

磁矩进动阻尼引起相位滞后的 实验测量和理论分析*

王相綦 冯德仁 尚 雷 裴元吉 何 宁 赵 涛

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室,合肥 230029)

(2004 年 2 月 13 日收到,2004 年 4 月 19 日收到修改稿)

由于磁矩进动时阻尼作用的存在,脉冲磁场在金属材料中所产生的磁通量一般滞后于场,从而使穿过金属材料的脉冲磁场相位滞后.对于非铁磁性金属材料,这种相位滞后非常微弱,而且由于趋肤效应和涡流的影响,阻尼作用导致的相位滞后难以观测.给出了一种在有金属镀膜的陶瓷真空盒中测量这种相位滞后的实验方法及结果.这种方法采用超薄、有绝缘条纹的隔离分区镀膜技术,在测量中适当选择测量点的位置,因而将趋肤效应和涡流的影响降低到最小.同时对实验测量结果进行了理论分析.

关键词:相位滞后,磁矩进动阻尼,趋肤效应,涡流

PACC:7210

1. 引 言

金属材料在交变磁场中一些电磁参量将会发生改变^[1,2],这种改变反过来又将影响交变磁场在穿过金属材料时的一些参量,如相位、幅度等.由于脉冲磁场含有交变分量,在穿过金属材料时通常会产生相位滞后的现象,这种现象一般是由于两种原因引起的:一种是由于磁矩进动时阻尼的作用使金属材料的磁通变化滞后于交变磁场,从而使穿过金属材料后的磁场相位滞后.这种相位滞后只与金属材料的内禀属性相关,而与各点的空间位置无关.另一种是由于交变磁场在金属材料中产生涡流,涡流反过来产生的交变磁场同原磁场叠加后,同样会使穿过金属材料的交变磁场产生相位滞后.由于涡流在某一点产生的磁场与该点所处的位置有关,因此这种相位滞后一般伴随着空间各点磁场的畸变.

在非铁磁性金属材料中,阻尼引起的交变磁场穿过金属材料时相位滞后现象一般不易观察.这是因为对于非铁磁性金属材料,这种相位滞后非常微弱;其次,由于存在趋肤效应,金属材料必须非常薄,交变磁场才能近乎于无损耗地穿过金属材料;最关键的是,即使是非常薄的金属材料,在交变磁场中也

不可避免地会产生涡流.对于金属良导体,涡流较大,因而涡流导致的相位滞后往往比前两者大得多,且伴随着空间各点磁场的畸变,从而使甄别阻尼影响的相位滞后变得很困难.只有在某种情况下(例如对于非常薄的非铁磁性金属材料某一对称点,当涡流的作用恰好完全抵消时,前者才能被清楚地观察和测量到.

2. 金属材料的内禀属性导致相位滞后的理论分析

金属材料内部磁矩以 M 表示,其相关动量矩以 J 表示,则在场 H 中的经典力学运动方程为^[3]

$$\frac{dJ}{dt} = M \times H + T_D, \quad (1)$$

式中 T_D 表示阻尼项,导致阻尼项的微观因素非常复杂,大体可以作如下理解:假定内部磁矩 M 被交变场 H 激发,则 M 不再平行于 H_z ,而是与 H_z 呈张角 θ (如图 1 所示).由于 H 是交变场,因此随着 H 的变化,这个张角 θ 也在张大或缩小.由于磁畴的惯性,张角 θ 的张大或缩小必然会滞后于交变场 H 的变化,使 M 的变化同样滞后于交变场 H 的变化. M 的绝对值即为饱和磁化强度,这个量与宏观的电磁参量复数磁导率有关.下面我们将会看到,理论上

* 国家自然科学基金(批准号:10175062)资助的课题.

是通过复数磁导率求出滞后相位的.

阻尼项的宏观表达式没有唯一正确的写法. 通常有三种写法: 朗道方式、布洛赫方式和吉贝方式^[31].

