

一种新时域交替隐式差分算法在散射问题中的应用

汤 炜¹⁾²⁾ 闫玉波²⁾ 李清亮²⁾ 吴振森¹⁾

¹⁾ 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

²⁾ 中国电波传播研究所青岛分所, 青岛 266071)

(2004 年 4 月 22 日收到, 2004 年 6 月 18 日收到修改稿)

提出一种新时域交替隐式有限差分(ADI-FDTD)算法格式. 传统 ADI-FDTD 算法的场量步进方程涉及周围若干网格的较多场量, 导致两个区域的步进方程处理较困难: 一个是邻近完全匹配层(PML)和散射场交界区, 另一个是邻近连接边界区. 特别是后者, 考虑入射波影响需对场量所在区域判断, 根据不同情况对原有方程进行修正, 一维和二维散射问题相对简单, 可三维问题修正式有数十种之多而几乎无法完成. 本方法基于分裂场形式的 ADI-FDTD 技术, 使得散射场区和 PML 吸收层区的表达形式完全一致, 从而忽略两者差别. 另外, 因为分裂场形式涉及场量较少, 且连接边界可分两步处理, 即使三维的步进方程仅需考虑周围 5 个场量, 连接边界附近的修正仅四种情况, 简化了原步进过程. 最后将该方法计算结果与其他方法和测试结果进行了比较, 验证了该方法的有效性. 通过比较发现, 新方法的计算时间仅为传统 FDTD 的 1/7—1/8.

关键词: 时域交替隐式有限差分算法, 电磁散射

PACC: 4110H, 9460S, 6114D

1. 引 言

时域有限差分(FDTD)方法在电磁学领域是一种非常有效的数值计算方法, 已广泛应用于电磁散射、天线、电磁兼容、生物电磁场^[1,2]以及电波传播^[3]等问题的计算与模拟, 但传统 FDTD 是一种显式差分方法, 其运行时间步要满足稳定性条件要求. 为了避免空间色散并保证计算精度, 空间步长 Δ_s 通常设定为计算区域中最小波长的 1/20 以下, 导致计算效率较低. 20 世纪 90 年代末, 学者们开始探讨如何改进以提高 FDTD 计算效率, 其中伪谱时域差分(PSTD)^[4,5]和时域多分辨小波(MRTD)^[6,7]是两个较为被关注的方法. 从空间步长着手, 研究通过扩大空间步长、减小空间网格数目达到提高效率的目的. 理论分析表明, 它们的空间步长仅仅受限于 Nyquist 抽样定理, 即一个波长仅需 2 个网格模拟. 但由于 PSTD 每个场量的迭代都需要进行 Fourier 变换和逆变换, 太多的变换会延长计算时间. MRTD 的应用也存在数值小波的选取和计算复杂且近似较多两个要害问题. 由于小波具有正交性、完备性和紧支性等诸多条件的限制, 选取合适的小波也是一个难点. 迄今为止, Harr 小波^[8,9]占据着主要地位, 它的尺度

函数就是常用的方波函数, 尺度函数对应场量在合成场量中占主要部分. 因此, Harr 小波虽然简单但空间步长的增加不大, 如果提高小波函数的阶数会导致运算量呈指数增加. 至于其他如 BL 小波^[6,10]和 CDF 小波^[11], 计算过程都远较 Harr 小波复杂, 处理吸收边界、连接边界和输出边界都较传统 FDTD 繁杂得多, 时间步长和空间步长的约束条件也更严格. MRTD 中是围绕小波基系数计算, 入射波加入过程和近远场外推时要附加相当工作量. MRTD 公式中如空间电磁参数(通常指的是介电常数和电导)为空间函数时, 需对介质参数采用一定的近似. 最典型的就是对良好匹配层(PML)吸收层的处理, 它利用了电磁波在吸收层内电磁波衰减的特点来近似^[12]. 另外, 总场区散射体和自由空间边界处的电场步进也需要作一定近似.

