

Z 箍缩等离子体不稳定性数值研究^{*}

段耀勇 郭永辉 王文生 邱爱慈

(西北核技术研究所, 西安 710024)

(2003 年 12 月 2 日收到, 2004 年 1 月 16 日收到修改稿)

利用二维辐射磁流体程序模拟了钨丝阵 Z 箍缩等离子体腊肠不稳定性的演化, 分析了存在不稳定性与没有不稳定性条件下等离子体内爆的差异, 研究了不同初始密度扰动对 x 射线输出功率和能量的影响. 数值结果表明, 在一定初始密度扰动范围内, 这种不稳定性对 x 射线输出的总能量影响不显著, 但对 x 射线功率随时间变化的曲线有明显的影响. 此外, 还探讨了 Z 箍缩等离子体数值模拟中低密度区的数值处理对数值结果的影响.

关键词: Z 箍缩, 腊肠不稳定性, 数值模拟

PACC: 5255E, 4765, 5265

1. 引言

实验室等离子体难以维持很多是与等离子体不稳定性的特性相关的, 因此等离子体不稳定性一直是等离子体理论研究和数值模拟的重要课题之一. 由于等离子体本身的库仑长程作用, 等离子体介质内的各种集体作用模式以及相关不稳定性的多样性和复杂性是等离子体区别于一般流体的显著特点, 仅已知的不同等离子体不稳定性的种类就达数百种之多^[1]. 就 Z 箍缩等离子体而言, Liberman 等^[2]讨论了 Z 箍缩中等离子体的不稳定性问题. 近年来有关 Z 箍缩数值模拟方面, 基本上都涉及了等离子体的不稳定性^[3-5]. 这些典型的建立在轴对称 r - z 圆柱坐标系内的二维模拟程序, 主要是研究 Z 箍缩等离子体的腊肠不稳定性. 在 Z 箍缩实验中, 无论负载是喷气、金属丝阵或各种组合形式, 在理论上和实验测量上, 内爆之前的等离子体的初始密度分布是难于精确地获取的. 特别是快 Z 箍缩, 测量负载介质汽化电离后初始等离子体参数分布难度更大. 计算机模拟时可以唯象地给定等离子体密度分布, 密度的初始扰动幅度和扰动的方式是根据模拟的结果予以调整的. 近期的典型程序没有强调将各种初始密度扰动模拟结果与无扰动情况进行对比, 这样就不清楚密度扰动形成的不稳定性对最终输出 x 射线能量、

功率的影响程度, 也没有强调有无不稳定性对内爆过程的细微差别. 本文尝试在这些方面给出一些定量的结果, 有利于在一定等离子体参数范围内和一定外部条件下, 判断腊肠不稳定性在内爆过程的具体作用.

具体研究 Z 箍缩不稳定性的影响之前, 某些计算问题值得定量进行计算机实验. 在计算边界与内爆等离子体主体之间, 模拟等离子体密度很低, 并且随着内爆的进行, 这个区域不断扩大, 密度不断下降. 典型的二维程序在模拟中一般对该区域的等离子体计算进行特殊处理^[3, 4]. 我们在以前的模拟计算中也采取了类似的办法^[6]. 但这些处理没有定量地研究这种计算上的“真空”对等离子体内爆产生的 x 射线功率的影响程度. 所以在研究等离子体不稳定性之前, 首先研究不同的“真空”密度标准产生的后果(此时不考虑不稳定性), 然后在此基础上研究不稳定性的影响.

无论激光驱动等离子体内爆的模拟, 还是 Z 箍缩等离子体不稳定性的模拟, 提高模拟精度和增强细节分辨率, 都要求具备很高的计算机硬件条件. 等离子体不稳定性细节的模拟和等离子体光学不透明度计算都是等离子体内爆模拟中涉及到的共同难题. 本文所采用的 Z 箍缩等离子体模拟的数学物理模型、参数来源以及具体算法, 文献[6]已经作了详细说明, 此处不在赘述.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10035020)资助的课题.

