

非等同双原子与双模腔场拉曼 相互作用模型的腔场谱^{*}

张桂明[†] 李悦科 高云峰

(聊城大学教育传播技术学院, 聊城 252059)

(2003 年 12 月 17 日收到 2004 年 3 月 16 日收到修改稿)

研究了非等同双原子与双模腔场拉曼相互作用模型的腔场谱, 分析了谱结构随原子与腔场相对耦合常数 $R = g_2/g_1$ 的变化规律, 发现 R 对真空场、弱场、强场谱结构都有不同程度的影响. 当 $R = 1$ 或 $R = 0$ 时, 一般呈现简并的谱结构, 而当 R 介于 0 与 1 之间时, 腔场谱一般呈现复杂的非对称多峰结构. 同时还发现, 当 R 固定不变时, 低频腔场初始场强对高频真空场谱结构也有较明显的影响.

关键词: 量子光学, 腔场谱, 拉曼相互作用, 双模腔场

PACC: 4250, 3280, 4265

1. 引 言

拉曼散射是一种重要的原子与光场间相互作用的非线性过程, 由于对拉曼散射的研究可以获得原子与光场间相互作用的许多非经典特性, 因此引起了人们极大的研究兴趣^[1-11]. 其研究热点一般是腔与斯托克斯场模频率共振的情形. 文献 [1] 讨论了单个简并二能级原子与单模腔场拉曼相互作用系统的动力学行为. 文献 [2] 讨论了非简并二能级原子与单模腔场拉曼相互作用系统的动力学行为. 文献 [7] 研究了两个等效双能级原子与双模腔场具有不同耦合常数 ($g_1 \neq g_2$) 时通过拉曼相互作用的辐射谱, 分析了相对耦合常数对动力学特性的影响, 揭示出双模腔场处于不同数态时所具有的非经典特性.

另一方面, 腔场谱 (cavity field spectra) 作为获得原子与光场相互作用信息的重要方法也得到较深入的研究^[12-16], 并且已成为当前腔量子电动力学 (cavity QED) 中十分活跃的前沿课题之一. 虽然辐射谱和腔场谱从不同侧面给出了“原子-腔场”相互作用的信息, 但腔场谱的研究可以具体讨论一摸光场对另一摸频率、强度的影响^[15], 而辐射谱对此无能为力. 研究双模光场的相互影响对于实现双模双光

子激光具有重要意义^[17], 特别是最近 Li 等人^[16] 分析了 Jaynes - Cummings 模型原子辐射谱和腔场谱结构的异同, 并首次明确提出了测量腔场谱的方法, 这使腔场谱的研究不仅具有学术上的价值, 而且具有实际意义.

到目前为止, 尚未见到关于双原子与双模腔场拉曼相互作用模型 ($g_1 \neq g_2$) 腔场谱的研究报道, 本文对此进行了讨论.

2. 模型与理论推导

考虑非等同双原子与双模腔场间发生拉曼相互作用, 每个原子都具有两个非简并能级 $| - \rangle$ 和 $| + \rangle$, 其能量分别为 ω_- 和 ω_+ (本文取 $\hbar = 1$), 原子通过虚能级 $| J \rangle$ 与双模腔场发生拉曼相互作用, 如图 1 所示. 并且, 考虑双光子共振过程, 即双模腔场光子的频率 ω_1 和 ω_2 之差恰好等于原子的跃迁频率 ω_a , $\omega_1 - \omega_2 = \omega_+ - \omega_- \equiv \omega_a$. 再考虑两个原子所处位置的不同, 它们感受到的电场强度不同^[18], 即双原子与双模腔场之间具有不同耦合常数 ($g_1 \neq g_2$) 的一般情况, 在旋波近似下, 双原子与双模腔场系统在上述拉曼相互作用过程中的哈密顿量为^[7]

^{*} 山东省自然科学基金 (批准号: Y2002A05) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zhgm@lctu.edu.cn

