

各向异性磁化等离子体 JEC-FDTD 算法*

刘少斌^{1,2)} 莫锦军¹⁾ 袁乃昌¹⁾

¹⁾ 国防科技大学电子科学与工程学院,长沙 410073)

²⁾ 南昌大学物理系,南昌 330047)

(2003 年 4 月 1 日收到,2003 年 5 月 3 日收到修改稿)

将色散介质的电流密度卷积-时域有限差分(JEC-FDTD)算法推广到各向异性磁化等离子体色散介质.该算法同时解决了电磁波在各向异性频率色散介质中传播的难题,给出了各向异性磁化等离子体 JEC-FDTD 算法的公式.计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数,通过与解析结果的比较,验证了该算法的高效性和高精度.

关键词:色散介质, FDTD 算法, 各向异性, 磁化等离子体

PACC: 5225, 5240, 5265, 4270

1. 引 言

时域有限差分(FDTD)算法是一种简单而有效的时域方法,几十年来已广泛地应用于各种介质的电磁仿真.近几年,出现了大量的处理色散介质电磁仿真的 FDTD 算法的文献,包括递推卷积(RC)法^[1]、辅助方程(ADE)法^[2,3]、Z 变换法^[4]、分段线性递推卷积(PLRC)法^[5]、电流密度卷积(JEC)法^[6]、分段线性电流密度递推卷积(PLJERC)算法^[7],其中 JEC 和 PLJERC 算法具有较高的计算效率和计算精度^[6,7].然而,由于处理各向异性色散介质(如磁化等离子体)的复杂性,上述 FDTD 算法中,只有一部分方法适用于各向异性色散介质.其主要工作包括 Hunsberger 等人提出推广的(RC)法^[8]和 Young 氏直接积分(DI)法^[9].

本文将具有较高计算效率和计算精度的 JEC 算法推广到各向异性色散介质,给出各向异性磁化等离子体 JEC-FDTD 算法公式.计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数,通过与解析结果的比较,验证了该算法的高效性和高精度.

2. 磁化等离子体 JEC-FDTD 算法

在各向异性色散介质碰撞磁化等离子体中,

Maxwell 方程组和相关的联立方程为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \nu \mathbf{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \omega_b \times \mathbf{J}, \quad (3)$$

式中 \mathbf{E} 是电场强度, \mathbf{H} 是磁场强度, \mathbf{J} 是极化电流密度, ϵ_0, μ_0 分别是真空中的介电常数和磁导率, ν 是等离子体碰撞频率, ω_p^2 是等离子体角频率的平方, $\omega_b = eB_0/m$ 是电子回旋频率, B_0 是外磁场, e, m 分别是电子的电量和质量.

设外磁场的方向为 +z 轴,方程(3)可写为

$$\frac{dJ_x}{dt} + \nu J_x = \epsilon_0 \omega_p^2 E_x - \omega_b J_y, \quad (4)$$

$$\frac{dJ_y}{dt} + \nu J_y = \epsilon_0 \omega_p^2 E_y + \omega_b J_x. \quad (5)$$

由(4)和(5)式可以发现,电流密度的两个分量相互耦合.因此,电流密度两个分量的 FDTD 迭代方程必须同时求解.

对时谐电磁场,将方程(4)变换到频域:

$$J_x(\omega) = \alpha(\omega)E_x(\omega) - \xi(\omega)J_y(\omega), \quad (6)$$

式中

$$\alpha(\omega) = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{j\omega + \nu}, \quad (7)$$

$$\xi(\omega) = \frac{\omega_b}{j\omega + \nu}. \quad (8)$$

* 国家重点基础研究项目(批准号 2002AA731181)及国防科技重点实验室基金项目(批准号 51483010301KG0102)资助的课题.

对(6)–(8)式取逆 Fourier 变换,有

$$\alpha(t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \exp(-\nu t) U(t), \quad (9)$$

$$\xi(t) = \omega_b \exp(-\nu t) U(t), \quad (10)$$

$$J_x(t) = \int_0^t \alpha(t-\tau) E_x(\tau) d\tau - \int_0^t \xi(t-\tau) J_y(\tau) d\tau, \quad (11)$$

式中 $U(t)$ 是单位阶跃函数.

