取既具有包(峰)又具有谷(带隙)的光子带隙模型,则更符合物理实际,自然能合理解释发光原子,尤其是具有宽的发射谱的荧光分子自发辐射的增强与抑制现象.

本文就选取一个同时具有一个高斯型峰和一个倒高斯型谷(带隙)的态密度以及两能级原子模型来解释发光原子自发辐射的增强与抑制现象.该模型态密度由(8)和(10)式表示,满足总态数守恒规则的参数选定为: $a=1$, $\Gamma_{1,2}=0.1$, $\omega_{c1,2}=1\pm 0.1$, $b=1.488$.这里,为了清楚地阐明自发辐射的增强与抑制,我们仍然使用了具有强的光子带隙和宽变化范围(例如20%,对应于Rhodamine R6G的荧光谱宽度^[10])的态密度模型.这里必须指出,谷(带隙)的中心频率不是严格地等于1.1,而是约等于1.105,是数值上态密度在谷(带隙)附近的最低值处.

理论上,我们采用文献[15]发展的方法和符号系统,即用 $|2\rangle$ 表示激发态,用 $|1\rangle$ 表示基态, γ_{21} 表示类似于荧光谱或红外拉曼谱可宽达20%的辐射线宽, ω_{21} 表示考虑了Lamb移动并以 ω_0 为单位的跃迁频率.于是,发射谱 $S_\rho(\omega)$ 可以表示为

$$S_\rho(\omega) \propto \frac{\gamma_{21}^2 z^2(\omega)}{(\omega - \omega_{21})^2 + \gamma_{21}^2}, \quad (14)$$

其中 $z(\omega)$ 是用光子态密度 $\rho(\omega)$ 来表征的“原子形状原子”,如果给定一个态密度 $\rho(\omega)$,则可以一般地得到(其推导见附录)

$$z(\omega) = \frac{dk(\omega)}{d\omega} = (6\pi^2)^{\frac{1}{3}} \rho(\omega) \left[\int_0^\omega \rho(\omega') d\omega' \right]^{-\frac{2}{3}}, \quad (15)$$

其中 $k(\omega)$ 也被称做色散关系, 是 $\omega = \omega_{n,k}$ 的反演. 因为 $\chi(\omega)$ 和 $k(\omega)$ 解析表达式的复杂性, 我们只给出选取的态密度模型 $\rho(\omega)$ 以及根据附录导出的 $\chi(\omega)$ 和 $k(\omega)$ 的数值图解, 如图 2 所示. 可以看出, 这一态密度的一个特点是: 它具有一个强的带隙 $\rho(\omega = \omega_c) \sim 0$.

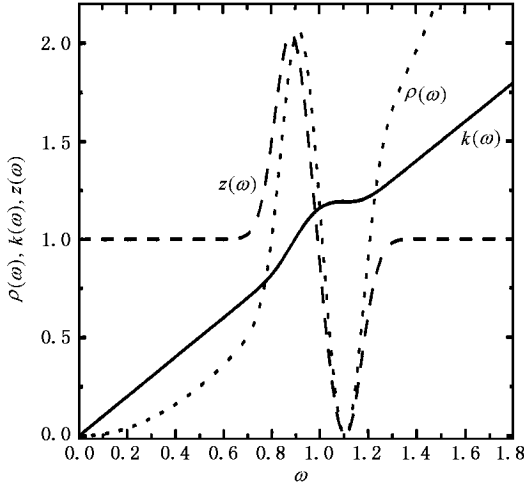
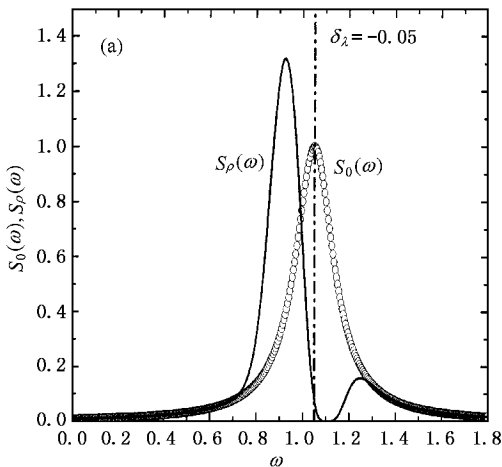


