

不确定混沌系统的直接自适应模糊神经网络控制*

谭文^{1,2)} 王耀南²⁾

¹⁾ 湖南科技大学信息与电气工程学院,湘潭 411201)

²⁾ 湖南大学电气与信息工程学院,长沙 410082)

(2003 年 12 月 19 日收到,2004 年 7 月 6 日收到修改稿)

提出利用直接自适应模糊神经网络控制一类不确定非线性混沌系统新方法.采用 Takagi-Sugeno 模糊逻辑系统估计混沌对象中未知函数,然后再对模糊神经网络控制律参数进行在线调整,在系统所有信号一致有界情形下,解决混沌状态跟踪给定参考轨道控制问题.仿真结果表明所得结论是正确的.

关键词:模糊神经网络,自适应控制,混沌,参数不确定性

PACC: 0545

1. 引言

目前,混沌控制研究受到了广泛的关注,并取得了一些新的进展^[1-9].当系统模型已知时,线性状态反馈法^[10]、Lyapunov 方法及反馈线性化等^[11,12]方法可直接对混沌系统很好地进行控制.但是在实际过程中,由于常存在系统结构未知或者参数不确定性问题,上述方法就再难以得到满意效果.

过去十几年,不少人利用自适应方法对不确定非线性系统作了深入研究^[13-16].由于模糊神经网络可以任意精度逼近任何非线性函数,因此,将自适应技术和模糊神经网络方法结合起来,为解决不确定混沌系统控制问题提供了广阔应用空间.

本文提出基于模糊神经网络直接自适应方法控制一类带不确定参数非线性混沌系统,通过 Lyapunov 综合方法,用模糊神经网络逼近系统中不确定函数,然后对自适应控制器参量进行在线调整.运用所研究的控制策略实现混沌状态跟踪控制,可以保证闭环系统全局稳定.对 Duffing 受迫振子的仿真试验结果表明此控制方法是有效的.

2. Takagi-Sugeno(T-S)模糊逻辑系统^[17]

非线性不确定函数可用 T-S 模糊模型进行近

似,设第 i 条规则为

$R^{(i)}$: 当 x_1 为 A_1^i 并且... x_n 为 A_n^i 则有

$$y_i = p_0^i + p_1^i x_1 + \dots + p_n^i x_n \\ = [1 \quad \mathbf{x}^T] \boldsymbol{\theta}_i, \quad (1)$$

式中 A_k^i 为模糊集合, $\boldsymbol{\theta}_i = [p_0^i, p_1^i, \dots, p_n^i]^T$ 为模糊规则后件部分可调参数矢量, y_i 是语言变量,模糊推理系统结合规则库中的“模糊 If-Then 规则”,完成从输入语言变量 $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathcal{R}_n$ 到输出变量 $y \in \mathcal{R}$ 的映射.

于是,通过单点模糊化、乘积推理、加权平均法解模糊的模糊逻辑系统输出可表示为

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^M \nu^i y_i}{\sum_{i=1}^M \nu^i} = \frac{\sum_{i=1}^M \nu^i [1 \quad \mathbf{x}^T] \boldsymbol{\theta}_i^T}{\sum_{i=1}^M \nu^i}, \quad (2)$$

式中 M 是“模糊 If-Then 规则”数, $\nu^i = \prod_{k=1}^n \mu_{A_k^i}(x_k)$, 其中 $\mu_{A_k^i}(x_k)$ 为模糊变量 x_k 的隶属函数值.