1999 年, 日本学者 Namiki 首先将 20 世纪 50 年代成熟的交替隐式差分格式应用到 FDTD 技术中, 提出了时域交替隐式差分(ADI-FDTD)算法^[13,14], 并证明了该算法在时间上的无条件稳定性, 即时间步长不需要满足以上条件, 还用该方法计算了导体板上天线辐射问题. 这一方法的提出引起了全球学者的广泛关注. 随后 Zheng 等^[15]利用软件完成了三维问题的稳定性证明, Liu^[16]给出了 PML 吸收边界

ADI-FDTD 的表达形式, Chen 等^[17]研究了高阶的 ADI-FDTD 算法, Wang 等^[18]考虑了 ADI-FDTD 算法在亚网格中的实现过程, 最近 Garcia 等^[19]将该算法应用到 Debye 色散介质. 散射问题作为电磁领域中的一个重要部分, 作者至今未见有相应论文发表. 主要原因是 ADI-FDTD 的公式远较传统的 FDTD 复杂, 三维问题中部分场量的步进方程要涉及周围 4 个网格中的 11 个场量, 在以下两个区域的处理极为复杂: PML 吸收层与散射场区边界附近, 散射场区及总场区边界附近. 在吸收层内边界附近由于 PML 区存在分裂场, 部分分裂场量通过迭代可以直接得到, 而另一部分则为线性方程未知量, 散射区中线性方程未知量为正常场量, 这两个场量意义不同, 且两处的步进方程也不一样, 需要细致处理. 同样, 入射场是在连接边界加入, 连接边界将计算空间分成散射区和总场区, 不同区域的场具有不同的物理意义, 它们通过入射波达到一致. 一旦方程中场量出现不一致的情况, 就需要对相应场量进行入射波修正以保证物理意义上一致. 三维问题中, 一个场量方程就需要数十个修正式来完善. 计算过程相当冗长繁琐, 几乎不可完成, 破坏了传统的 FDTD 的简单性.

本文提出了一套新的方程来解决散射问题, 该方法在整个计算区域都采用 PML 分裂场格式, 而不仅仅是 PML 吸收层. 在以上提到的第一个区域中, 方程步进表达形式在这一区域就没有变化, 仅考虑系数就可以完成. 第二个区域中采用分步处理连接边界, 由于分裂场格式相关场量和网格较少, 三维问题仅涉及 2 个网格 5 个场量, 它们跨越连接边界时只需要考虑四种修正, 大大简化了推导过程. 综上所述, 本文的新方法可以简单处理传统的 ADI-FDTD 的散射问题, 通过数值算例验证了本文方法的准确性, 且时间步长可以达到传统 FDTD 的 10 倍以上, 而其运行时间只需要传统 FDTD 的 1/7—1/8, 显示出 ADI-FDTD 在散射问题上的优越性.

2. 新 ADI-FDTD 步进方程

三维 ADI-FDTD 的基本方程可以由文献 14 直接得到, 以 E_x 分量为例,

$$\begin{aligned} & A_x(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1) \\ & + B_x(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) \\ & + C_x(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) \\ & = S_x^e(i+1/2, j, k)E_x^n(i+1/2, j, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + T_x^e(i+1/2, j, k)H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) \\ & - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k) \\ & - S_y^h(i+1/2, j, k+1/2)H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \\ & - T_y^h(i+1/2, j, k+1/2)[E_z^n(i+1, j, k+1/2) \\ & - E_z^n(i, j, k+1/2)] \\ & + S_y^h(i+1/2, j, k-1/2)H_y^n(i+1/2, j, k-1/2) \\ & + T_y^h(i+1/2, j, k-1/2)[E_z^n(i+1, j, k-1/2) \\ & - E_z^n(i, j, k-1/2)] \}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $A_x, B_x, C_x, S_x^e, T_x^e, S_y^h, T_y^h$ 都是与电磁参数相关的系数. 方程 (1) 处理起来相当复杂, 如采用分裂场形式, 可以将结果大大简化.