2. 不同“真空”密度标准对 x 射线功率的影响

在 Z 箍缩等离子体内爆的具体模拟中,我们采用了当前“强光一号”加速器上进行的钨丝阵箍缩的实验参数:圆筒状钨丝阵由直径为 1.8cm、高度为 2cm 的 10 根钨丝构成,每根钨丝的直径为 $8\mu\text{m}$,丝阵总质量为 0.194mg. 流过负载的电流的峰值为 1.6MA,电流脉冲的上升时间约 120ns. 我们近似用半个周期的正弦函数模拟通过钨丝阵等离子体的电流,波动的幅度为 1.6MA,周期为 480ns,这样在 120ns 时刻电流到达峰值. 选取的 z - r 区域为 $2.0\text{cm} \times 0.9\text{cm}$. 计算的空间步长为 0.01cm,时间步长为 $2.0 \times 10^{-11}\text{s}$. 初始钨丝阵等离子体被设置为 z 向均匀、 r 方向逐渐变大的等离子体环,初始密度 $\rho_0(r, z) = \alpha r^\beta$ (其中 α, β 为常数). 在下面的算例中选取 $\beta = 2$ 通过要求总质量为 0.194mg 就得到 α 的值. 选取这样的初始构型,一方面考虑了汽化后丝阵等离子体在轴附近密度应该较低,外层密度应当较高的特点;另一方面由于 Euler 方式的流体计算,质量密度不能为 0. 在本阶段一律不考虑密度的扰动,将注意力集中在计算边界与等离子体主体之间的低密度等离子体区域中“真空”密度的选取标准上.

从理论上讲,该区域“真空”密度取得越低越好,但在保持数值稳定的前提下,过低的密度标准要求的时间步长将越来越小,这样所需的计算时间将越来越长. 所以在保持一定计算步长的条件下只能选取一定范围内的“真空”密度值. 这种选取方式要求保证标准值至少比等离子体平均密度值低(假设等离子体在整个计算区域均匀分布). 由于考虑了等离子体箍缩的特点,等离子体主体部分的密度随时间增大是越来越大的. 虽然不同的标准会对等离子体箍缩有不同程度的影响,但考虑到密度的控制区域在等离子体主体之外,所以这种影响不会太大. 在一定范围内定量研究这个问题,目的是为后面研究等离子体 Z 箍缩腊肠不稳定性模拟选取一个较优的标准.

我们以一系列具体“真空”密度值进行了计算机数值模拟. 图 1 是 5 组计算得出的 x 射线功率 P_x 随时间变化的曲线,具体值为:曲线 $a = 1.905 \times 10^{-5}\text{g/cm}^3$; $b = 2.286 \times 10^{-5}\text{g/cm}^3$; $c = 2.667 \times 10^{-5}\text{g/cm}^3$; $d = 3.048 \times 10^{-5}\text{g/cm}^3$; $e = 3.429 \times 10^{-5}\text{g/cm}^3$. 图 2 是实验测量结果. 从计算的结果看,第 a 组标准与测量

的 x 射线能量更接近,总 x 射线能量均约为 20kJ. 但功率峰值比实测值要高,脉冲宽度低于实测值. 由于没有电离后等离子体参数的详细数据,模拟结果与实测之间的差异可能来自前面等离子体初始状态的假设和实际情况之间的差异. 不过,如果在模拟中不固定“真空”密度标准,而是根据等离子体圆筒在箍缩内爆过程中随时间变化的峰值密度按固定百分比来定义这个标准,那么计算出的 x 射线功率曲线则能更好地符合实测曲线^[6]. 但这样做无法定量研究“真空”密度标准的不同值对箍缩品质的影响,因为这时的标准是一个相对值,绝对值是随时间变化的. 对模拟某个具体实验而言,后一种取法可以更细致地变动某些参数以得到更符合实测的结果,但它对于下面等离子体不稳定性研究是不利的. 研究等离子体箍缩不稳定性,尤其是比较不同初始密度扰动后不稳定性的演化情况以及对箍缩品质的影响,这种研究目的与具体模拟某个实验的目的是不同的. 每次给定不同的初始密度扰动,就必须将所取的“真空”密度标准固定下来,这样才可能对初始密度扰动效应给出更合理的结果.