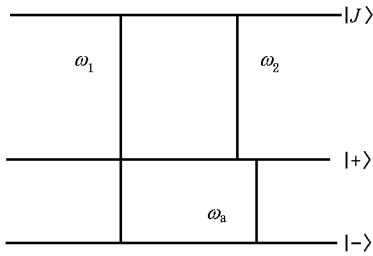


图1 原子与双模光场拉曼相互作用示意图

$$H = \omega_1 a_1^+ a_1 + \omega_2 a_2^+ a_2 + \frac{\omega_a}{2} \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + \sum_{i=1}^2 g_i (a_1 a_2^+ \sigma_i^+ + \sigma_i a_2 a_1^+), \quad (1)$$

式中 a_i, a_i^+ ($i=1, 2$) 分别为第 i 模腔场光子的湮没和产生算符, $\sigma_i^+, \sigma_i, \sigma_{z,i}$ 分别为第 i 个原子的赝自旋算符, g_i ($i=1, 2$) 为第 i 个原子与双模腔场的耦合常数.

(1) 式的本征方程可写为

$$H|\psi_i^N\rangle = E_i^N|\psi_i^N\rangle, \quad (2)$$

式中 N 表示 (n_1, n_2) . 将 H 的本征函数 $|\psi_i^N\rangle$ 按两原子-双模腔场拉曼相互作用系统的 4 个本征基矢 $|\varphi_i^N\rangle$ 展开, 即

$$|\psi_i^N\rangle = \sum_{j=1}^4 C_{ij}^N |\varphi_j^N\rangle \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} |\varphi_1^N\rangle &= |+, +, n_1, n_2\rangle, \\ |\varphi_2^N\rangle &= |+, -, n_1+1, n_2-1\rangle, \\ |\varphi_3^N\rangle &= |-, +, n_1+1, n_2-1\rangle, \\ |\varphi_4^N\rangle &= |-, -, n_1+2, n_2-2\rangle. \end{aligned} \quad (3b)$$

(3b) 式等号右边的 4 个量子数依次表示第一、第二个原子所处的能级及模 I、模 II 腔场数态光子数. 把 (3a) 式代入 (2) 式, 可得

$$\sum_{j=1}^4 (C_{ij}^N |H|\varphi_j^N\rangle - E_i^N \delta_{ij}^N) C_{ij}^N = 0. \quad (4)$$

由 (4) 式可求出与 (1) 式对应的本征能量 E_i^N 和本征函数 C_{ij}^N , 其结果为

$$E_i^N = \omega_1(n_1+1) + \omega_2(n_2-1) - g_1 \lambda_i^N, \quad (5a)$$

$$\lambda_i^N = \pm \left[(1+R^2)N^2 \pm \sqrt{(1+R^2)N^4 - 4(1-R^2)N_1^2 N_2^2} \right]^{1/2} / \sqrt{2} \quad (5b)$$

式中 λ_i^N 的方括号内当 $i=3, 4$ ($1, 2$) 取正(负)号, 方括号外当 $i=2, 4$ ($1, 3$) 取正(负)号. 与 (5) 式对应的本征函数 C_{ij}^N 为

$$\begin{aligned} C_{i1}^N &= -RN_1[(M_i^N)^2 + N^2]/L_i^N, \\ C_{i2}^N &= \lambda_i^N(M_i^N)/L_i^N, \\ C_{i3}^N &= R\lambda_i^N N^2/L_i^N, \\ C_{i4}^N &= -N_2[(M_i^N)^2 + R^2 N^2]/L_i^N. \end{aligned} \quad (6)$$

在 (5) 和 (6) 式中 $R = g_2/g_1$, $i=1, 2, 3, 4$, 以及

$$N_1 = \sqrt{n_2(n_1+1)}, \quad N_2 = \sqrt{(n_1+2)(n_2-1)}, \\ N^2 = N_1^2 + N_2^2, \quad (7a)$$

$$(M_i^N)^2 = (\lambda_i^N)^2 - N_1^2 - R^2 N_2^2, \quad (7b)$$

$$L_i^N = \{R^2 N_1^2 [(M_i^N)^2 + N^2] + (\lambda_i^N)^2 [(M_i^N)^2 + R^2 N^4] + [(M_i^N)^2 + R^2 N^2] N_2^2\}^{1/2}. \quad (7c)$$

“双模腔场-双原子”系统的腔场谱可按下式计算^[19]:

$$S_N(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T-t')] \\ \times \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T-t)] \\ \times \langle \varphi(0) | a^+(t') a(t) | \varphi(0) \rangle, \quad (8)$$

式中 Γ 为谱仪带宽, T 为测量时间, $|\varphi(0)\rangle$ 为系统的初态. 因为初始时刻双模腔场处于光子数态的任意叠加态时腔场谱的许多重要特征, 可由初态处于数态 $|n_1, n_2\rangle$ 时的结果反映出来^[7], 所以取初始时刻两原子都处于激发态 $|+, +\rangle$, 且双模腔场处于任意数态 $|n_1, n_2\rangle$, 即 $|\varphi(0)\rangle = |+, +, n_1, n_2\rangle$.