这样,方程(2)可简化为

$$y(\mathbf{x}) = \xi^T(\mathbf{x}) \boldsymbol{\theta}, \quad (3)$$

式中 $\boldsymbol{\theta}^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]$ 为可调参数向量

$$\xi^T(\mathbf{x}) = [\xi^1(\mathbf{x}), \xi^2(\mathbf{x}), \dots, \xi^M(\mathbf{x})]$$

是模糊基函数向量,定义为

* 国家自然科学基金(批准号 60075008, 60102010, 60375001)和湖南省自然科学基金(批准号 03JJY3107)资助的课题.

$$\xi^i(x) = \frac{\nu^i [1 \ x^T]}{\sum_{i=1}^M \nu^i} \quad (4)$$

应用去模糊化技术,即可求出由(2)式描述的神经网络输出.整个 T-S 模糊神经网络结构如图 1 所示.

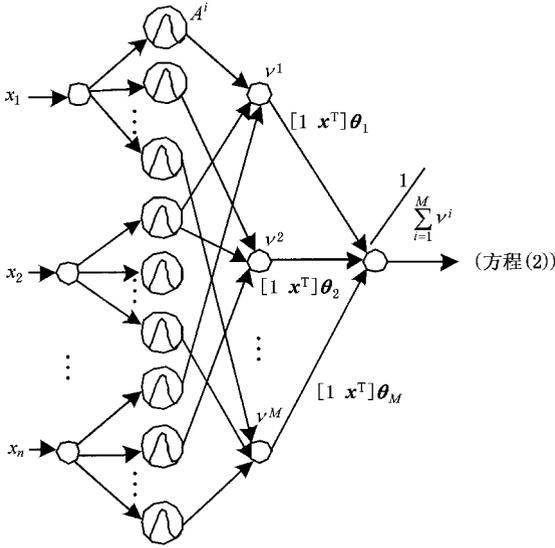


图 1 T-S 模糊神经网络结构

3. 模糊神经网络控制器设计

设 n 阶非线性混沌系统描述方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\quad + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u, \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (5)$$

或

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \\ &\quad + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u, \\ y &= x, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 f, g 是未知有界函数, $u \in \mathcal{R}$ 为系统输入, $y \in \mathcal{R}$ 为系统输出

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathcal{R}^n$ 为可量测的系统状态向量.为保证系统(6)在控制区 $U_c \subset \mathcal{R}^n$ 内能控,必须对所有 x 均有 $g(x) \neq 0$.不失一般性,可令 $x \in U_c$ 时 $0 < g(x) < \infty$.我们的控制目的是寻找控制律 $u = u(x, t)$,使系统在其作用下

状态 $x(t)$ 能快速、准确跟踪参考信号.令参考轨迹

$$y_r = (y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)})^T \in \mathcal{R}^n,$$

跟踪误差

$$e = y_r - x = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathcal{R}^n.$$

选取

$$k_c = (k_1^c, k_2^c, \dots, k_n^c)^T \in \mathcal{R}^n,$$

使得多项式

$$F(s) = s^n + k_n^c s^{n-1} + \dots + k_1^c = 0$$

的所有根均在左半开复平面上.

由于 $f(x), g(x)$ 均不可知,因此必须先对它们进行估计,再用其近似值 \hat{f}, \hat{g} 设计自适应控制器

$$\begin{aligned} u^* &= u^*(x, t | \theta_f, \theta_g) \\ &= \frac{1}{\hat{g}(x | \theta_g)} (-\hat{f}(x | \theta_f) + y_r^{(n)} + k_c^T e), \end{aligned} \quad (7)$$

式中 θ_f 和 θ_g 分别为 \hat{f}, \hat{g} 的参数向量.将控制律(7)式作用于系统(6)经过简化,得误差动态方程

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Lambda_c e + b_c [(\hat{f}(x | \theta_f) - f(x)) \\ &\quad + (\hat{g}(x | \theta_g) - g(x))u^*], \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ -k_1^c & -k_2^c & \dots & \dots & -k_n^c \end{bmatrix},$$

$$b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

定义优化参数向量

$$\begin{aligned} \theta_f^* &= \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f^M} [\sup_{x \in U_c} |\hat{f}(x | \theta_f) - f(x)|], \\ \theta_g^* &= \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g^M} [\sup_{x \in U_c} |\hat{g}(x | \theta_g) - g(x)|], \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} \Omega_g &= \{\theta_g = (\theta_g^1, \theta_g^2, \dots, \theta_g^M)^T \in \mathcal{R}^M | \theta_g^l \\ &\quad \geq \delta > 0; l = 1, 2, \dots, M\}, \end{aligned}$$

δ 是选定的常数.