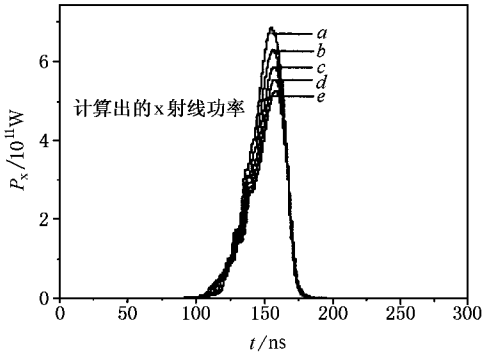
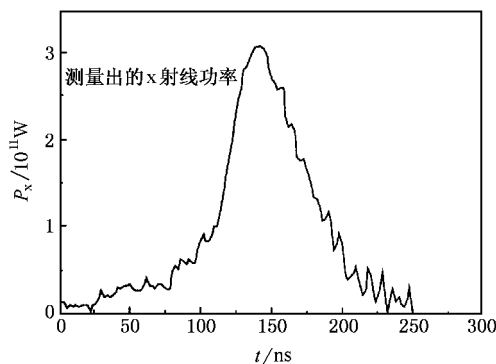


图 1 计算的 x 射线功率 P_x 随时间的变化

3. Z 箍缩等离子体腊肠不稳定性对内爆品质的影响

近年来对于 Z 箍缩等离子体不稳定性的数值模拟,基本上都是唯象的^[3-5]. 一般做法是在均匀密度等离子体圆柱筒上,人为加入产生等离子体箍缩不稳定性的“种子”,即加入初始密度扰动,让初始密度扰动在 Z 箍缩过程中进一步演化,研究这种由于密度不均匀性引起的后果. 由于根本上无法确知产生腊肠不稳定性的真实初始细节,扰动幅度和分布是随机的. 即使知道初始扰动的分布和幅度,由于其

图2 实验测量的 x 射线功率 P_x 随时间的变化

巨大的复杂性,在当前计算机硬、软环境下也无法重现这些细节.以前的模拟^[3-5]表明,模拟结果对初始扰动在一定扰动幅度范围内不很敏感,但应该限制初始密度扰动的幅度.以前模拟中加入不稳定性的“种子”,在很大程度是为了得到与实测 x 射线功率曲线基本一致的计算结果.本文在于研究扰动幅度的变化对等离子体内爆的影响,重点是比较不同初始密度扰动之间以及有无初始扰动对等离子体箍缩引起的不同后果.

基于前面的研究和讨论,我们在上面第 a 组非扰动初始等离子体分布基础上对不同初始扰动进行研究.具体做法是,在等离子体圆柱(沿轴方向密度均匀,沿径向方向密度由外侧向轴光滑地降低,即 $\rho \propto r^2$)的外侧,周期性地“挖掘”和“填埋”等离子体质量;“挖掘”的质量正好等于相邻区域“填埋”的质量,以保证总质量守恒.每个挖掘和填埋区域在轴向方向均等于 0.1 cm,沿未扰动等离子体圆柱外侧的轴向方向周期性地排列;径向的挖掘和填埋深度也等于 0.1 cm.定义扰动幅度等于扰动区域密度除以未扰动之前相应密度的比值.我们进行了扰动幅度分别等于 $\pm 0\%$, $\pm 20\%$, $\pm 40\%$, $\pm 60\%$ 和 $\pm 80\%$ 的计算,其中 $\pm 0\%$ 扰动幅度对应于未扰动情况.下面为了表示的方便,扰动幅度值之前“ $\pm$ ”符号一概略去.

图 3 是 5 组密度扰动幅度得到的 x 射线辐射功率随时间变化的曲线.为了更好地看清扰动与没有扰动的区别,将图 3 中 80% 与 0% 的结果重新绘在图 4 中.随着扰动幅度的增大,等离子体辐射的 x 射线功率 P_x 随时间变化的轮廓发生很大的变化.未扰动对应的功率曲线是单个脉冲,而 80% 扰动对应的曲线有两个脉冲峰值,也就是说在主脉冲过后出现一个附加脉冲.随着扰动幅度增大,总体趋势逐渐发生改变(见图 3).我们再与实测功率曲线图 2 比