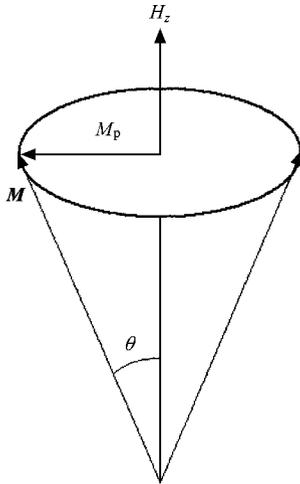


图 1 磁矩在交变场中进动的张角

由于阻尼的作用, 交变磁场产生磁通量一般滞后于场. 因此, 周期磁场 $H = H_0 \cos \omega t$ 产生的磁感应强度为

$$B = B_0 \cos(\omega t - \phi), \quad (2)$$

式中 ϕ 即为滞后相位.

当 H 与 B 有线性关系时, 我们有

$$B = \mu_1 H_0 \cos \omega t + \mu_2 H_0 \sin \omega t. \quad (3)$$

由此可知

$$\tan \phi = \mu_2 / \mu_1, \quad (4)$$

$$B_0 / H_0 = (\mu_1^2 + \mu_2^2)^{1/2}. \quad (5)$$

这里, ϕ 为滞后相位, μ_1, μ_2 分别为复数磁导率的实部与虚部, 且

$$\mu_1 = 1 + 4\pi\chi_1, \quad (6)$$

$$\mu_2 = 4\pi\chi_2. \quad (7)$$

χ_1 与 χ_2 有如下关系^[41]:

$$\chi_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega_1 \chi_2(\omega_1)}{\omega_1^2 - \omega^2} d\omega_1, \quad (8)$$

$$\chi_2(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega_1 \chi_1(\omega_1)}{\omega_1^2 - \omega^2} d\omega_1. \quad (9)$$

由(8)(9)式可以看出, χ_1 与 χ_2 二者是关联的. 要精确计算出 χ_1 和 χ_2 从而给出(4)式导致的相位滞后是很困难的, 一般由实验测量获得. 不过, 从式中我们可以看出, χ_1 和 χ_2 除与金属材料的内禀属性有关外, 还与周期场函数的圆频率有关.

3. 实验现象

在加速器、储存环或其他设备中, 为了降低真空损失阻抗的影响, 运输电子束流的陶瓷真空盒内壁一般镀有很薄的金属膜层, 如国家同步辐射实验室储存环注入直线段的陶瓷真空盒内壁镀有 $2 \mu\text{m}$ 左右的金属膜层. 实践证明, 这种方法能有效地减少功率损耗. 然而, 当陶瓷真空盒加有交变磁场时——如加速器注入系统中用以形成凸轨, 国家同步辐射实验室中用以产生长时间间隔光脉冲而采用的脉冲凸轨与直流凸轨组合操作技术^[5], 由于陶瓷真空盒内壁的金属镀膜在交变磁场中会产生涡流, 这种情况下会使陶瓷真空盒内磁感应强度相位相对于励磁电流相位滞后, 并且伴随磁场的畸变. 这种由于涡流而导致磁场畸变的现象已经在国家同步辐射实验室光源调束中被观察到, 并且在一定程度上影响了束流的稳定性. 为了尽可能减少这种影响, 在国家同步辐射实验室二期工程中, 用于束流注入段的陶瓷真空盒的金属镀膜采用了有绝缘条纹的隔离分区镀膜花样^[6]. 图 2^[6]、图 3 分别为 1/4 陶瓷真空盒的立体视图和实物照片.