同理,有

$$J_y(t) = \int_0^t \alpha(t-\tau) E_y(\tau) d\tau + \int_0^t \xi(t-\tau) J_x(\tau) d\tau. \quad (12)$$

将(9)和(10)式代入(11)和(12)式,可得

$$J_x(t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \exp(-\nu t) \int_0^t \exp(-\nu\tau) E_x(\tau) d\tau - \omega_b \exp(-\nu t) \int_0^t \exp(-\nu\tau) J_y(\tau) d\tau \quad (13)$$

$$J_y(t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \exp(-\nu t) \int_0^t \exp(-\nu\tau) E_y(\tau) d\tau + \omega_b \exp(-\nu t) \int_0^t \exp(-\nu\tau) J_x(\tau) d\tau \quad (14)$$

取电场 E 的值位于整数时间步,磁场 H 和电流密度 J 位于半个时间步.方程(1)可写为

$$E_x^{n+1} = E_x^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} (H_y^{n+1/2} - H_y^{n-1/2}) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J_x^{n+1/2}, \quad (15)$$

$$E_y^{n+1} = E_y^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} (H_x^{n+1/2} - H_x^{n-1/2}) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J_y^{n+1/2}. \quad (16)$$

磁场 H 的迭代方程与非磁化等离子体介质的方程完全相同.

采用类似于文献[6]的处理方法,可得电流密度 J_x, J_y 的迭代方程(二阶精度)为

$$J_x^{n+1/2} = \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) \exp(-\nu \Delta t)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} J_x^{n-1/2} + \frac{4\varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} E_x^n - \frac{2\omega_b \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} \times [(1 + \exp(-\nu \Delta t)) J_y^{n-1/2} + \varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2) E_y^n], \quad (17)$$

$$J_y^{n+1/2} = \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) \exp(-\nu \Delta t)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} J_y^{n-1/2} + \frac{4\varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} E_y^n$$

$$+ \frac{2\omega_b \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2)}{4 + \omega_b^2 \Delta t^2 \exp(-\nu \Delta t)} \times [(1 + \exp(-\nu \Delta t)) J_x^{n-1/2} + \varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-\nu \Delta t/2) E_x^n]. \quad (18)$$

显然,场量 E, H 和 J 的迭代方程中,均未出现复数变量,与标准的 FDTD 迭代方程相比,仅在每一维多一个存储变量.因此,该算法比文献[10, 11]的算法更简单和有效.

此外,文献[6]已经验证(解析和数值)有两种原因使上述 JEC-FDTD 算法比 RC-FDTD 算法具有较高的精度.第一,RC 算法中存在微分项 $\partial D/\partial t$, D 为电位移矢量.计算时采用了差分近似,而本文则没有该项,取而代之的是采用电流密度的递推卷积,而且递推卷积又采用了二阶精度的分段线性递推卷积.第二,RC 算法中,递推卷积采用一阶近似,本文的递推卷积为二阶近似.

3. 算法的有效性 with 精度

为了检验上述算法的正确性,本文分别计算了 1.5 和 0.9cm 厚碰撞磁化等离子体对垂直入射电磁波的反射和透射系数.入射电磁波为高斯脉冲的导数,峰值频率为 50GHz, 100GHz 时下降 10dB.

图 1 至图 4 给出 JEC-FDTD 算法计算的 1.5cm 厚磁化等离子体平板的反射和透射系数,并与解析结果进行比较.图 1 和图 2 分别为右旋极化(RCP)波和左旋极化(LCP)波的反射系数.图 3 和图 4 分别为 RCP 波和 LCP 波的透射系数.结果显示, JEC-FDTD 算法正确,且具有较高的计算精度.