此时, 由 (3a), (3b), (4) 和 (7) 式及反变换 (3a) 式, 经繁琐运算, 可得

$$S = S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (9a)$$

式中

$$S_1(\omega) = \sum_{r=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{kr}^{(1)} Z_{kr}^{(1)} \right|^2, \quad (9b)$$

$$G_{kr}^{(1)} = \sum_{m=1}^4 C_{k1}^N C_{km}^N C_{m1}^N b_m^{n_1}, \quad (9c)$$

$$Z_{kr}^{(1)} = \frac{e^{[\omega - (E_k^N - E_r^N)T]} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + i[\omega - (E_k^N - E_r^N)]}, \quad (9d)$$

式中 N 代表 (n_1, n_2) , N_1 代表 (n_1-1, n_2) , N_2 代表 (n_1, n_2-1) ,

$$\begin{aligned} b_1^{n_1} &= \sqrt{n_1}, \\ b_2^{n_1} &= b_3^{n_1} = \sqrt{n_1+1}, \\ b_4^{n_1} &= \sqrt{n_1+2}. \end{aligned} \quad (9e)$$

对于 $S_2(\omega)$ 只须将上述公式中的 n_1 换成 n_2 即可. 对于 $R=0$ 和 $R=1$ 时的计算公式需另行推导, 在此从略.

3. 结果分析

依据(5a)–(9e)式可以计算双模腔场处于不同数态,相对耦合常数 $R = g_2/g_1$ 取不同数值时的腔场谱.由于计算公式过于复杂,不宜作解析分析,我们采用了数值计算的方法,其结果示于图2至图7(本文模I为高频峰,在图右侧,其中心频率在0处,模II为低频峰,在图的左侧,其中心频率在-10处).

原子初态为激发态时,若模II光场又处于真空态,此时原子不能从模II光场吸收光子(并辐射反射斯托克斯光子)而跃迁到基态,即原子不能与光场产生拉曼相互作用.数值计算结果也表明,此时无论模I初始光场怎样变化,腔场谱中只有频率为 ω_1 的经典共振谱.若模II不为真空态时,无论模I是否为真空态,双模腔场谱都将产生劈裂,且其谱结构也随相对耦合常数 R 的变化而变化,此时可见到拉曼相互作用的许多非经典特性,以及腔场谱所具有的一些新特征.

