第 53 卷 第 2 期 2004 年 2 月
1000-3290/2004/53(02)/0441-04

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.53,No.2,February,2004

利用 Λ 型原子与光场的纠缠态传送腔场的奇偶相干态的叠加态

戴宏毅 陈平彤 梁林梅 李承祖

(国防科技大学理学院,长沙 410073)

(2002 年 10 月 23 日收到;2003 年 3 月 13 日收到修改稿)

根据简并 Λ 型三能级原子与单模光场的非共振相互作用系统的改进型有效哈密顿量,利用矩阵方法推导出任意初始情况下原子-光场系统的波函数,通过改变相互作用时间,制备出原子-腔场系统的纠缠态.提出利用原子-腔场系统的纠缠态进行概率传送腔场的奇、偶相干态的叠加态的有效方案.对于振幅很大的单模光场,通过实行 Bell 态测量,能成功地概率传送腔场的奇偶相干态的叠加态,其成功的总概率为 0.25.

关键词:简并 Λ 型三能级原子,波函数,非共振相互作用,概率量子隐形传态,奇偶相干态的叠加态

PACC:4250,0365

1.引 言

近年来,利用纠缠态进行量子隐形传态引起了人们的兴趣.通过对处于纠缠态的两个粒子之一的测量,不仅可获得另一个粒子所携带的信息,而且在经典通信的帮助下能使对另一粒子进行远距操作提供了可能性.这个重要特性对实现量子信息和量子计算机来说是非常有用的.Bennett 等[1]提出了利用一对自旋为 1/2 的纠缠粒子传送未知量子态;Davidovich 等[2]提出了一种在两个初态为纠缠态的高 Q 光场中传送未知原子态的方案;Cirac 等[3]则建立了另外一种 QED 腔场,并利用处于纠缠态两能级原子实现量子态的隐形传送;Vaidman 等[4]提出用非局域测量方法实现量子态的隐形传送;Zheng 等[5]提出利用 Raman 型和共振的 Jaynes-Cummings 模型实现量子态的隐形传送;Moussa[6]利用两对处于非最大纠缠态原子实现了光场中三种 Fock 态 $|0\rangle$,$|1\rangle$和$|2\rangle$所组成的任意叠加态的量子隐形传送 Zheng 等[7]提出了利用原子与腔场的色散作用隐形传送相干光场的宏观态的叠加态(即薛定谔猫态);Ye 等[8]提出利用二能级原子与腔场的共振相互作用的纠缠态传送薛定谔猫态;Lin[9]利用三能级原子与光场的 Raman 相互作用进行了未知原子态的隐形传送研究.

文献[10,11]研究了 Λ 型三能级原子与光场的 Raman 相互作用,得出改进型的有效哈密顿量及其波函数.虽然其波函数可以严格求解,但通过解方程的方法十分复杂.本文就是在文献[10,11]的基础上,根据简并 Λ 型三能级原子与单模光场的非共振相互作用系统的改进型有效哈密顿量,利用矩阵方法很简便地推导出任意初态下原子-光场系统的波函数,通过控制相互作用时间,制备出两个原子与光场的纠缠态,从而提出利用简并 Λ 型三能级原子与振幅很大的单模光场发生大失谐时的非共振相互作用制备出的纠缠态进行概率传送腔场的奇、偶相干态(即奇、偶薛定谔猫态)的叠加态的有效方案.由于隐形传送腔场的奇、偶相干态的叠加态是本文首次提出,所以本文研究具有重要意义.

2.简并 Λ 型三能级原子与单模腔场的非共振相互作用及原子与光场的原子纠缠态的制备

简并 Λ 型三能级原子与一单模腔场的相互作用情况如图 1 所示.在旋转波近似下,原子与腔场系统的相互作用哈密顿量为[10,11]

$$H = \lambda_1(a^+|g\rangle\langle f| + a|f\rangle\langle g|) + \lambda_2(a^+|e\rangle\langle f| + a|f\rangle\langle e|), \quad (1)$$