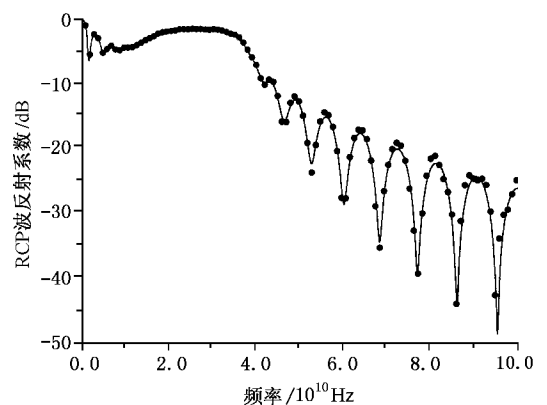


图 1 RCP 波的反射系数 ● 为 JEC-FDTD 算法, — 为解析法

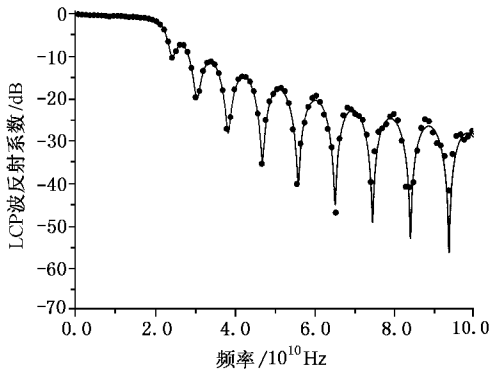


图2 LCP 波的反射系数 图注同图 1

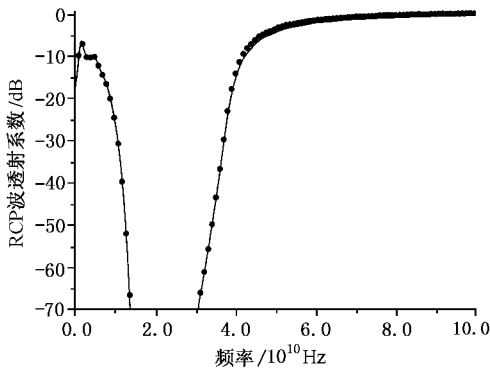


图3 RCP 波的透射系数 图注同图 1

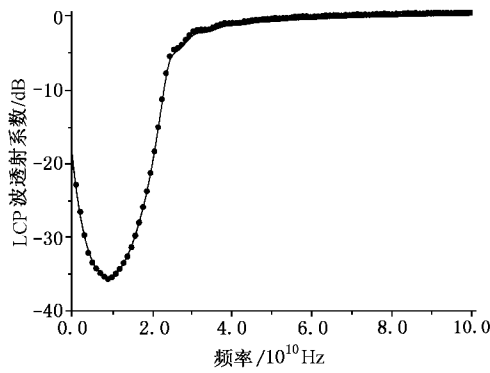


图4 LCP 波的透射系数 图注同图 1

计算时, FDTD 的计算空间为 6cm, 磁化等离子体占据 2.25—3.75cm 的区域, 其余为真空. 计算空间步长为 $75\mu\text{m}$, 时间步长为 0.125ps . 因此, 计算空间分为 800 个计算网格, 两端 PML 吸收边界各 5 个网格, 等离子体占中间 200 个网格, 其余为真空. 模拟的时间步为 10000 步.

等离子体的参数为

$$\omega_p = 2\pi \times 28.7 \times 10^9 \text{ rad/s}, \quad (19)$$

$$\omega_b = 1.0 \times 10^{11} \text{ rad/s}, \quad (20)$$

$$\nu = 20 \times 10^9 \text{ rad/s}. \quad (21)$$

此外, 还计算了 9mm 厚磁化等离子体平板的反射和透射系数. 等离子体的参数为

$$\omega_p = 2\pi \times 50 \times 10^9 \text{ rad/s}, \quad (22)$$

$$\omega_b = 3.0 \times 10^{11} \text{ rad/s}, \quad (23)$$

$$\nu = 20 \times 10^9 \text{ rad/s}. \quad (24)$$

计算空间分为 800 个计算网格, 等离子体占中间 120 个网格. 其余参量与上述相同.

图 5 至图 8 给出 JEC-FDTD 算法计算的 9mm 厚磁化等离子体平板的反射和透射系数, 并与解析结果进行比较. 图 5 为 RCP 波的反射系数. 图 6 为 LCP 波的反射系数. 图 7 为 RCP 波的透射系数. 图 8 为 LCP 波的透射系数.