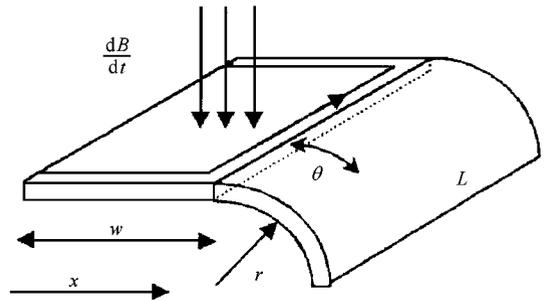


图 2 1/4 陶瓷真空盒的立体视图

为了证实这种隔离分区镀膜方法的效果, 我们对加载后的陶瓷真空盒内磁场的时间特性进行了测量. 陶瓷真空盒内壁金属钛膜的厚度为 $2 \mu\text{m}$, 实验这样安排: 使用两台相同的冲击磁铁, 一台加载于陶瓷真空盒外, 另一台不加载, 两台冲击磁铁并联由一台电源供电. 这样通过测量比较加载后陶瓷真空盒内的磁场与未加载的冲击磁铁的磁场, 就可以测出磁场的时间特性了. 测量的位置都选在冲击磁铁的中心点(即陶瓷真空盒中心水平面中心和冲击磁铁中心水平面中心), 由于陶瓷真空盒总长为 0.32 m , 内孔高 0.024 m , 选择这种测量位置可以近似看成是

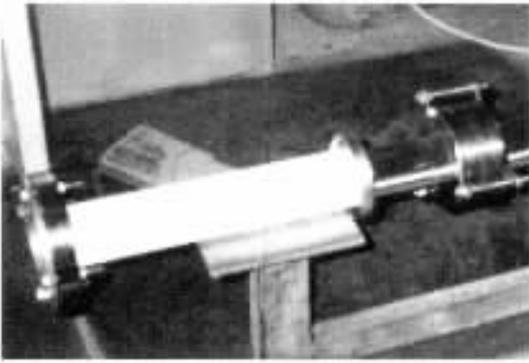


图3 陶瓷真空盒的实物照片

无限长理想情况下两平行导电面板间磁场的测量. 励磁电流脉冲为半个衰减正弦波, 脉冲底宽为 $4 \mu\text{s}$, 重复频率为 2 Hz , 电流峰值为 1500 A , 测量结果如图 4、图 5 所示.

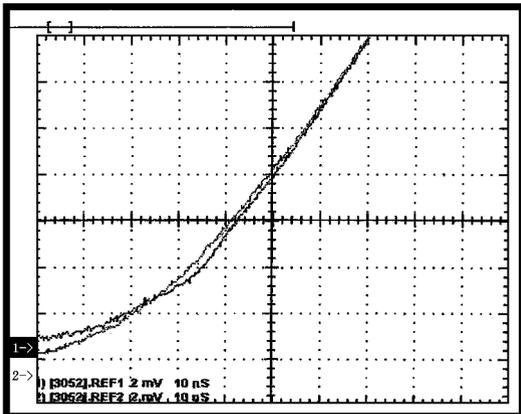


图4 测量得到的波形前沿(图中偏下部位曲线为真空盒磁场波形)

图 4、图 5 的纵轴为磁感应强度对应的点线圈信号(单位: V)和励磁电流脉冲信号(单位: A), 水平轴(横轴)为时间(单位: μs). 由图可以看出, 陶瓷真空盒内的磁场几乎未产生畸变, 但从图 4 前沿精细测量结果可以明显看出, 在与水平轴相交处, 陶瓷真空盒内的磁场相对于另一台冲击磁铁的磁场(或励磁电流)有滞后, 滞后值约为 32 ns . 考虑到相位滞后有可能由于测量线圈引起, 同时为了甄别传输线、冲击磁铁结构差别等因素的影响, 我们将测量系统作交换, 即将加载于陶瓷真空盒的冲击磁铁不予加载, 且使用另一台冲击磁铁的测量线圈和传输线. 另一台冲击磁铁仿照办理. 在相同的励磁电流条件下进行测量, 结果在波形与水平轴相交处, 仍然存在约 32 ns 的滞后, 磁场几乎未产生畸变. 可见相位滞后