根据 PML 吸收层的表达形式^[1], 并结合 ADI-FDTD 技术, 以 E_x 分量为例可以分别写出两个时间分步的方程. 第一时间分步,

$$\begin{aligned} E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) & = S_{xy}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times E_{xy}^n(i+0.5, j, k) \\ & + T_{xy}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times [H_z^n(i+0.5, j+0.5, k) \\ & - H_z^n(i+0.5, j-0.5, k)] \} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) & = S_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times E_{xz}^n(i+0.5, j, k) \\ & - T_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times [H_y^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ & - H_y^{n+0.5}(i+0.5, j, k-0.5)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) & = E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ & + E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k). \end{aligned} \quad (4)$$

第二时间分步,

$$\begin{aligned} E_{xy}^{n+1}(i+0.5, j, k) & = S_{xy}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ & + T_{xy}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times [H_z^{n+1}(i+0.5, j+0.5, k) \\ & - H_z^{n+1}(i+0.5, j-0.5, k)], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_{xz}^{n+1}(i+0.5, j, k) & = S_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ & - T_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times [H_y^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ & - H_y^{n+0.5}(i+0.5, j, k-0.5)], \end{aligned} \quad (6)$$

$$E_x^{n+1}(i+0.5j, k) = E_{xy}^{n+1}(i+0.5j, k) + E_{xz}^{n+1}(i+0.5j, k), \quad (7)$$

其中, S_{xy}^e , T_{xy}^e , S_{xz}^e 和 T_{xz}^e 是与电磁参数相关的系数. 上述差分形式与 PML 吸收层中的分裂场格式完全一样, 仅有几个系数略有差异.

下面仅针对第一时间分步内方程求解, 第二分步可以用类似的方法得到.

方程(2)中, 右边场量均为已知场量可直接求解. 方程(3)右边的磁场分量与左边的电场分量为同一时间, 从逻辑上是无法完成的, 按照 ADI-FDTD 的求解思想, 写出需要用到的其余方程,

$$\begin{aligned} & H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5) \\ &= S_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5) \\ & \times H_{yz}^n(i+0.5j, k+0.5) \\ & - T_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5) \\ & \times [E_x^{n+0.5}(i+0.5j, k+1) \\ & - E_x^{n+0.5}(i+0.5j, k)], \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5) \\ &= S_{yx}^h(i+0.5j, k+0.5) \\ & \times H_{yx}^n(i+0.5j, k+0.5) \\ & - T_{yx}^h(i+0.5j, k+0.5) \\ & \times [E_z^n(i+1, j, k+0.5) \\ & - E_z^n(i, j, k+0.5)], \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & H_y^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5) \\ &= H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5) \\ & + H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5). \quad (10) \end{aligned}$$

将(8)–(10)式中的 $k+0.5$ 用 $k-0.5$ 替代, 并将原迭代方程及新方程中的对应式代入(3)式, 整理合并, 最终有

$$\begin{aligned} & A_{xz}(i+0.5j, k)E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5j, k-1) \\ & + B_{xz}(i+0.5j, k)E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5j, k) \\ & + C_{xz}(i+0.5j, k)E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5j, k+1) \\ & = R_{xz}(i+0.5j, k; n+0.5), \quad (11) \end{aligned}$$

式中,

$$A_{xz}(i+0.5j, k) = -T_{xz}^e(i+0.5j, k) \times T_{yz}^h(i+0.5j, k-0.5), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} B_{xz}(i+0.5j, k) &= T_{xz}^e(i+0.5j, k) \\ & \times [T_{yz}^h(i+0.5j, k-0.5) \\ & + T_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5)] \\ & + 1, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{xz}(i+0.5j, k) &= -T_{xz}^e(i+0.5j, k) \\ & \times T_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5), \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & R_{xz}(i+0.5j, k; n+0.5) \\ &= S_{xz}^e(i+0.5j, k) \\ & \times E_{xz}^n(i+0.5j, k) \\ & - T_{xz}^e(i+0.5j, k) \\ & \times \left\{ S_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5) \right. \\ & \times H_{yz}^n(i+0.5j, k+0.5) \\ & - T_{yz}^h(i+0.5j, k+0.5) \\ & \times [E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5j, k+1) \\ & - E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5j, k)] \\ & + H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5j, k+0.5) \\ & - S_{yz}^h(i+0.5j, k-0.5) \\ & \times H_{yz}^n(i+0.5j, k-0.5) \\ & + T_{yz}^h(i+0.5j, k-0.5) \\ & \times [E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5j, k) \\ & - E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5j, k-1)] \\ & \left. - H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5j, k-0.5) \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

以上是第一时间分步中 $E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5j, k)$ 的 ADI-FDTD 方程, 但是(11)式中存在 3 个未知场量. 考虑 PML 区外壁为理想良导体, 电场切向分量为零, 只要沿着 z 方向写出一列形式类似的方程就可构成三对角线性方程组. 由于这种方程组的求解简单、费时很少, 形式虽然复杂, 但计算时间上并没有太大的增加.