图 2 由(8)和(10)式表示的一个态密度模型 $\rho(\omega)$ 及导出的 $\chi(\omega)$ 和 $k(\omega)$, 其中的参数满足总态数守恒规则: $a = 1, \Gamma_{1,2} = 0.1, \omega_{c1,2} = 1 \pm 0.1, b = 1.488$. 另外, $\rho(\omega)$ 已经 $n_{\text{eff}}^3 \pi^{-2}$ 按归一化

正如理论和实验指出的那样, 具有宽本征发射谱的原子自发辐射在光子晶体中的增强与受抑制情况, 强烈地依赖于光子带隙(或带隙)区与本征发射谱区(跃迁频率附近)的相对位置. 通常, 理论和实



验均选择跃迁频率 ω_{21} 位于感兴趣的态密度调制区(用中心频率 ω_0 或态密度峰/谷的中心频率 $\omega_{c1,2}$ 表示)内或附近, 本文定义 ω_{21} 相对于态密度谷的近似中心频率 ω_{c2} 的偏离为本征发射谱区与光子带隙的偏离频率 δ_λ , 即 $\delta_\lambda = \omega_{21} - \omega_{c2}$.

图 3 A 和 5 分别给出了六类两能级原子在图 2 所示的态密度模型 $\rho(\omega)$ 下的自发辐射谱: $\delta_\lambda = -0.05$ 和 $0, \delta_\lambda = 0.05$ 和 0.1 以及 $\delta_\lambda = 0.15$ 和 0.2 . 同时, 每个受调制了的自发辐射谱旁都对应地绘有自由空间标准的洛伦兹谱, 其中心分别位于各自的辐射频率 $\omega_{c2} + \delta_\lambda$ 处以做比较.

如图 3 所示, 正如我们所期望的, 当跃迁频率在态密度谷附近且位于低频端时, 在相对于等效介质内跃迁频率的低频端, 被调整了的自发辐射强度明显地得到增强, 谱线宽度明显变窄. 而在高频端, 尤其是在态密度带隙中央, 自发辐射受到了极大的抑制, 这完全类似于完全光子带隙理论模型中出现的“暗线”. 于是, 自发辐射谱的主要部分就移到了态密度峰处, 忽略掉频率高于“暗线”的部分, 则可以说: 自发辐射谱发生了“红移”. 这里, 精确地讲, $\delta_\lambda = 0$ 的跃迁频率仍然位于态密度谷(带隙)的中心频率的低频段.

从图 4 可以看到, 如果跃迁频率稍微高于态密度谷(带隙)的中心频率, “暗线”将自发辐射谱劈裂成谱宽和强度差不多的两部分, 这可以称为“谱劈裂”.

与图 3 相反, 如图 5 所示, 当跃迁频率处于离态密度谷比较远(但不太远)的高频段时, 自发辐射谱

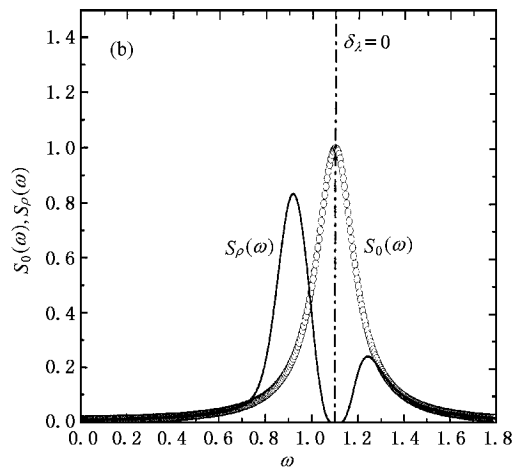


图 3 两类两能级原子在图 2 所示的态密度模型下的自发辐射谱 $S_\rho(\omega)$ (a) $\delta_\lambda = -0.05$ (b) $\delta_\lambda = 0$. 图中的 $S_0(\omega)$ 为中心在 $\omega_{c2} + \delta_\lambda$ 处的标准洛伦兹线形