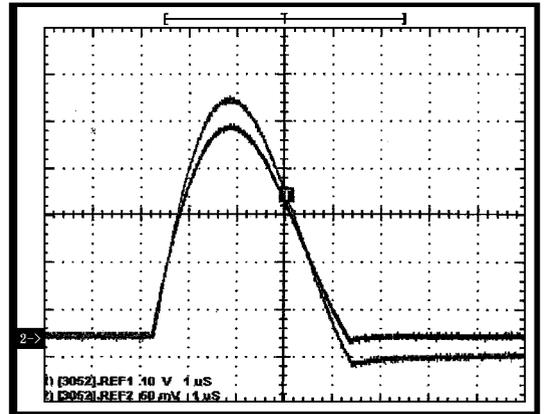


图5 测量得到的整个波形(图中偏下部位曲线为真空盒磁场波形)

与以上这些因素并无多大关联.

4. 实验现象的分析

实验中所用的脉冲励磁电流采用重复频率为 2 Hz , 底宽为 $4 \mu\text{s}$ 的半个衰减正弦波, 波的表达式为

$$B(t) = \begin{cases} 0 & (4 \times 10^{-6} < t \leq 0.5), \\ B_0 e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t & (0 \leq t \leq 4 \times 10^{-6}), \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\omega_0 = 0.90 \times 10^6 \text{ rad/s}$ 为半个衰减正弦波圆频率, 参数 $\alpha = 0.30 \times 10^6 / \text{s}$ 为衰减常数.

为了方便起见, 我们仅就函数的正弦项作傅里叶级数展开,

$$B(t) = B_0 e^{-\alpha t} \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \omega_0 t + b_n \sin n \omega_0 t) \right], \quad (11)$$

式中

$$a_0 = \frac{4}{\omega_0} (1 - \cos(4 \times 10^{-6} \omega_0)), \quad (12)$$

$$a_1 = \frac{1}{\omega_0} (1 - \cos(8 \times 10^{-6} \omega_0)), \quad (13)$$

$$a_n = \frac{2}{\omega_0} \left[\frac{\cos(4 \times 10^{-6} (n-1) \omega_0)}{n-1} - \frac{\cos(4 \times 10^{-6} (n+1) \omega_0)}{n+1} - \frac{2}{n^2 - 1} \right] \quad (n > 1), \quad (14)$$

$$b_1 = 8 \times 10^{-6} - \frac{1}{\omega_0} \sin(8 \times 10^{-6} \omega_0), \quad (15)$$

$$b_n = \frac{2}{\omega_0} \left[\frac{\sin(4 \times 10^{-6} (n-1) \omega_0)}{n-1} \right]$$

$$-\frac{\sin(4 \times 10^{-6}(n+1)\omega_0)}{n+1} \Big] \approx 0 \quad (n > 1) \quad (16)$$

可见,它包含有一系列正弦和余弦周期函数分量.该函数的傅里叶级数展开收敛很慢,例如代入 ω_0 后可以算出前 4 项系数

$$\begin{aligned} a_0 &= 8.77 \times 10^{-9}, \\ a_1 &= 8.76 \times 10^{-9}, \\ a_2 &= 8.71 \times 10^{-9}, \\ a_3 &= 8.69 \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

直到 a_{10}, a_{20} 仍有

$$\begin{aligned} a_{10} &= 7.92 \times 10^{-9}, \\ a_{20} &= 5.60 \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

正是这些交变周期分量的存在,尤其是收敛很慢的高频分量的存在,导致了磁通量滞后于场.