以上各式是由 PML 吸收层的分裂方程而来, 除考虑介电常数因素外, 方程形式没有什么变化. 这样在设置电磁参数后, PML 吸收层和散射区的边界可以忽略.

3. 连接边界的处理

连接边界的处理可以分为两种情况考虑: 一种是直接步进方程的入射场加入, 如方程(2)(6)等, 另一种是线性方程组中入射场加入, 如方程(3)(5)等. 为便于讨论, 设总场区在 x, y, z 的上下界分别

为 $[IC_{\min} : IC_{\max}] [JC_{\min} : JC_{\max}]$ 和 $[KC_{\min} : KC_{\max}]$.

1) 直接步进方程式中入射场的加入. 直接求解的方程比较简单, 与传统 FDTD 类似, 如图 1 所示, 方程 (2) 有效的连接边界位于两个 j 面:

$$IC_{\min} \leq i + 0.5 \leq IC_{\max},$$

$$KC_{\min} \leq k \leq KC_{\max}, \quad j = JC_{\min};$$

$$IC_{\min} \leq i + 0.5 \leq IC_{\max},$$

$$KC_{\min} \leq k \leq KC_{\max}, \quad j = JC_{\max}.$$

限于篇幅, 本文忽略讨论推导过程 (相关 FDTD 方法的有关论文和著作中都有详细推导). 在这一部分中可以完成的场量有 $E_{xy}, E_{yz}, E_{zx}, H_{xz}, H_{yx}, H_{zy}$ 等 6 个场量.

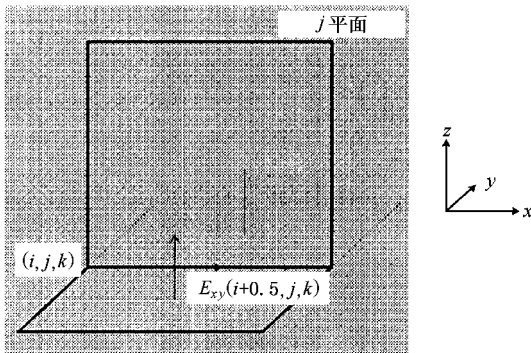


图 1 连接边界处场量示意图 (其中阴影面为连接边界 $j = \text{const.}$)

2) 线性方程组中入射波的加入. 以上已经处理了一些场量, 这一部分主要考虑其余的分裂场量. 这样就将原有的复杂程度分解, 使得处理过程得到很大简化. 重新写出分裂场的方程

$$\begin{aligned} & E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ &= S_{xz}^e(i+0.5, j, k) E_{xz}^n(i+0.5, j, k) \\ & \quad - T_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \quad \times [H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad - H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k-0.5)] \\ & \quad + \tilde{H}_{yx}(i, j, k; n+0.5), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ &= S_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad \times H_{yz}^n(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad - T_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad \times [E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+1) \\ & \quad - E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k)] \\ & \quad + \tilde{E}_{xy}(i, j, k; n+0.5), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k-0.5) \\ &= S_{yz}^h(i+0.5, j, k-0.5) \\ & \quad \times H_{yz}^n(i+0.5, j, k-0.5) \\ & \quad - T_{yz}^h(i+0.5, j, k-0.5) \\ & \quad \times [E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ & \quad - E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k-1)] \\ & \quad - \tilde{E}_{xy}(i, j, k-1; n+0.5), \end{aligned} \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} & \tilde{H}_{yx}(i, j, k; n+0.5) \\ &= -T_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \quad \times [H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad - H_{yx}^{n+0.5}(i+0.5, j, k-0.5)], \quad (19) \\ & \tilde{E}_{xy}(i, j, k; n+0.5) \\ &= -T_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \quad \times [E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+1) \\ & \quad - E_{xy}^{n+0.5}(i+0.5, j, k)]. \quad (20) \end{aligned}$$