其中 λ_1,λ_2 是原子与场模的耦合常数,a 与 a^+ 分别

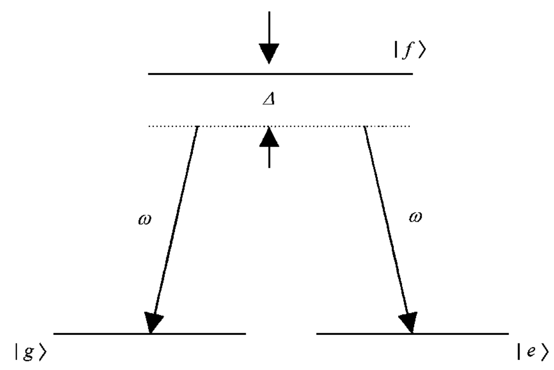

图 1 简并 Λ 型三能级原子与单模光场的相互作用

表示光子的淹没与产生算符，$|g\rangle$，$|e\rangle$和$|f\rangle$分别表示 Λ 型三能级原子的三个能级，其中基态$|g\rangle$和激发态$|e\rangle$为两个退化的相等能量.当原子的跃迁频率 ω_0 与腔场频率 ω 之间的失谐量$\Delta=|\omega-\omega_0|$很大即远离共振时，原子与腔场之间不交换能量，这时，原子的高能激发态$|f\rangle$能级可从哈密顿量中绝热地消除.此时，在相互作用绘景中系统的有效哈密顿量为[11,12]

$$H_{\rm eff}=-ga^+a(|g\rangle\langle e|+|e\rangle\langle g|)-a^+a(\beta_1|g\rangle\langle g|+\beta_2|e\rangle\langle e|).\quad(2)$$

其中 $g=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\Delta}$，$\beta_1=\frac{\lambda_1^2}{\Delta}$，$\beta_2=\frac{\lambda_2^2}{\Delta}$.为简单起见，考虑简并耦合情况，取 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$，因而有 $g=\beta_1=\beta_2=\frac{\lambda^2}{\Delta}$.取$|g\rangle\to\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$，$|e\rangle\to\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，则系统的有效哈密顿量可以写成下列矩阵形式：

$$\begin{aligned}H_{\rm eff}&=-ga^+a\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\\&=-ga^+a\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}-ga^+a\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\end{aligned}\quad(3)$$

设原子初始时刻处于态 $u|g\rangle+v|e\rangle$，光场被制备成相干态$|\alpha\rangle$，则整个系统的初态是

$$|\Psi(0)\rangle=N(u|g\rangle+v|e\rangle)\otimes|\alpha\rangle,\quad(4)$$

其中 N 为归一化常数

$$N=\frac{1}{\sqrt{|u|^2+|v|^2}}.$$

在相互作用绘景中，系统的态矢满足方程

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}|\Psi(t)\rangle}{\mathrm{d}t}=H_{\rm eff}|\Psi(t)\rangle,\quad(5)$$

利用 Baker-Campbell-Hausdorff 公式

$$\mathrm{e}^{A+B}=\mathrm{e}^A\mathrm{e}^B\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}[A,B]},\quad(6)$$

则在场的粒子数态集$\{|n\rangle\}$和原子能量本征矢构成的表象中，任意时刻 t 的波函数经过计算为

$$\begin{aligned}|\Psi(t)\rangle&=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}H_{\rm eff}t}|\Psi(0)\rangle\\&=N\mathrm{e}^{\mathrm{i}ngt}\{[u\cos(ngt)+\mathrm{i}v\sin(ngt)]|g\rangle\\&\quad+[\mathrm{i}u\sin(ngt)+v\cos(ngt)]|e\rangle\}\otimes|\alpha\rangle\\&=\frac{N}{2}\{[u(|\alpha\rangle+|\alpha\mathrm{e}^{i2gt}\rangle)\\&\quad-v(|\alpha\rangle-|\alpha\mathrm{e}^{i2gt}\rangle)]|g\rangle\\&\quad+[-u(|\alpha\rangle-|\alpha\mathrm{e}^{i2gt}\rangle)\\&\quad+v(|\alpha\rangle+|\alpha\mathrm{e}^{i2gt}\rangle)]|e\rangle\}.\end{aligned}\quad(7)$$