当考虑到阻尼因素和涡流效应后,真空盒内的磁场为

$$\begin{aligned} B(x, t) &= \Delta B(x, t) + B_0 e^{-at} \left\{ \frac{a_0}{2} \right. \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t - \phi_n) \\ &\left. + b_n \sin(n\omega_0 t - \phi_n)] \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

式中 $B_0 e^{-at} a_n \cos(n\omega_0 t - \phi_n), B_0 e^{-at} b_n \sin(n\omega_0 t - \phi_n)$ 分别为考虑到磁矩进动时阻尼作用穿过金属镀膜的交变磁场的正弦和余弦周期分量, $\Delta B(x, t)$ 为涡流在真空盒内产生的磁场. $\Delta B(x, t)$ 的一种拟合表达式为^[6]

$$\begin{aligned} \Delta B(x, t) &= (a + bx + cx^2) e^{-at} \\ &\times \frac{\omega_0}{\omega} \sin(\beta - \omega t), \quad (18) \end{aligned}$$

其中 x 为径向坐标.图 6 给出了无限长理想情况下,采用有绝缘条纹隔离分区镀膜的真空盒 $\Delta B(x, 0)$ 的 POSSION 程序的模拟结果^[6](图中示出 1/4 区域).

由图 6 可见, $x=0$ 时, $\Delta B(x, 0)=0$, 即涡流效应对在 $x=0$ 处真空盒内的磁场的贡献为零.因而可以肯定,实验所观察到的 32 ns 的滞后主要是交变磁场穿过陶瓷真空盒金属材料镀膜时由于阻尼因素引起的.为了确证这一结论,我们又换用了三套大小不同的陶瓷真空盒,其内侧都镀有金属钛膜层.实验结果显示,被测的陶瓷真空盒都存在 32 ns 的滞后.可以认为,大小不同的陶瓷真空盒引起的相位滞后基本一致,这表明相位滞后与陶瓷真空盒的大小基

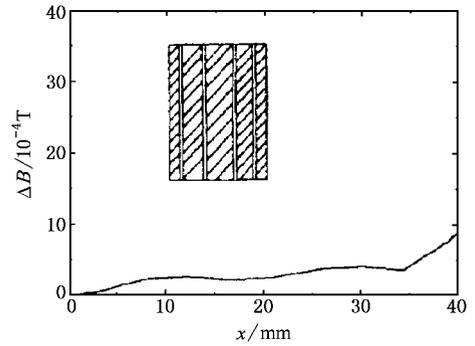


图 6 POSSION 程序的模拟结果

本无关,主要与镀膜材料的内禀属性相关,这与涡流效应正好相反.

由金属材料的内禀属性导致相位滞后的理论分析中的(4)~(9)式可知,相位滞后与 ω 存在解析关系,因此,理论上根据(4)~(9)式可以计算出相位滞后与 ω 的解析表达式.然而由于实验中所用的半个衰减的正弦波的频谱分量收敛很慢,且各频谱分量引起的相位滞后不一样,因此给出总的相位滞后与半个衰减正弦波的解析关系是很困难的.

趋肤效应有可能导致的相位滞后,主要是由于波在金属导体中传播过程振幅的衰减所致.正弦波在金属导体的趋肤深度为

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{n\omega_0 \mu \sigma}}, \quad (19)$$

式中 $n\omega_0$ 为半个衰减正弦波的 n 阶频谱分量,这是一个与波的圆频率有关的量,高频分量的趋肤效应比低频分量要明显.由于实验中所用的励磁电流采用重复频率为 2 Hz 的半个衰减正弦波,它包含基频分量整数倍的一系列频谱,要获得这种波的趋肤深度的解析表达式进而获得可能导致的相位滞后的解析表达式是不可能的.但是,我们还是可以选取具有典型意义的几个频谱分量来观察趋肤效应.以钛金属膜为例,钛的电阻率为 $\rho = 1/\sigma = 4.4 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$, 为真空中的磁导率.由趋肤深度 $\delta = \sqrt{2/n\omega_0 \mu \sigma}$ 可以算出下列较典型的谐波分量在金属钛中的衰减,从而间接看出它们对相位滞后的贡献:

$$\begin{aligned} n=1, \quad e^{-d/\delta} &\approx 1, \quad a_1/a_0 \approx 1; \\ n=10^3, \quad e^{-d/\delta} &\approx 0.94, \quad a_{10^3}/a_0 < 10^{-7}; \\ n=10^4, \quad e^{-d/\delta} &\approx 0.80, \quad a_{10^4}/a_0 < 10^{-9}. \end{aligned}$$

这里 $e^{-d/\delta}$ 为相对衰减量, d 为镀膜厚度, $d = 2 \mu\text{m}$,

a_n 为半个衰减正弦波傅里叶级数展开的第 n 次谐波分量系数.