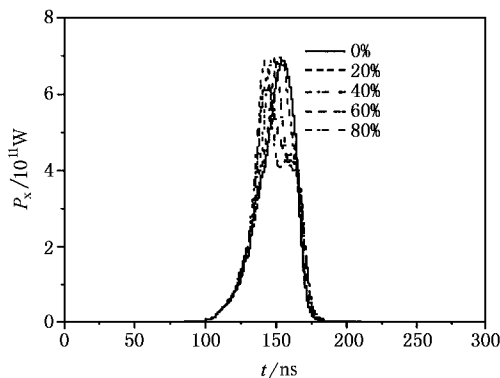


图3 不同初始密度扰动幅度对应的 x 射线功率随时间的变化

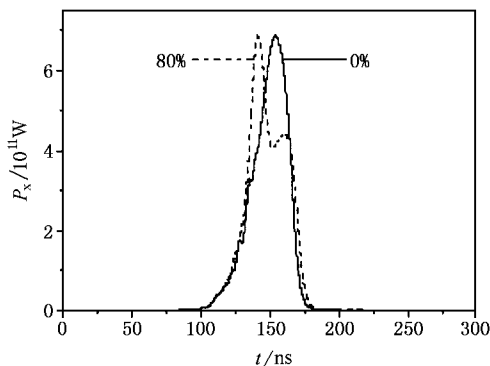


图4 0%与 80%初始密度扰动对应的 x 射线功率随时间的变化

较,实测曲线是单脉冲的,并未出现附加脉冲,这说明初始密度扰动不大.文献 3 的模拟对应的扰动幅度在 20% 以内,由于初始密度扰动幅度较小,附加峰退化为一个较小的平台,类似本文图 3 中扰动幅度较低的情况.大的初始密度扰动所形成的不同 x 射线功率曲线,暗示了等离子体箍缩不仅仅是一次,可能是两次或两次以上.这个论断可以由圆柱轴中点处密度随时间的变化曲线得以佐证.图 5 是 5 组初始扰动的条件下轴中点处的密度变化.为了更清楚地显示两种不同的压缩方式,图 6 将 80% 与 0% 重新绘出.

就本文模拟的结果看,在当前实验条件下,抑制不稳定性意义不大.如果主要考虑获取 x 射线能量,在快 Z 箍缩(100 ns 量级)中不稳定性不是个严重的问题.尤其从总辐射能量方面看,希望通过抑制快箍缩中腊肠不稳定来增大总辐射能量,是不大现实的.

图 7—9 是 3 组不同初始密度扰动幅度下(分别为 0%、20%、80%)在相同时刻 $t = 92 \text{ ns}$ 密度等值线图.图 10 是 80% 初始密度扰动计算对应的离子体