令最小近似误差

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta(x, \theta_f, \theta_g, t) = [(\hat{f}(x | \theta_f^*) \\ &\quad - f(x)) + (\hat{g}(x | \theta_g^*) - g(x))u^*], \end{aligned} \quad (10)$$

于是方程(8)变为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Lambda_c e + b_c \Delta + b_c [(\hat{f}(x | \theta_f) - \hat{f}(x | \theta_f^*)) \\ &\quad + (\hat{g}(x | \theta_g) - \hat{g}(x | \theta_g^*))u^*]. \end{aligned} \quad (11)$$

利用模糊逻辑系统 (3) 对 f, g 进行估计,

$$\hat{f}(x | \theta_f) = \theta_f^T \xi(x), \hat{g}(x | \theta_g) = \theta_g^T \xi(x), \quad (12)$$

式中 θ_f, θ_g 分别为待确定的自适应律. 将 (12) 式代入 (11) 式得

$$\dot{e} = \Lambda_c e + b_c \Delta + b_c [\phi_f^T \xi(x) + \phi_g^T \xi(x) u^*], \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} \phi_f &= \phi_f(t) = \theta_f - \theta_f^*, \\ \phi_g &= \phi_g(t) = \theta_g - \theta_g^*. \end{aligned}$$

因存在正定对称矩阵 $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 满足 Lyapunov 方程

$$\Lambda_c^T P + P \Lambda_c = -Q, \quad (14)$$

式中 Q 为任意 $n \times n$ 正定对称矩阵. 考虑下面的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V = V(e, \phi_f, \phi_g) &= \frac{1}{2} e^T P e \\ &+ \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T \phi_g, \end{aligned} \quad (15)$$

式中 P 为方程 (14) 的解, γ_1, γ_2 为常数, 且 $\gamma_1, \gamma_2 > 0$. 对 (15) 式沿轨道 (13) 式求导,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \Delta \\ &+ \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T [\dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P b_c \xi(x)] \\ &+ \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T [\dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u^*]. \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f, \dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g$ 利用 (14) 式 取自适应律

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_f &= -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x), \\ \dot{\theta}_g &= -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u^*. \end{aligned} \quad (17)$$

对控制器参数进行调整 则 (16) 式变为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \Delta \\ &\approx -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

需要指出 (18) 式结果是在 Δ 很小情形下得出的, 由于模糊神经网络可以任意精度逼近任何非线性函数, 因此该条件容易满足. 为保证 θ_g 不超出 Ω_g 对 (17) 式中的第二式进行修正,

$$\dot{\theta}_g^i = \begin{cases} \max\{0, -\gamma_2 e^T P b_c \xi^i(x) u^*\} & (\theta_g^i \leq \delta), \\ -\gamma_2 e^T P b_c \xi^i(x) u^* & (\text{其他}). \end{cases} \quad (19)$$

定理 设 f, g 的近似函数 \hat{f}, \hat{g} 由 (12) 式给出, 其中参数向量 θ_f, θ_g 由 (17) (19) 式调整, 则系统 (6) 在控制器 (7) 式作用下, 若 $\lambda_{Q_{\min}} > 1$, 则如图 2 所

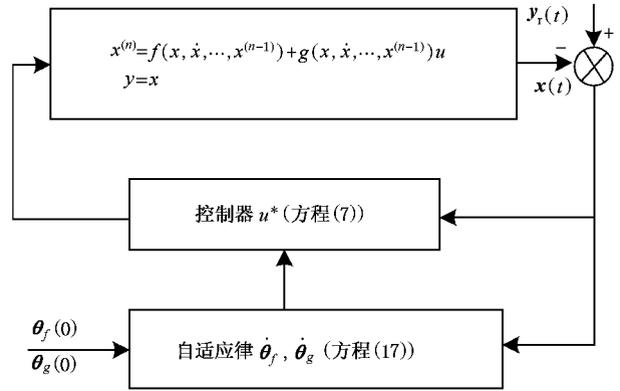


图 2 控制系统结构框图

示的整个控制系统具有下述特性.