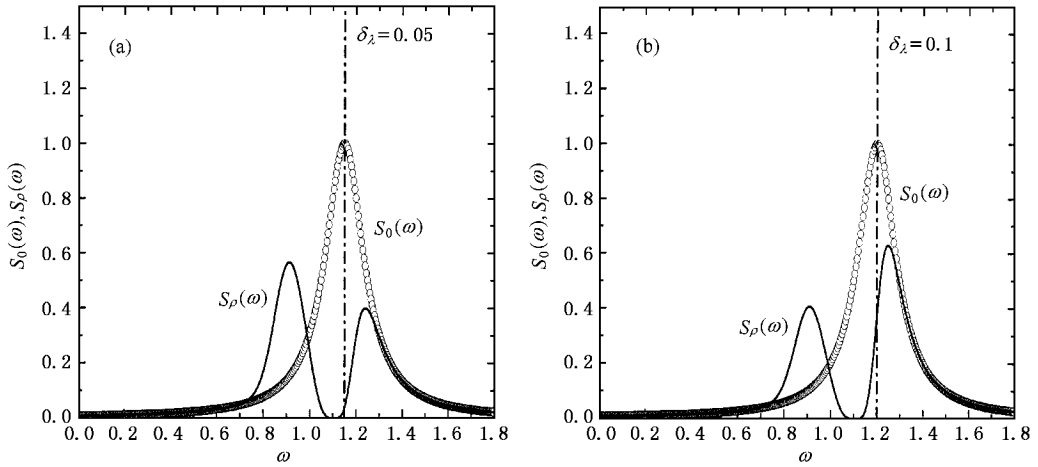


图4 两类两能级原子在图2所示的态密度模型下的自发辐射谱 $S_{\rho}(\omega)$ (a) $\delta_{\lambda}=0.05$ (b) $\delta_{\lambda}=0.1$. 图中的 $S_0(\omega)$ 为中心在 $\omega_{c2} + \delta_{\lambda}$ 处的标准洛伦兹线形

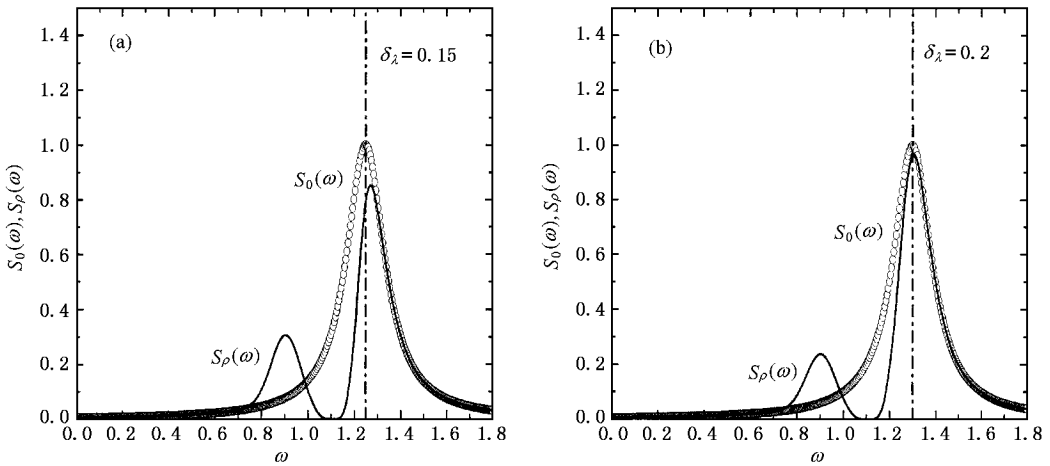


图5 两类两能级原子在图2所示的态密度模型下的自发辐射谱 $S_{\rho}(\omega)$ (a) $\delta_{\lambda}=0.15$ (b) $\delta_{\lambda}=0.2$. 图中的 $S_0(\omega)$ 为中心在 $\omega_{c2} + \delta_{\lambda}$ 处的标准洛伦兹线形

发生了小的“蓝移”. 如果不考虑频率低于“暗线”的部分, 则自发辐射谱几乎与等效介质情况下的光谱一样, 这是因为, 在我们的态密度模型中, 态密度谷的高频段已经逐渐恢复均匀的等效介质态密度情形.

当然, 如果假设光子晶体的态密度谷位于态密度峰的左侧(即低频端), 则结果将定性地与图3—5相反. 例如, 当跃迁频率在态密度谷附近且位于高频端时, 自发辐射谱将发生明显的“蓝移”.