通过控制原子的速度来调节原子与腔场的相互作用时间 τ，当满足条件

$$g\tau=\frac{\pi}{2}\quad(8)$$

时，(7)式变为

$$\begin{aligned}|\Psi(t=\tau)\rangle&=\frac{1}{2}\{[u(|\alpha\rangle+|-\alpha\rangle)\\&\quad-v(|\alpha\rangle-|-\alpha\rangle)]|g\rangle\\&\quad+[-u(|\alpha\rangle-|-\alpha\rangle)\\&\quad+v(|\alpha\rangle+|-\alpha\rangle)]|e\rangle\},\end{aligned}\quad(9)$$

故原子与腔场的初态条件可通过改变 u 和 v 的值来确定.在不同的初态下，满足(9)式时，简并 Λ 型三能级原子与腔场发生远离共振相互作用的结果如表 1 所示.

表 1 简并 Λ 型三能级原子与腔场发生远离共振相互作用的结果

原子初态	$\lvert g\rangle$	$\lvert g\rangle$	$\lvert e\rangle$	$\lvert e\rangle$
腔场初态	$\lvert\alpha\rangle+\lvert-\alpha\rangle$	$\lvert\alpha\rangle-\lvert-\alpha\rangle$	$\lvert\alpha\rangle+\lvert-\alpha\rangle$	$\lvert\alpha\rangle-\lvert-\alpha\rangle$
作用结果	$(\lvert\alpha\rangle+\lvert-\alpha\rangle)\lvert g\rangle$	$-(\lvert\alpha\rangle-\lvert-\alpha\rangle)\lvert e\rangle$	$(\lvert\alpha\rangle+\lvert-\alpha\rangle)\lvert e\rangle$	$-(\lvert\alpha\rangle-\lvert-\alpha\rangle)\lvert g\rangle$

当处于基态$|g\rangle_1$ 的原子 1 与一个幅度较大的相干态腔场 2 相互作用后，原子 1 和腔场 2 系统的态矢由表 1 确定，此时把原子 2 也制备在基态$|g\rangle_2$而注入腔场 2 中，让它也发生与原子 1 完全相同的

相互作用,由表 1,可得到两个原子(原子 1 和原子 2)与腔场 2 的纠缠态为

$$|\Psi\rangle_{A_1+A_2+C}=\frac{1}{2}\Big[(|\alpha\rangle+|-\alpha\rangle)_2|g\rangle_1|g\rangle_2+(|\alpha\rangle-|-\alpha\rangle)_2|e\rangle_1|e\rangle_2\Big]=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle_2^+|g\rangle_1|g\rangle_2+|\alpha\rangle_2^-|e\rangle_1|e\rangle_2),\tag{10}$$

其中 $|\alpha\rangle_2^+$ 和 $|\alpha\rangle_2^-$ 分别为腔场 2 的偶相干态和奇相干态

$$|\alpha\rangle^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle+|-\alpha\rangle),\tag{11}$$

$$|\alpha\rangle^-=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle-|-\alpha\rangle).\tag{12}$$

当幅度很大,即在 $|\alpha|^2\gg1$ 的情况下,相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|-\alpha\rangle$ 是近似正交的,即 $\langle\alpha|-\alpha\rangle\approx0$,所以 $|\alpha\rangle^+$ 和 $|\alpha\rangle^-$ 也是近似正交的[12],即 ${}^-\langle\alpha|\alpha\rangle^+\approx0$. 因此,可以采用通常的关于正交态的测量方法对腔场进行探测.

3. 奇偶相干态的叠加态的量子隐形传送

假设待传送的腔场 1 初始时刻处于如下的偶相干态 $|\alpha\rangle_1^+$ 和奇相干态 $|\alpha\rangle_1^-$ 的叠加态

$$|\Psi\rangle_1=a|\alpha\rangle_1^++b|\alpha\rangle_1^-,\tag{13}$$

其中 a 和 b 为未知的叠加系数,满足关系式 $|a|^2+|b|^2=1$. 为了实现量子态的隐形传送,对原子 1 和腔场 1 进行 Bell 基测量,这时原子 2 和腔场 2 组成的系统将投影为

$$\langle\Psi^\pm|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{A_1+A_2+C}=\frac{1}{2}(a|\alpha\rangle_2^-|e\rangle_2\pm b|\alpha\rangle_2^+|g\rangle_2),\tag{14}$$

$$\langle\Phi^\pm|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{A_1+A_2+C}=\frac{1}{2}(a|\alpha\rangle_2^+|g\rangle_2\pm b|\alpha\rangle_2^-|e\rangle_2),\tag{15}$$