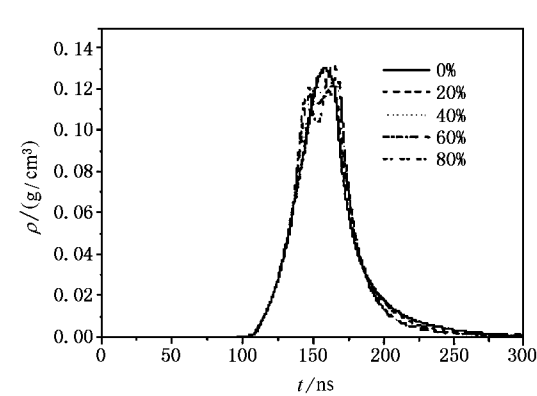


图 5 不同初始密度扰动对应的轴中点处密度随时间的变化

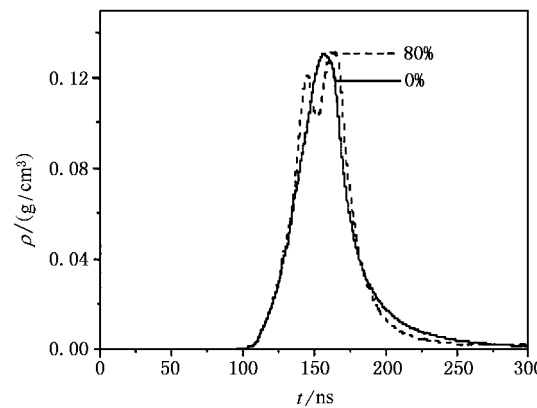


图 6 0%和 80%初始密度扰动对应的轴中点处密度随时间的变化

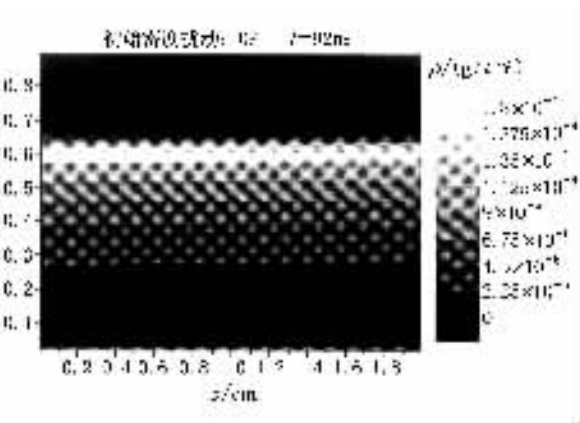


图 7 扰动幅度为 0% , $t = 92\text{ns}$ 时刻的密度等值线

的温度分布.从初始密度扰动 0%到 80% ,可以较形象地“看到”不同幅度引起的腊肠不稳定性分布.尽管扰动在初始时刻的空间范围是完全相同的(轴向 0.1cm、径向 0.1cm 的空间分布),由于初始密度扰动的幅度不同,后期等离子体分布有很大的区别.随着初始扰动幅度的提高,等离子体外侧呈现越来越长

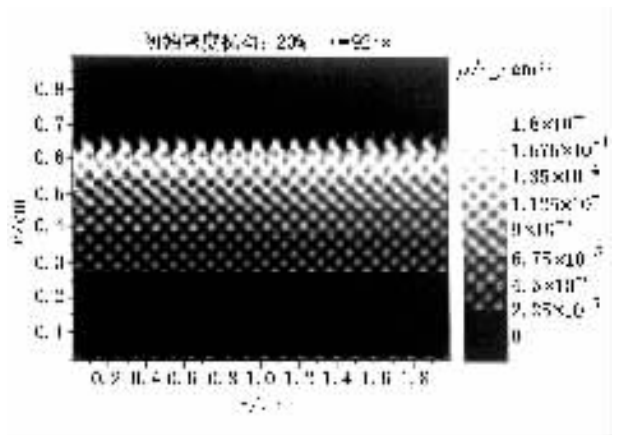


图 8 扰动幅度为 20% , $t = 92\text{ns}$ 时刻的密度等值线

的“密度冰凌”,这也说明了不稳定性幅度较大时,等离子体箍缩不可能一次完成.由于等离子体辐射功率是时间的函数,它应当反映出不同的箍缩状况.至于 x 射线辐射能量,由于是一个时间积分量,它对箍缩的细节不敏感是容易理解的.

由于 Z 箍缩等离子体初始扰动强加在等离子体的外侧,不稳定性对内部区域的密度扰动不明显,但对等离子体内部温度分布存在影响(图 10),等离子体不同温度层的外侧也呈现周期性的波动.由于我们加入的初始扰动是有规律的,不稳定性没有发展到使等离子体完全破裂成孤立的等离子体团的程度,也就是说没有呈现所谓的“热点”.可以推测,呈现“热点”的情况,很可能对应于等离子体破裂、不稳定性发展到极端的情况.从我们模拟的经验看,要在数值上重现这种强烈的不稳定性,可能要求局部有很大的扰动,并且要求扰动是随机的,这有待于进一步研究.