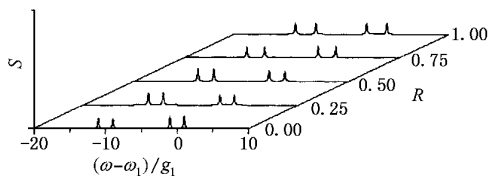


图2 $n_1 = 0, n_2 = 1$ 时腔场谱随 R 的变化关系

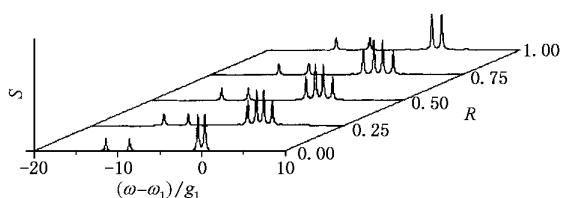


图3 $n_1 = n_2 = 1$ 时腔场谱随 R 的变化关系

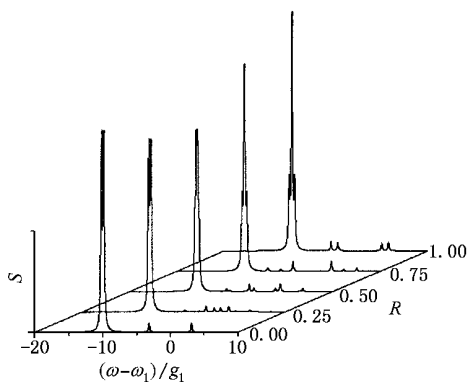


图4 $n_1 = 0, n_2 = 10$ 时腔场谱随 R 的变化关系

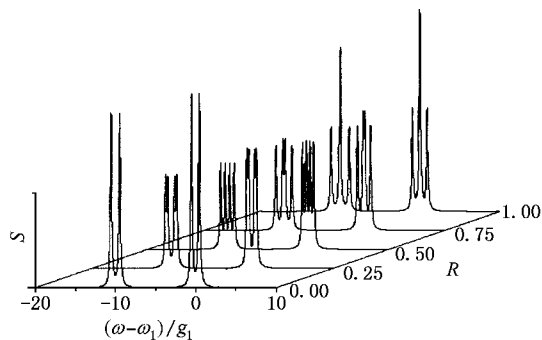


图5 $n_1 = n_2 = 10$ 时腔场谱随 R 的变化关系

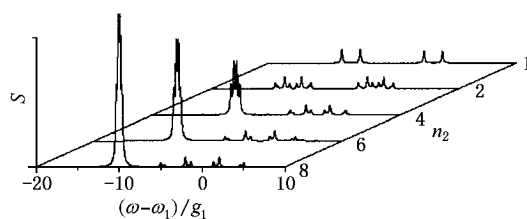


图6 $n_1 = 0, R = 0.50$ 时腔场谱随 n_2 的变化关系

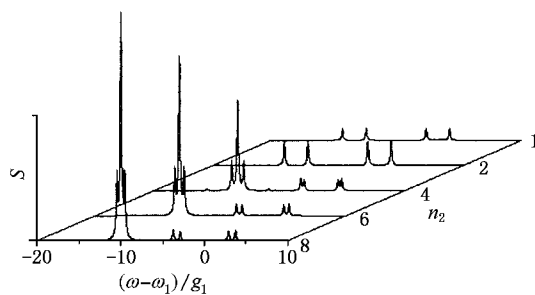


图7 $n_1 = 0, R = 1.00$ 时腔场谱随 n_2 的变化关系

3.1. $n_1 = 0, n_2 = 1$ 即模I为真空态、模II为弱场时的腔场谱

当模I处于真空场,模II为弱场,双模的相对耦合常数 R 分别取 0.00, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 时腔场谱的计算结果示于图2,可见双模腔场谱均呈现对称双峰结构,且峰高基本不变,但每模两峰劈裂均随 R 的增大而增大.可见, R 对真空场的影响并不显著.与同一模型同一情况的辐射谱^[7]相比较, R 对腔场谱的影响比辐射谱要小,后者在 $0.00 < R < 1.00$ 时交替出现 10 峰、6 峰的结构.

3.2. $n_1 = 1, n_2 = 1$ 即双模均为弱场时的腔场谱

当双模均为弱场, R 分别取 0.00, 0.25, 0.50,

0.75, 1.00 时腔场谱的计算结果示于图 3. 结果表明, 模 II 两峰劈裂渐宽, 峰高基本不变, 模 I 谱结构呈现显著变化, $R = 0.00, 1.00$ 时为对称双峰结构 (两边峰很小可忽略掉), 且峰高最高, 而在其他情况下呈现 4 峰结构, 两边峰的峰高稍低. R 主要影响两边峰的峰高, 且当 R 很小或接近于 1.00 时, 模 I 两边峰高急剧变化, 迅速达到饱和, 而当 R 介于 0.10 和 0.90 之间时, 模 I 峰结构基本保持稳定.

可见, 耦合作用对双模弱场中较高频率腔场较为敏感, 影响显著, 而对低频腔场影响不明显, 这是拉曼相互作用的结果.

3.3. $n_1 = 0, n_2 = 10$, 即模 I 处于真空态、模 II 为强场时的腔场谱

模 I 处于真空态、模 II 为强场时的腔场谱结构随相对耦合常数 R 的变化规律示于图 4. 结果表明, 当 $R = 0.00$ 时, 模 I 和模 II 均为对称的双峰, 但模 II 的双峰靠得很近, 且峰较高, 随 R 的增大, 模 I 的变化较显著, 峰的数量按 $2 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 4$ 的规律演化, 且对称峰的间距逐渐增大, 而模 II 的双峰也更加靠拢, 在 $R = 0.50$ 时演化为单峰结构, 然后出现拉比劈裂, 产生两边峰, 主峰和边峰的峰值都随 R 的增大而增大, 峰数按 $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ 的规律演化. 这与同等情况下辐射谱的谱结构^[7]相比, 相对耦合常数 R 对腔场谱的影响比较明显.