4. 讨 论

以上我们重点研究了辐射本征线宽 γ_{21} 与光子

晶体带隙和态密度增强峰的宽度 $\Gamma_{1,2}$ 相等这一情况. 对于辐射本征线宽 γ_{21} 较大或小于 $\Gamma_{1,2}$ 的情况, 分析方法完全一样, 但结果会有一些定量或定性上的差别^[18]. 例如, 当 $\gamma_{21} < \Gamma_{1,2}/2$ 且 $\delta_{\lambda} = 0$ 时, 一个原子的本征自发辐射谱(洛伦兹型)几乎完全落在光子带隙内, 则该原子的自发辐射谱将受到全面抑制, 激发态的多余能量绝大多数将以无辐射跃迁的方式衰变到基态. 但是当 $\gamma_{21} > 2\Gamma_{1,2}$ 且 $\delta_{\lambda} = 0$ 时, 即使原子的本征自发辐射中心频率正好处在光子带隙的中心, 由于原子的本征自发辐射谱已经有大部分处在光子态密度的加强区, 所以原子依然主要以辐射的形式自发衰变, 只是自发辐射强度最大处的频率已经不是原来的本征中心频率, 而最终的自发

辐射谱将红移、蓝移或分裂,这进一步取决于本征中心频率与所处的光子晶体环境的态密度带隙和加强峰的相对位置^[18].

尽管理论上自发辐射谱的增强与抑制效应极为显著,但实验上并不容易观察,因为尽管严格地讲自发辐射的增强与抑制取决于局域态密度,但理论结果一般反映了整个光子晶体的效应,是各个方向的平均.所以,完善的实验研究应该使用积分球技术.对于一个特定的探测方向,自发辐射谱通常与其他的方向很不相同,即绝大多数实验^[8-10]所指出的“角度依赖性”.因此,有可能出现下面的现象:按照上面的计算平均来讲在某一频段将出现自发辐射的增强,但在某些方向却发现了被相对抑制了的辐射.也就是说,可能存在某些特定的方向,在这些方向上所探测到的光谱可以代表角度平均后的总发射谱^[10].

正如文献^[12]所指出的,描述埋藏在光子晶体中的光学活性材料(如染料分子)所发出的荧光也可以使用两能级系统模型,而且到目前为止几乎每个研究光子晶体中自发辐射的实验都使用染料分子,因为染料分子的荧光谱可以宽达 20% 以上.所以,本文所使用的 10% 的态密度调制宽度具有真实的物理对应^[10].

5. 总 结

我们证明了在带隙光子晶体中存在一个全频率域态总数守恒规则,在完全带隙光子晶体中还存在一个局域态总数守恒规则.态总数守恒规则指出,如果一个光子晶体的态密度在某些频率范围存在相对于等效介质态密度的谷,则一定由其他频率范围内相对于等效介质态密度的峰来补偿.态总数守恒规则对于选择正确的态密度模型具有非常重要的意义,因为到目前为止有很多文献采用了违反这一规

则的态密度模型.本文使用符合态总数守恒规则的态密度模型,很自然地解释了态密度调制导致的自发辐射谱增强、抑制、变窄、红移以及蓝移等光子晶体中的量子光学现象.当然,我们的理论比较适合研究在具有小的介电分布变化的光子晶体(即具有弱的带隙)中大量随机分布的发光原子的自发辐射行为.

附录:由 $\rho(\omega)$ 推导 $\alpha(\omega)$

由文献^[15]可知,原子形状因子 $\alpha(\omega)$ 与给定态密度 $\rho(\omega)$ 和色散关系 $k(\omega)$ 的关系为

$$\alpha(\omega) \equiv \frac{2\pi^2 \rho(\omega)}{k^2(\omega)}, \quad (\text{A1})$$

同时,

$$\alpha(\omega) = \frac{dk(\omega)}{d\omega}. \quad (\text{A2})$$

给定一个态密度模型 $\rho(\omega)$, 并假设 $\rho(\omega \rightarrow 0) = n_{\text{eff}}^3 \pi^{-2} \omega^2$, $\rho(\omega \gg \omega_0) = n_{\text{eff}}^3 \pi^{-2} \omega^2$, 则从关系(A1)和(A2)可以导出 $k(\omega)$ 与 $\rho(\omega)$ 的关系式

$$\int k^2 dk = 2\pi^2 \int \rho(\omega) \omega d\omega + C, \quad (\text{A3})$$

于是

$$k(\omega) = \left[6\pi^2 \int \rho(\omega) \omega d\omega + 3C \right]^{1/3}, \quad (\text{A4})$$