$|\Psi^\pm\rangle$ 和 $|\Phi^\pm\rangle$ 为原子 1 和奇、偶相干态的叠加态腔场 1 所组成的 Bell 基,$\otimes$ 表示两个态的直积.

$$|\Psi^\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle_1|\alpha\rangle_1^+\pm|g\rangle_1|\alpha\rangle_1^-),\tag{16}$$

$$|\Phi^\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle_1|\alpha\rangle_1^+\pm|e\rangle_1|\alpha\rangle_1^-),\tag{17}$$

让原子 2 穿过经典场,使它有一个适当的跃迁

$$|g\rangle_2\rightarrow(|g\rangle_2+|e\rangle_2)/\sqrt{2}$$

$$|e\rangle_2\rightarrow(|g\rangle_2-|e\rangle_2)/\sqrt{2},\tag{18}$$

这时,(14)和(15)式分别变为

$$\langle\Psi^\pm|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{A_1+A_2+C}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\Big[(a|\alpha\rangle_2^-\pm b|\alpha\rangle_2^+)|g\rangle_2-(a|\alpha\rangle_2^-\mp b|\alpha\rangle_2^+)|e\rangle_2\Big],\tag{19}$$

$$\langle\Phi^\pm|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{A_1+A_2+C}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\Big[(a|\alpha\rangle_2^+\pm b|\alpha\rangle_2^-)|g\rangle_2+(a|\alpha\rangle_2^+\mp b|\alpha\rangle_2^-)|e\rangle_2\Big].\tag{20}$$

现在将原子 1 注入到腔场 1,并适当调整腔场频率和选择原子跃迁频率,使原子 1 与腔场 1 发生大失谐时的非共振相互作用. 再选择原子 1 在腔场中的速度使原子在腔场中的作用时间满足(8)式,并利用表 1,此时原子 1 和奇、偶相干态的叠加态腔场 1 所组成的四个 Bell 基(16)和(17)式将演化为

$$|\Psi\rangle^\pm\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle_1|\alpha\rangle_1^+\mp|e\rangle_1|\alpha\rangle_1^-)=\begin{cases}|e\rangle_1|-\alpha\rangle_1,\\|e\rangle_1|\alpha\rangle_1,\end{cases}\tag{21}$$

$$|\Phi\rangle^\pm\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle_1|\alpha\rangle_1^+\mp|g\rangle_1|\alpha\rangle_1^-)=\begin{cases}|g\rangle_1|-\alpha\rangle_1,\\|g\rangle_1|\alpha\rangle_1.\end{cases}\tag{22}$$

从上述两式可以看出,由于原子和腔场的非共振相互作用,Bell 基则由原来的纠缠态转化为非纠缠态. 因为当幅度很大时,奇、偶相干态的叠加态腔场 $|\alpha\rangle^+$ 和 $|\alpha\rangle^-$ 满足 ${}^-\langle\alpha|\alpha\rangle^+\approx0$,所以对腔场可以采用通常的关于正交态的测量方法进行探测. 这样,对原子和腔场的探测就是实施对原子与腔场所构成的 Bell 基的联合测量. 假如对原子纠缠态与腔场 1 组成的系统实施原子 1 和腔场 1 的 Bell 基测量为 $|\Phi^+\rangle$(即探测到的原子处于基态 $|g\rangle_1$,腔场处于 $|-\alpha\rangle_1$),当探测到原子 2 处于基态 $|g\rangle_2$ 时,腔场 2 坍缩到 $a|\alpha\rangle_2^++b|\alpha\rangle_2^-$,即腔场 1 的初态被成功地传送到了腔 2,其成功的概率为 1/8;当对整个系统实施原子 1 和腔场 1 的 Bell 基测量为 $|\Phi^-\rangle$,探测到的原子 2 处于基态 $|e\rangle_2$ 时,腔场 2 坍缩到 $a|\alpha\rangle_2^++b|\alpha\rangle_2^-$,即腔场 1 的初态也被成功地传送到了腔 2,其成功的概率也为 1/8. 另一方面,若探测到其它的