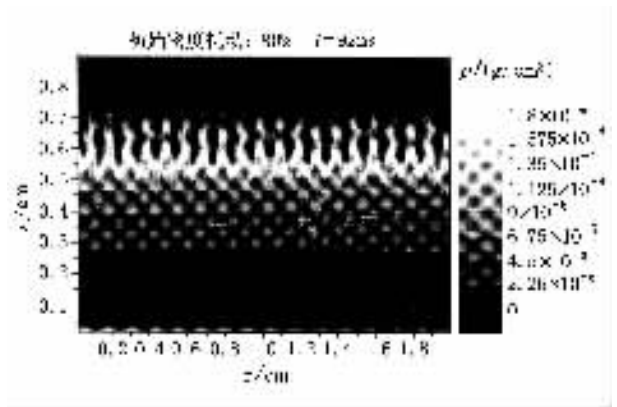


图 9 扰动幅度 80% , $t = 92\text{ns}$ 时刻的密度等值线

与 Z 箍缩等离子体不稳定性模拟相关的一个计算问题值得提及一下,如果扰动达到极端状态,也就

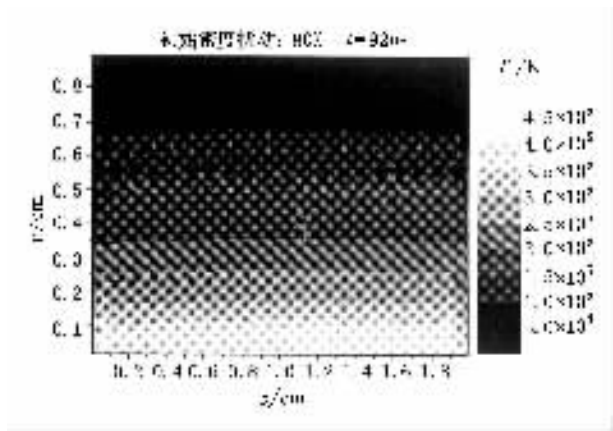


图 10 扰动幅度 80% , $t = 92\text{ns}$ 时刻离子温度等值线

是说密度在空间的分布差别太大,密度连续性太差, Euler 方式的流体模拟会遇到数值不稳定性问题,简单地解决办法是进一步降低计算时间步长,但这会使计算时间越来越长.所以极端条件下的模拟必须将 Euler 描写方式(场的观点)与 Lagrange 描写方式(粒子观点)结合才有可能克服此困难.

4. 结论和讨论

本文研究了 Z 箍缩等离子体 Euler 方式模拟中低密度“真空”选取标准问题,重点在于等离子体腊肠不稳定性的模拟上. Euler 流体描述中,等离子体“真空”密度标准不能定得过低,否则模拟时间太长.

也不能将“真空”密度值取得太大,这样模拟就会失真.我们在选取真空密度标准时,是通过一系列实际计算、对模拟对象的基本要求和计算机资源的综合考虑来确定的.在此基础上,我们展开了 Z 箍缩等离子体腊肠不稳定性研究.

从计算的结果来看,我们认为腊肠不稳定性对快箍缩等离子体辐射能量影响不大,但对 x 射线功率随时间的变化有显著的影响.当初始密度扰动很大时,等离子体箍缩分两次进行,第一次箍缩对应于无密度扰动箍缩峰值时刻之前,第二次箍缩发生在该时刻之后.当初始密度扰动不大时,x 射线辐射功率在主脉冲后出现一个平台,随着初始密度扰动的增大,该平台就演变成第二个辐射峰(次脉冲).以前有关对这类不稳定性的研究,可能是初始密度扰动幅度不够,这个现象没有引起足够的重视.

“强光一号”钨丝阵 Z 箍缩实验属于内爆时间为 100ns 量级的快 Z 箍缩.对于快 Z 箍缩而言,如果腊肠不稳定性没有发展到极端的情况(实验不排除存在这种现象),可以推测腊肠不稳定性对 x 射线总能量的影响不会很大,其影响主要表现在功率随时间变化的具体图像上.如果希望提高 Z 箍缩产生的 x 射线总能量,应当考虑的方向是:提高加速器本身的性能,合理选取负载材料,选取复合负载类型以及提高负载与加速器耦合等方面.

[1] Cap F F 1976 *Hookbook on Plasma Instabilities* Vol. Ⅰ(New York : Academic Press)p251

[2] Liberman M A ,De Groot J S ,Toor A and Spielman R B 1999 *Physics of High-Density Z-Pinch Plasmas*(New York :Springer-Verlag ,Inc.) p133

[3] Peterson D L *et al* 1996 *Phys. Plasmas* **3** 368

[4] Benattar B *et al* 1999 *Phys. Plasmas* **6** 175

[5] Douglas M R ,Deeney C and Roderick N F 2001 *Phys. Plasmas* **8** 238

[6] Duan Y Y *et al* *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) 段耀勇等 物理学报待出版]

Numerical investigations of Z-pinch plasma instabilities^{*}

Duan Yao-Yong Guo Yong-Hui Wang Wen-Sheng Qiu Ai-Ci

(*Northwest Institute of Nuclear Technology ,Xi 'an 710024 ,China*)

(Received 2 December 2003 ; revised manuscript received 16 January 2004)

Abstract

A two-dimensional , radiation magneto-hydrodynamics model is applied to the simulation of Z-pinch plasma sausage instability . Different implosion mechanisms in the cases of the existence and the non-existence of instability are analyzed , and the effects of various initial density perturbation levels on the x-ray power and energy are investigated . Numerical results show that x-ray energy output is not susceptible to sausage instabilities in a certain extent but x-ray power versus time is evidently dependent on the instabilities . In addition , this paper also studies the effects of numerical treatment of extreme low density in Z-pinch simulations on numerical results .

Keywords : Z-pinch , sausage instability , numerical simulation

PACC : 5255E , 4765 , 5265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10035020).