1) 存在常数 α, β , 且 $\alpha, \beta > 0$, 使得

$$\int_0^t |e(\tau)|^2 d\tau \leq \alpha + \beta \int_0^t \Delta^2(\tau) d\tau \quad \forall t \geq 0,$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha &= 2V(0)(\lambda_{Q_{\min}} - 1), \\ \beta &= |P b_c|^2 (\lambda_{Q_{\min}} - 1). \end{aligned}$$

2) 若 $V \in L_\infty, \Delta \in L_2$ 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0.$$

证 注意到

$$\begin{aligned} |e - P b_c \Delta|^2 &= |e|^2 - 2e^T P b_c \Delta + |P b_c \Delta|^2 \geq 0, \\ e^T Q e &\geq \lambda_{Q_{\min}} |e|^2, \end{aligned}$$

其中 $\lambda_{Q_{\min}}$ 是 Q 最小特征值, 于是沿用 (18) 式得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \Delta \\ &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{Q_{\min}} |e|^2 + \frac{1}{2} |e|^2 + \frac{1}{2} |P b_c \Delta|^2 \\ &= -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |e|^2 + \frac{1}{2} |P b_c \Delta|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

对 (20) 式等号两端分别积分, 并注意 $\lambda_{Q_{\min}} > 1$, 有

$$\begin{aligned} \int_0^t |e(\tau)|^2 d\tau &\leq \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} [V(0) - V(t)] \\ &\quad + \frac{|P b_c|^2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} \int_0^t \Delta^2(\tau) d\tau \\ &\leq \frac{2V(0)}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} + \frac{|P b_c|^2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} \int_0^t \Delta^2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (21)$$

令

$$\begin{aligned} \alpha &= 2V(0)(\lambda_{Q_{\min}} - 1), \\ \beta &= |P b_c|^2 (\lambda_{Q_{\min}} - 1), \end{aligned}$$

则定理第一部分得证.

再注意(13)式等号右端变量均有界,所以 $e \in L_\infty$. (17)和(19)式等号右端变量也都有界,且 $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f \in L_\infty$, $\dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g \in L_\infty$, 又模糊基函数的选取可保证 $\partial \xi^i(x) / \partial x_k$ 有界,从(6)式知, $\dot{x}_k \in L_\infty$ ($k = 1, \dots, n$), 所以

$$\frac{d\xi^i(x)}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \xi^i(x)}{\partial x_k} \dot{x}_k \in L_\infty \quad (i = 1, \dots, M).$$

从 $\hat{g}(x | \theta_g) > 0$ 可知, $u^* \in L_\infty$ (令 $y_r^{(n+1)}(t) \in L_\infty$), 故 $e \in L_\infty$. 从(21)式以及 $\Delta \in L_2$, 有 $e \in L_2$.

由 Barbalat 引理^[18]便有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \in L_2$. 证毕.

综上所述, 整个控制系统的设计分为 5 个步骤.

步骤 1: 确定反馈增益 k_c , 使得 $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1 = 0$ 的所有根均在左半开复平面上.

步骤 2: 确定 $n \times n$ 正定矩阵 Q , 解方程(14), 求出对称正定矩阵 P .

步骤 3: 选取常数 $\gamma_1, \gamma_2, \delta$.

步骤 4: 定义隶属函数 $\mu_{A_i^k}(x)$, 并计算模糊基函数 $\xi(x)$.