其中 C 是一个积分常数,可由 $\rho(\omega \rightarrow 0) = n_{\text{eff}}^3 \pi^{-2} \omega^2$ 的假设确定

$$\begin{aligned} C &= -2\pi^2 \left[\int \rho(\omega) \omega d\omega \right]_{\omega=0} \\ &= 2\pi^2 \left[\int_0^\omega \rho(\omega') \omega' d\omega' - \int \rho(\omega) \omega d\omega \right]. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

因此,

$$k(\omega) = \left[6\pi^2 \int_0^\omega \rho(\omega') \omega' d\omega' \right]^{1/3}. \quad (\text{A6})$$

值得注意的是,我们不可以简单地用 $k(\omega) = [6\pi^2 \int \rho(\omega) \omega d\omega]^{1/3}$ 来代替(A6)式,因为通常 $\int \rho(\omega) \omega d\omega \Big|_{\omega=0} \neq 0$, 尽管 $\rho(0) = 0$. 由(A1)和(A2),我们最后得到

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \frac{dk(\omega)}{d\omega} \\ &= (6\pi^2)^{1/3} \rho(\omega) \left[\int_0^\omega \rho(\omega') \omega' d\omega' \right]^{-2/3}, \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

即方程(15). 尤其是,在自由空间中 $\rho(\omega) = \pi^{-2} \omega^2$, $\alpha(\omega) = 1$.

- [1] Purcell E M 1946 *Phys. Rev.* **69** 681
 [2] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
 [3] Xie SY *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1478 [in Chinese] 谢双媛等 2000 物理学报 **49** 1478]
 [4] Zhang H Z *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **65** 063802
 [5] Wang X H *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 093902
 [6] Zhang X D and Zhang Z Q 2002 *Phys. Rev. B* **65** 155208
 [7] Fleming J G. *et al* 2002 *Nature (London)* **417** 52

- [8] Schriemer H P *et al* 2001 *Phys. Rev. A* **63** 011801
 [9] Petrov E P *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 77
 [10] Koenderink A F *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 143903
 [11] Barnett S M and Loudon R 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2444
 [12] Vats N *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **65** 043808
 [13] Garraway B M 1997 *Phys. Rev. A* **55** 2290
 [14] Yang Y P and Zhu S Y 2000 *Phys. Rev. A* **62** 013805
 [15] Woldeyohannes M *et al* 2000 *Phys. Rev. A* **63** 013804

[16] Busch K *et al* 2000 *Phys. Rev. E* **62** 4251

[18] Liu X D *et al* 2003 *Chin. Phys.* **12** 992

[17] Nikolopoulos G M *et al* 2001 *J. Opt. B* **3** 115

Enhancement and suppression of the spontaneous emission of a two-level atom in a photonic crystal with a state-conservative photonic pseudogap *

Liu Xiao-Dong^{1,2)} Wang Yi-Quan¹⁾ Xu Xing-Sheng¹⁾ Cheng Bing-Ying¹⁾ Zhang Dao-Zhong¹⁾

¹⁾ *Laboratory of Optical Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

²⁾ *Department of Electromechanical and Information Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China*

(Received 17 February 2003 ; revised manuscript received 20 March 2003)

Abstract

It is shown that there exist a conservation rule of the number of states in a photonic crystal with pseudogaps in the whole frequency regime, and a local conservation rule of the number of states in a photonic crystal with completely photonic band gaps in every band regime. These conservation rules state that, relative to the photonic density of states (DOS) in the effective medium of a photonic crystal, if a valley of the DOS in the photonic crystal appears in some range of frequencies, it must be compensated for by the increases over some other ranges. In this paper, using a model DOS with a state-conservative photonic pseudogap, we obtain naturally the enhancement and suppression of spontaneous emission of a two-level atom in a photonic crystal, and a DOS-induced suppression, enhancement, narrowing and redshift or blueshift of spontaneous emission spectra. Our theory will be especially appropriate in the problem of the spontaneous emission of a collection of dependently emitting atoms or molecules with essentially random dipole orientations in a photonic crystal with a photonic pseudogap.

Keywords : photonic crystal, spontaneous emission, density of states, pseudogap

PACC : 4270Q, 7820P, 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60078007).