可见,低次谐波所占的权重很大,衰减很小;高次谐波虽然衰减较大,但所占的权重很小.由此可见,高次谐波的趋肤效应对相位滞后的贡献可忽略不计.

5. 结 论

我们是通过采用隔离分区超薄镀膜的方法和测量陶瓷真空盒的中心点,才发现阻尼作用导致的相位滞后.只要加载交变磁场,这种相位滞后的现象肯定存在,在未采用这种方法时我们没有观测到.这是因为有时膜层较厚,由于趋肤效应使穿过金属膜层的磁场较弱,尤其是高频分量穿透能力很差,而恰恰

是高频分量对相位滞后的贡献很大,从而使阻尼作用导致的相位滞后相当微弱.更重要的是,在金属良导体中,涡流效应所导致的磁场畸变和相位滞后常常将阻尼作用导致的相位滞后掩盖,尤其是磁场畸变,因为在畸变的磁场中是很难观测出相位的变化.采用隔离分区镀膜的方法后,涡流效应大大减小,从而使这种相位滞后的现象显现出来.

金属材料中的磁感应强度的相位滞后现象会在加速器运行中造成很多负面的影响,如在需要很窄的脉冲磁场时,对同步时钟系统的要求就相当严格^[5].因此,应设法减少这种影响.由本文的分析可知,由于阻尼因素的存在,在强交变磁场中要完全消除金属材料中的磁感应强度的滞后现象是困难的,选择合适的金属镀膜材料和交变磁场的圆频率是一种减小相位滞后的有效方法.

- [1] Gao P, Zheng Z M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2528 [in Chinese] 高鹏、郑之明 2002 物理学报 **51** 2528]
 [2] Wu S Q, Wang S J 2004 *Chin. Phys.* **13** 510
 [3] Galt J K, Anurus J, Hopper H G 1952 *Rev. Mod. Phys.* **25** 93
 [4] Patton C E, Kohane T 1972 *Rev. Sci. Instr.* **43** 76

- [5] Fan K J, Feng G Y 2000 *Nuc. Sci. Techn.* **11** 124
 [6] Shang L, Pei Y J et al 1999 *High Power Laser and Particle Beam* **11** 379 [in Chinese] 尚雷、裴元吉等 1999 强激光与粒子束 **11** 379]

Measurement and analysis of the pulsed magnetic field phase lag in the ceramic case^{*}

Wang Xiang-Qi Feng De-Ren Shang Lei Pei Yuan-Ji He Ning Zhao Tao

(*National Synchrotron Radiation Laboratory , University of Science and
Technology of China , Hefei 230029 ,China*)

(Received 13 February 2004 ; revised manuscript received 19 April 2004)

Abstract

Due to the damping action during the magnetic moment precession , the magnetic flux generated by a pulsed magnetic field commonly will lag behind the field so the phase of the pulsed magnetic field lags behind after it penetrates a coated metal. For the non-ferromagnetic metal , the phase-lag is very faint , and owing to the influence of conductor skin effect and eddy current , it can hardly be detected. An experimental method and the result obtained have been presented in this paper. In this method by using an ultra-thin coating with zonal stripe to isolate and select an appropriate position to measure , thus the influences of conductor skin effect and eddy current have been reduced to a minimum. An analysis has been presented in this paper.

Keywords : phase lag , magnetic moment precession damping , skin effect , eddy current

PACC : 7210

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 10175062).