由于场量 H_{yx}, E_{xy} 已经处理过, 可以直接使用而不用考虑入射波加入的问题. 因此需要关注的场量只剩下 5 个并如图 2 所示沿 z 向排成一列, 可以判断, 这些方程仅仅在跨越 KC_{\min} 和 KC_{\max} 时需要考虑入射波在该式的影响. 本文给出其中一个修正式的推导, 其余部分可相应得到. 在 x, y 方向上, i, j 显然必须满足 $IC_{\min} \leq i + 0.5 \leq IC_{\max}, JC_{\min} \leq j \leq JC_{\max}$; 在 z 方

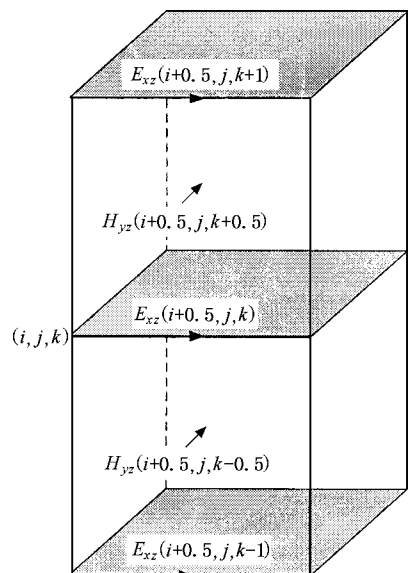


图 2 三维 ADI-FDTD 方法中需要考虑边界条件及位置分布图

向的空间位置 k 满足 $k = KC_{\min} - 1$ 时 (17) 式中仅 $E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+1)$ 位于总场区, 需要在该场量中减去入射场部分, 达到物理意义上的一致.

$$\begin{aligned} & H_{yz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+0.5) \\ &= S_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \times H_{yz}^n(i+0.5, j, k+0.5) \\ & - T_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \times \{ E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k+1) \\ & - E_x^{\text{inc}}(i+0.5, j, k+1; n+0.5) \} \\ & - E_{xz}^{n+0.5}(i+0.5, j, k) \\ & - \tilde{E}_{xy}(i, j, k; n+0.5). \end{aligned} \quad (21)$$

将 (21) 和 (18) 式代入 (16) 式, 整理合并后所得的结果与 (11)~(14) 式相似. 仅对 (15) 式修正为

$$\begin{aligned} & R_{xz}^e(i+0.5, j, k; n+0.5) \\ &= \dots - T_{xz}^e(i+0.5, j, k) \\ & \times T_{yz}^h(i+0.5, j, k+0.5) \\ & \times E_x^{\text{inc}}(i+0.5, j, k+1; n+0.5). \end{aligned} \quad (22)$$

(22) 式的省略部分为 (15) 式等号右端的表达式, $E_x^{\text{inc}}(i+0.5, j, k+1; n+0.5)$ 为 $(n+0.5)$ 时刻对应位置入射 z 方向电场. 仔细分析后发现 (11) 式只存在四种修正式, 计算过程有很大简化.

为求解目标的雷达散射截面 (RCS), 需知道目标在远区的散射场. 由目标散射近场外推远场的方法类似于 FDTD 近远场变换技术^[1,2], 但 ADI-FDTD 的近-远场变换更简单, 不用考虑场量半时间步的差别. 另外, ADI-FDTD 方法可有效减少总运行时间步, 所以外场数据的存储有一定的减少.

相对于原始 ADI-FDTD 方法, 本文的方法数据量存储大约增加了 50%—60%. 由于目前计算机技术的发展, 内存并不是一个很关键的因素, 而更多考虑的是计算时间. 以下的数值模拟可以看出, 本文方法的计算时间仅仅为传统 FDTD 方法的 1/7—1/8.