步骤 5: 将控制器 u^* 作用于系统(6), 然后计算自适应律 $\dot{\theta}_f, \dot{\theta}_g$, 调整参数 θ_f, θ_g , 求出 f, g 的逼近值.

4. 数字仿真

为了验证所提出方法的效果, 选取 Duffing 受迫振子进行试验, 结果如图 3—图 5 所示. 图 3 是未加控制作用时系统相图. 设方程表述形式为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= ax_2 + bx_1^3 + q \cos(\omega t) + u(t). \end{aligned} \quad (22)$$

当 $u(t) = 0, a = -0.1, b = -1, q = 12, \omega = 1$ 时, 系统处于混沌状态. 现在运用所设计方法使混沌状态 x_1, x_2 跟踪参考轨迹 $y_r(t) = \sin(t), \dot{y}_r(t) = \cos(t)$. 试验过程取 $k_1^c = 1, k_2^c = 3, Q = \text{diag}(10, 10)$, 解方程

$$(15) \text{ 得 } P = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}, \text{ 取 } \delta = 0.3, \gamma_1 = 2.5, \gamma_2 = 1.5, \text{ 隶属函数为}$$

$$\begin{aligned} \mu_{A_1^k}(x_k) &= 1 / \{1 + \exp[-5(x_k + 2)]\}, \\ \mu_{A_2^k}(x_k) &= \exp[-(x_k + 1.5)^2], \\ \mu_{A_3^k}(x_k) &= \exp[-(x_k + 0.5)^2], \\ \mu_{A_4^k}(x_k) &= \exp[-(x_k - 0.5)^2], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{A_5^k}(x_k) &= \exp[-(x_k - 1.5)^2], \\ \mu_{A_6^k}(x_k) &= 1 / \{1 + \exp[-5(x_k - 2)]\}. \end{aligned}$$

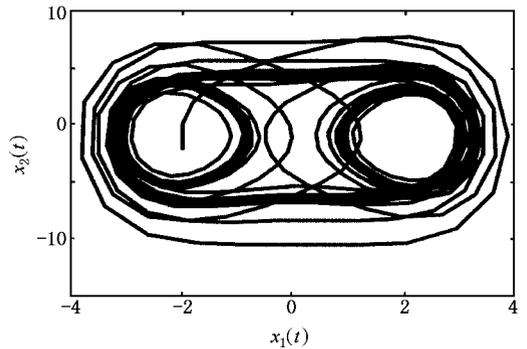


图 3 未加控制作用时的系统相图

这样, 用 $M = 36$ 条模糊规则可以全面描述系统动力学行为. 初始值 $x(0) = [-2, -2]^T, \theta_f(0)$ 在 $[-12, 12]$ 随机选取, $\theta_g(0)$ 在 $[1, 10]$ 随机选取. 仿真曲线图(图 4)是在控制作用下, 状态 x_1, x_2 跟踪单位圆的相平面图, 实线为参考轨迹、虚线为跟踪轨迹. 图 5 为目标跟踪均方误差曲线. 显然, 从图形曲线可知, 控制取得了满意的效果.