测量结果,则腔场 2 也将坍缩到其它相应的相干叠加态上.这些相干叠加态与腔场 1 的初态相差一个幺正变换.然而在目前的腔量子电动力学范围内,还无法找到一个实际可行的机制来产生这样的幺正变换.因此腔场 1 的奇、偶相干态的叠加态能成功地隐形传送到腔场 2 的总概率为 0.25.这与目前各种腔场的隐形传态方案[6,7]的最大概率相符合.

4. 结 论

本文提出了利用简并 Λ 型三能级原子与振幅很大的单模光场发生大失谐时的非共振相互作用制备出的原子纠缠态进行概率传送腔场的奇、偶相干态(即奇、偶薛定谔猫态)的叠加态的有效方案.由于本方案利用了简并的 Λ 型三能级原子的两个低能态,因此原子的自发发射可得到很好地抑制,原子的相干性可得到很好的保持.为使本方案易于实现,必须选择 Q 因子很高的光腔,另外还要求原子跃迁频率与光场频率相差很大,以满足光场与原子发生大失谐时的非共振相互作用所需的足够的时间和原子的高能激发态能级可从哈密顿量中绝热地消除条件.随着量子拍光谱学和 Ramsey 干涉实验等实验技术的发展,表明了本方案在不久的将来有可能实现.

[1] Bennett C H, Brassard G, Grepeau C *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895

[2] Davidovich L, Zagury N, Brune M *et al* 1994 *Phys. Rev.* A **50** 859

[3] Cirac J I, Parkins A C 1994 *Phys. Rev.* A **50** 4441

[4] Vaidman L 1994 *Phys. Rev.* A **49** 1473

[5] Zheng S B, Guo G C 1997 *Phys. Lett.* A **232** 171

[6] Moussa M H Y 1996 *Phys. Rev* A **54** 4661

[7] Zheng S B, Guo G C 1997 *Phys. Lett.* A **236** 180

[8] Ye L, Guo G C 2002 *Acta Optica Sin.* **22** 407 (in Chinese) [叶柳、郭光灿 2002 光学学报 **22** 407]

[9] Lin X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 686 (in Chinese) [林 秀 2001 物理学报 **50** 686]

[10] Xu L, Luo Z F, Zhang Z M 1994 *J. Phys.* B **27** 1649

[11] Zhang Z M 1996 *Acta Sinica Quantum Optics* **2** 32 (in Chinese) [张智明 1996 量子光学学报 **2** 32]

[12] Song K H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 441 (in Chinese) [宋克慧 2000 物理学报 **49** 441]

Teleporting superpositions of even and odd coherent states of a cavity field via the entangled state of a degenerate Λ-type atom interacting with the cavity field

Dai Hong-Yi Chen Ping-Xing Liang Lin-Mei Li Cheng-Zu

(*College of Science, National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)

(Received 23 October 2002; revised manuscript received 13 March 2003)

Abstract

Based on the modified effective Hamiltonian for the system which is made up of a degenerate Λ-type three-level atom and a single-mode coherent state cavity field, the wave function of the system for the arbitrary initial states is derived by means of matrix forms. Through changing the interaction time, the entangled state of an atom-field is prepared. A feasible scheme is proposed to probabilistically teleport superpositions of even and odd coherent states of the cavity field by using the entangled state of a degenerate Λ-type three-level atom interacting with a coherent state cavity field of large amplitude under a far-off resonant condition. By performing Bell state measurement, the superpositions of even and odd coherent states of the cavity field can be successfully achieved with a total probability of 0.25.

Keywords: a degenerate Λ-type three-level atom, wave function, far-off resonant interaction, probabilistic quantum teleportation, superposition of even and odd coherent states

PACC: 4250, 0365