4. 数值计算

为验证方法的有效性, 通过以下若干算例加以说明, 并提取程序运算时间, 与传统的 FDTD 方法在计算效率上进行比较. 本文定义变量 $\alpha = c\Delta t/\Delta s$ 作为约束条件参量. 三维问题 FDTD 的时间空间 CFL 约束条件可以写为

$$\alpha < 1/\sqrt{3} = 0.5773\dots,$$

通常设该值为 0.5. 而 ADI-FDTD 则没有这种限制, 以下可看到 ADI-FDTD 甚至可达到 FDTD 的 10 倍以上. 与其他方法 (如矩量法、Mei 理论、实测法) 相比, 计算精度也是令人满意的.

4.1. 导体平板的后向 RCS

如图 3 所示, 正方形平板边长为 29 cm, 厚度为 1 cm. FDTD 网格 $\Delta s = 1$ cm. 时间步长按 $\alpha = 0.5$ 选取, 时间步长 $\Delta t = 16.67$ ps. 入射波为高斯脉冲, 表达形式为

$$E(t) = \exp\left[-4\pi\left(\frac{t}{\tau} - 0.8\right)^2\right],$$

式中 $\tau = 30\Delta t$, 入射波沿 z 方向, 电场 E 分量沿 x 方向. 图 4 为将后向远区散射电场结果经 Fourier 变换后得到的单站 RCS 随频率的变化. ADI-FDTD 中的时间步长根据 $\alpha = 5$ 确定, 其余参数与 FDTD 完全一致. 比较后发现, 两者结果符合很好. 在 0—300 MHz 内, 目标相对较小, 属于瑞利区散射, 后向 RCS 随波长减小而急剧增加. 在频点大于 300 MHz, 属于谐振区散射, 散射较为复杂. 由于本文采用平板作为模型, 反射效应较为突出, 因此其后向散射变化不大.

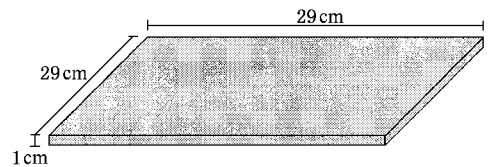


图 3 导体平板示意图

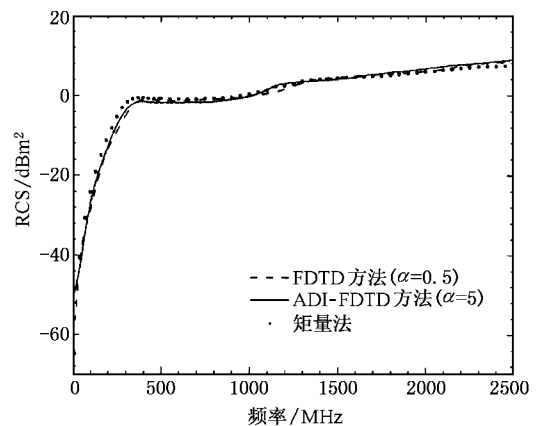


图 4 金属平板的远区后向 RCS

4.2. 金属立方体的后向 RCS

图 5 显示了后向 RCS 与边长的关系,同时给出了文献 [20] 的测量结果,以便进行比较. 图 5 表明,在 ADI-FDTD 中,当 $\alpha = 6$ 时,此时时间步长已远远超出了 FDTD 的约束条件,但是计算结果仍然与实验结果符合很好. 而 $\alpha = 8$ 时,计算结果的趋势与测试结果相似,只不过出现了一些振荡. 这是由于当时时间步长取得过大时,空间色散情况较为严重,影响到最终的计算误差^[21].

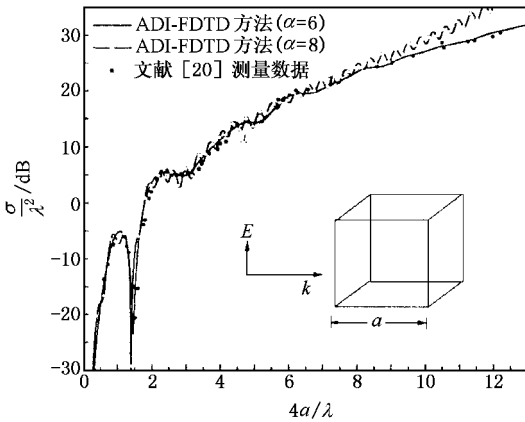


图 5 边长为 a 的立方体后向 RCS

为了能对 ADI-FDTD 算法的计算效率有个定量的认识,对本例也采用了 FDTD 算法计算,另外针对不同 α 取值给出了计算时间. 由表 1 可知,ADI-FDTD 的计算时间仅为传统 FDTD 算法的 1/7—1/8.