3.4. $n_1 = 10, n_2 = 10$, 即双模均处于强场时的腔场谱

双模均处于强场时的腔场谱随 R 的变化规律的计算结果示于图 5. 每模腔场谱随 R 增加, 其峰的数量均按 $2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ 的规律演化, 且峰间距也在变化, 虽双模光子数相等, 但模 I 比模 II 的峰偏高, 结果表明拉曼相互作用对高频腔场模 I 的峰高有增强的作用.

3.5. $n_1 = 0, n_2 = 1, 2, 4, 6, 8$ 和 $R = 0.50, 1.00$ 时的腔场谱

$R = 0.50$, 即 $g_2 = 0.5g_1$ 时的腔场谱随 n_2 增加, 双模腔场峰的数量呈现 $4 \rightarrow 12 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 11$ 的复杂结构, 计算结果示于图 6. 模 I 的双峰逐渐分化为对称的多峰结构, 其间距也在逐渐增大, 随 n_2 的增大, 腔场谱展现出非常丰富的谱线; 而模 II 的双峰先分化为复杂的对称多峰结构, 然后再逐渐退化, 峰的数量按 $2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的规律演化, 当 $n_2 = 8$ 时已接

近于单一经典共振峰.

$R = 1.00$, 即 $g_2 = g_1$ 时, 腔场谱的计算结果示于图 7. 结果表明, 双模腔场峰的数量随 n_2 的逐渐增大, 按 $4 \rightarrow 7$ 的规律演化, 其中真空场模 I 峰数由 2 到 4, 模 II 峰数由 2 到 3. 模 I 在 $n_2 = 2$ 的对称双峰最高, $n_2 = 4$ 及其以后双峰劈裂为对称的 4 峰结构, 拉比峰的劈裂也随 n_2 的增大而增大. 模 II 由对称的双峰结构逐渐演化为对称的三峰结构, 峰间距逐渐减小, 计算结果表明 n_2 继续增大将演化为单一的经典共振峰. 这与双原子单模拉曼相互作用的腔场谱^[20]明显不同, 后者始终保持三峰结构, 且两边峰随光子数的增大而迅速增高.

由此可见, $R = 1.00$ 时, 随低频初始腔场模 I 的光子数的不断增大, 不仅使本模峰数按 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的规律演化, 峰间距逐渐变窄, 同时还可使高频真空场峰数按 $2 \rightarrow 4$ 的规律演化, 峰间距对称变宽.

以上两种情况仅是 R 选的不同, 不仅谱结构出现了明显的差异, 而且 R 越大峰高越高, 可以看出耦合作用对场强的影响.

4. 结 论

双原子与双模腔场相互作用系统中, 若低频光场处于真空态, 原子就不能从低频光场吸收光子跃迁到基态, 此时原子与光场不能产生拉曼相互作用. 在模 I 为真空场、模 II 为弱场时, R 对峰高无影响, 只使峰间距变大; 若双模均处于光子数相同的弱场时, R 主要对模 I 产生影响, 但当 R 介于 0.10 和 0.90 之间时, 其峰结构基本保持不变; 模 I 处于真空场、模 II 为强场时, 双模都产生较明显的拉比劈裂, 谱结构复杂化, R 对腔场谱的影响比对辐射谱的影响大; 若双模均为强场时, R 对高频腔场模 I 的峰高有增强作用, 对模 I 为真空场, n_2 取 1, 2, 4, 6, 8, R 取 0.50 和 1.00 的腔场谱进行对比, 可以看出拉曼相互作用对谱结构和场强都有较大影响. 总之, 在拉曼相互作用中, 原子与双模腔场间相互作用的相对耦合常数 $R = g_2/g_1$ 对真空场、弱场、强场腔场谱的结构 (峰的数量、位置、高度) 都有较强影响. 这种影响一般在 $R = 0.00$ 和 $R = 1.00$ 时, 出现对称的简并峰结构, 当 R 介于 0.00 和 1.00 之间时, 一般呈现较复杂的非对称谱结构. R 固定不变时, 低频光场的初始场强对高频真空场的谱结构也有明显影响.