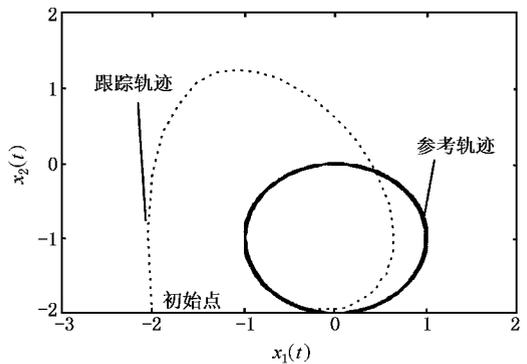


图 4 跟踪控制相轨迹

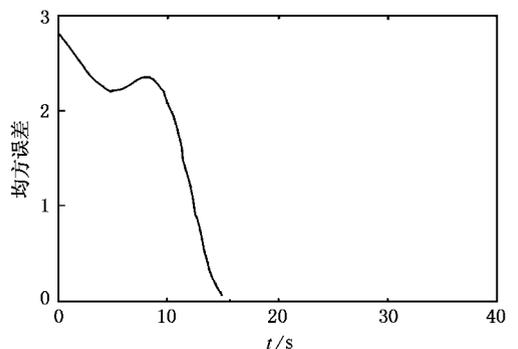


图 5 跟踪控制误差曲线

5. 结 论

针对参数不确定混沌系统, 利用 T-S 模糊逻辑

系统, 通过 Lyapunov 方法, 采用少量模糊规则, 即可在线调整模糊神经网络控制器参量, 实现其参考模型跟踪控制. 理论分析表明闭环系统全局稳定, 仿真曲线验证了所给出结果的正确性.

- [1] Lu J H 2002 *Chin. Phys.* **11** 12
- [2] Tan W, Wang Y N 2004 *Chin. Phys.* **13** 459
- [3] Guan X P, Chen C L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 753 (in Chinese) [关新平、陈彩莲 2002 物理学报 **51** 753]
- [4] Tan W, Wang Y N 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2463 (in Chinese) [谭文、王耀南 2002 物理学报 **51** 2463]
- [5] Wang Y N, Tan W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2723 (in Chinese) [王耀南、谭 文 2003 物理学报 **52** 2723]
- [6] Luo X S, Chen G R 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 12 (in Chinese) [罗晓曙、陈关荣 2003 物理学报 **52** 12]
- [7] Tao C H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 281 (in Chinese) [陶朝海、陆君安 2003 物理学报 **52** 281]
- [8] Zhang H, Ma X K 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2415 (in Chinese) [张浩、马西奎 2003 物理学报 **52** 2415]
- [9] Liu J, Chen S H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese) [刘杰、陈士华 2003 物理学报 **52** 1595]
- [10] Chen G 1995 *IEEE International Symposium on Circuits Systems* (Seattle : IEEE) pp1177—1182
- [11] Nijmeijer H 1995 *IEEE Trans. Circuits Systems* **42** 473
- [12] Gallegos J A 1994 *Dynamic Control* **4** 277
- [13] Zeng Y, Singh S N 1997 *Dynamic Control* **7** 143
- [14] Hojati H, Gazor S 2002 *IEEE Trans. Fuzzy Systems* **10** 198
- [15] Sastry S, Bodson M 1989 *Adaptive Control : Stability, Convergence, and Robustness* (Upper Saddle River : Prentice-Hall)
- [16] Marino R, Tomei P 1993 *IEEE Trans. Automat. Control* **38** 17
- [17] Takagi T, Sugeno M 1985 *IEEE Trans. Systems, Man Cybernetics* **15** 116
- [18] Rouche N, Habets P, Laloy M 1977 *Stability Theory by Lyapunov's Direct Method* (New York : Springer-Verlag)

Direct adaptive fuzzy-neural control of unknown chaotic system *

Tan Wen¹⁾²⁾ Wang Yao-Nan²⁾

¹⁾(School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

²⁾(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

(Received 19 December 2003 ; revised manuscript received 6 July 2004)

Abstract

A novel direct adaptive fuzzy neural networks(FNNs)controller for a class of uncertain nonlinear chaotic system is presented. Takagi-Sugeno fuzzy logic systems are applied to estimate the unknown function of the chaotic system, then the parameters of adaptive FNNs control law are on-line tuned so that the tracking problem is realized, i. e. to force the solutions of the chaotic plant to follow a certain given trajectory under the condition that all signals involved are uniformly bounded. Simulation results show the validity of the obtained result.

Keywords : fuzzy-neural-networks, adaptive control, chaos, parameter uncertainties

PACC : 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60075008, 60102010, 60375001) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 03JJY3107).