表 1 三维 ADI-FDTD 与 FDTD 的计算时间比较

计算方法	α	时间步长/ps	运行时间步	计算时间/s
FDTD	0.5	250/3	1500	7645
ADI-FDTD	0.5	250/3	1500	13247
ADI-FDTD	1	500/3	750	6625
ADI-FDTD	2	1000/3	375	3315
ADI-FDTD	4	2000/3	190	1669
ADI-FDTD	5	2500/3	150	1332
ADI-FDTD	6	1000	125	1107
ADI-FDTD	8	4000/3	95	839

4.3. 双层球双站 RCS^[22]

双层球几何模型如图 6 所示. 球的内层为金属,外层为介质,电参数为 $\epsilon_r = 4$. 内外半径比为

$a/b = 3$,内径电尺寸 $kb = 1$,参数 $\alpha = 5$. 分别计算了 E 面和 H 面的散射截面,其结果如图 7 和图 8 所示.

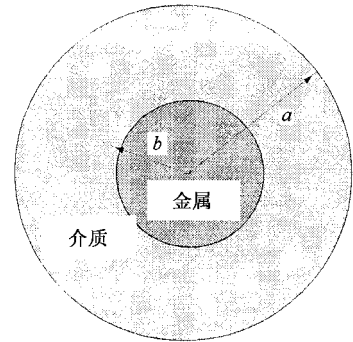


图 6 双层球模型

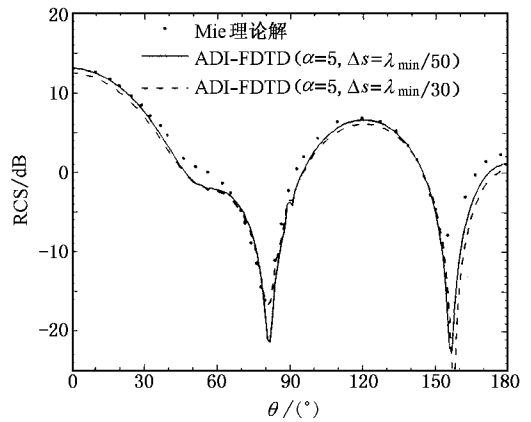


图 7 双层球 E 面双站 RCS 计算结果

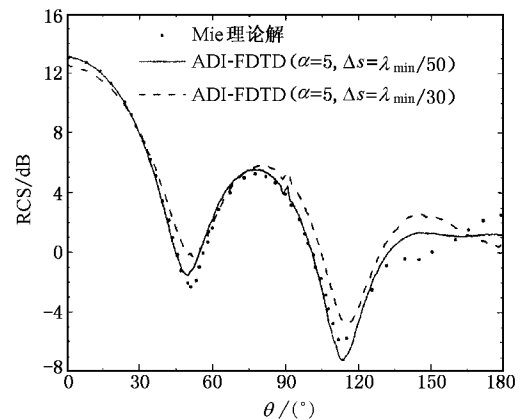


图 8 双层球 H 面双站 RCS 计算结果

从双层球算例可以看到,弱散射区误差较大,但在强散射区计算结果还是较为相符. 当离散网格减小时,弱散射区计算结果也有较大改善. 可以断言,

结果的误差并非 ADI-FDTD 算法问题,而是离散网格过程中阶梯误差引起的.这一点,传统的 FDTD 方法中也有相应缺陷^[2].这就有一个新的问题:在 ADI-FDTD 方法中如何融合各种共型技术以减少算法中的阶梯误差?

5. 结 论

本文用新 ADI-FDTD 方程计算了电磁散射问

题.可以看到,由于在连接边界处对场量分两步考虑入射波的影响,大大简化了传统的 ADI-FDTD 方法的计算过程.根据计算结果,导体平板和金属立方体的 RCS 两个算例的结果与其他数值方法或测试结果符合相当好,而曲面目标的计算结果虽然不错,但随着离散网格的减小误差有相当改善.由于离散网格不可能无限减小,因而如何在 ADI-FDTD 技术中加入共型技术是以后应该考虑的重点.