- [1] Agarwal G S and Puri R R 1991 *Phys. Rev. A* **43** 3949
- [2] Cardimona D A , Kovanis V , Sharma M P and Gavrielides A 1991 *Phys. Rev. A* **43** 3710
- [3] Luo Z F , Xu Z Z and Xu L 1992 *Acta Phys. Sin.* **41** 1950 (in Chinese) [罗振飞、徐至展、徐 磊 1992 物理学报 **41** 1950]
- [4] Thompson R J , Rempe G and Kimble H J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 1132
- [5] Song T Q , Feng J , Wang W Z and Xu J Z 1995 *Phys. Rev. A* **51** 2648
- [6] Feng J , Song T Q , Wang W Z and Xu J Z 1996 *Chin. J. Atom. Molec. Phys.* **13** 87 (in Chinese) [冯 健、宋同强、王文正、许敬之 1996 中国原子与分子物理学报 **13** 87]
- [7] Feng J *et al* 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1304 (in Chinese) [冯 健等 1996 物理学报 **45** 1304]
- [8] Feng J , Song T Q and Gao Y F 1998 *J. Phys. B* **31** 5209
- [9] Ao S M , Zhou S L and Zeng G J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 52 (in Chinese) [敖胜美、周石伦、曾高坚 2001 物理学报 **50** 52]
- [10] Huang C J , Li J F and He H Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 473 (in Chinese) [黄春佳、历江帆、贺慧勇 2001 物理学报 **50** 473]
- [11] Huang C J , Zhou M and Liu A L 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1064 (in Chinese) [黄春佳、周 明、刘安玲 2001 物理学报 **50** 1064]
- [12] Nasreen T and Razmi K 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1292
- [13] Gao Y F , Feng J and Song T Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1650 (in Chinese) [高云峰、冯 健、宋同强 1999 物理学报 **48** 1650]
- [14] Feng J , Wang J S , Gao Y F and Zhan M S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1279 (in Chinese) [冯 健、王继锁、高云峰、詹明生 2001 物理学报 **50** 1279]
- [15] Gao Y F , Feng J and Shi S R 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1496 (in Chinese) [高云峰、冯 健、史舒人 2001 物理学报 **50** 1496]
- [16] Li F L , Gao S Y and Zhao Y T 2003 *Chin. Phys.* **12** 872
- [17] Ashraf M M 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5116
- [18] Luo Z F , Xu Z Z , Xu L and Liang S D 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 925 (in Chinese) [罗振飞、徐至展、徐 磊、梁世东 1993 物理学报 **42** 925]
- [19] Eberly J H and Wodkiewicz K 1977 *J. Opt. Soc. Am.* **67** 1252
- [20] Gao Y F and Feng J 2003 *Chin. J. Atom. Molec. Phys.* **20** 381 (in Chinese) [高云峰、冯 健 2003 中国原子与分子物理学报 **20** 381]

Cavity field spectra of two different atoms interacting with a two-mode field through Raman process^{*}

Zhang Gui-Ming[†] Li Yue-Ke Gao Yun-Feng

(College of Educational Technology and Mass Medium , Liaocheng University , Liaocheng 252059 , China)

(Received 17 December 2003 ; revised manuscript received 16 March 2004)

Abstract

The cavity field spectra of two different atoms interacting with two-mode fields through Raman process are studied. The effects of relative coupling constant $R = g_2/g_1$ on the spectrum structure are discussed. It is found that R plays a different role in the spectrum for vacuum , weak or strong initial field. Degenerate spectrum structure appears usually for $R = 1$ or $R = 0$. A complicated asymmetric multi-peak structure appears when R is between 0 and 1. When the field of upper frequency mode is vacuum , its spectrum is influenced sensitively by the field intensity of the other mode for fixed R .

Keywords : quantum optics , cavity field spectrum , Raman interaction , two-mode field

PACC : 4250 , 3280 , 4265

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province , China (Grant No. Y2002A05).

[†] Corresponding author. E-mail : zhgm@lctu.edu.cn