-
- [1] Taflove A 2000 *Computational Electrodynamics : The Finite Difference Time Domain Method* (Boston : Artech House) p5
- [2] Kunz K S , Luebbers R 1993 *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics* (Florida : CRC Press) p3
- [3] Zheng H X , Ge D B 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1072 (in Chinese)
[郑宏兴、葛得彪 2000 物理学报 **49** 1072]
- [4] Liu Q H 1997 *Micr. Opt. Technol. Lett.* **10** 158
- [5] Li Q L , Chen Y C 2002 *IEEE AP* **50** 1317
- [6] Krumpholz M , Katehi L 1996 *IEEE MTT* **44** 555
- [7] Tentzeris E M , Cangellaris A , Katehi L *et al* 2002 *IEEE MTT* **50** 501
- [8] Dogaru T , Carin L 2002 *IEEE AP* **50** 774
- [9] Zhu X , Carin L 2001 *IEEE AP* **49** 1568
- [10] Tentzeris E M , Robertson R L , Harvey J *et al* 1999 *IEEE MTT* **47** 1004
- [11] Dogaru T , Carin L 2001 *IEEE MTT* **49** 902
- [12] Tentzeris E T , Robertson R L , Katehi L 1999 *IEEE AP* **47** 1709
- [13] Namiki T 1999 *IEEE MTT* **47** 2003
- [14] Namiki T 2000 *IEEE MTT* **48** 1743
- [15] Zheng F H , Chen Z Z , Zhang J Z 2000 *IEEE MTT* **48** 1550
- [16] Liu G 2000 *IEEE Micr. Guided Wave Lett.* **10** 261
- [17] Chen J , Wang Z , Chen Y C 2002 *Electron. Lett.* **28** 1321
- [18] Wang B Z , Wang Y J , Yu W H *et al* 2001 *IEEE Adv. Pack.* **24** 528
- [19] Garcia S G , Rubio R G , Bretones A R *et al* 2003 *IEEE AP* **51** 3183
- [20] Catedra M F , Gago E , Nuno L 1989 *IEEE AP* **37** 528
- [21] Zheng F H , Chen Z Z 2001 *IEEE MTT* **49** 1006
- [22] Kishk A A , Shafai L 1986 *IEEE AP* **34** 666

A new ADI-FDTD analysis in electromagnetic scattering

Tang Wei^{1,2)} Yan Yu-Bo²⁾ Li Qing-Liang²⁾ Wu Zhen-Sen¹⁾

¹⁾ *School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China*

²⁾ *Qingdao Branch, Chinese Research Institute of Radiowave Propagation, Qingdao 266071, China*

(Received 22 April 2004; revised manuscript received 18 June 2004)

Abstract

This paper proposes a new set of alternative direction implicit finite-difference time-domain (ADI-FDTD) equations. In conventional ADI-FDTD, the update equation is related to several field components in cells nearby, which will lead to some difficulties in two regions: 1) around the boundary region between the perfectly matched layer (PML) and the scattering field; 2) around the adjacent boundary. Especially, in the region around the adjacent boundary, owing to the incident wave, we should make a judgment about the situation of every component and modify the update equation. It is potential to make a solution to one-dimensional or two-dimensional problem. However, in three-dimensional (3D) analysis, one equation concerns with eleven components and there exist several tens of cases to be modified. This makes the scheme very tedious and impossible to realize. This paper adopts the split field difference formation in the whole computation regime to analyse the scattering problem. Because the equations in the scattering field region have the same expressions as those in PML absorber except for some coefficients, the boundary in the region mentioned above can be ignored. Due to simplicity of the split field equation, the new ADI-FDTD formula in 3D problem has only five components to be considered and four modifications at the adjacent boundary to be made. Finally, we utilize this new method to compute some electromagnetic scattering numerical examples, and the results are in excellent agreement with those obtained with other algorithm and the measured data. Moreover, the new method have 6–7 times higher efficiency in terms of the CPU time.

Keywords: alternative direction implicit finite-difference time-domain, electromagnetic scattering

PACC: 4110H, 9460S, 6114D