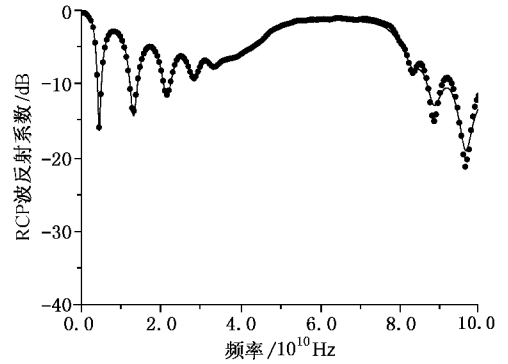


图5 RCP 波的反射系数 图注同图 1

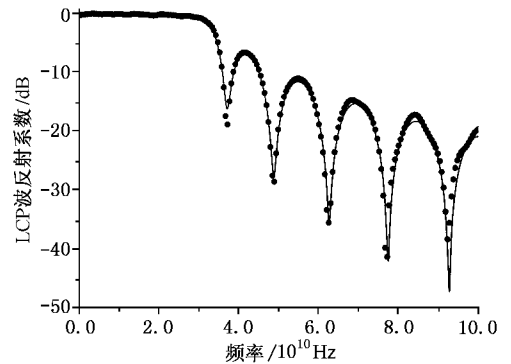


图6 LCP 波的反射系数 图注同图 1

4. 结 论

本文将色散介质的 JEC-FDTD 算法推广到各向异性磁化等离子体色散介质. 该算法同时解决了电磁波在各向异性频率色散介质中传播的难题, 给

出各向异性磁化等离子体 JEC-FDTD 算法的公式. 由于该算法消除了 RC 法中微分项 $\partial D/\partial t$, 取而代之的是采用电流密度的递推卷积, 而且递推卷积又采用了二阶精度的分段线性递推卷积. 因此, 该算法

既保证了计算的高效率, 又有较高的计算精度. 此外, 通过计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数, 与解析结果进行比较, 验证了该算法的高效性和高精度.

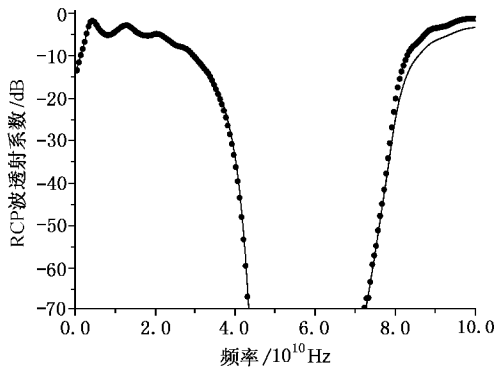


图 7 RCP 波的透射系数 图注同图 1

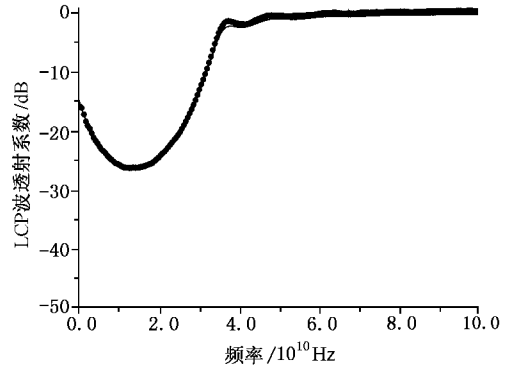


图 8 LCP 波的透射系数 图注同图 1

- [1] Luebbers R J, Hunsberger F and Kunz K S 1991 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39** 29
- [2] Young J L 1995 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **43** 422
- [3] Nickisch L J and Franke P M 1992 *IEEE Antennas Propagat. Mag.* **34** 33
- [4] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1223
- [5] Kelley D F and Luebbers R J 1996 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **44** 792
- [6] Chen Q, Katsurai M and Aoyagi P H 1998 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **46** 1739
- [7] Liu S B, Mo J J and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 (in Chinese) [刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778]
- [8] Hunsberger F, Luebbers R and Kunz K 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1489
- [9] Young J L 1994 *Radio Sci.* **29** 1513
- [10] Kashiwa T, Yoshida N and Fukai I 1988 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **36** 1096
- [11] Joseph R, Hagness S and Taflov A 1991 *Opt. Lett.* **16** 1412

A JEC-FDTD implementation for anisotropic magnetized plasmas^{*}

Liu Shao-Bin^{1,2)} Mo Jin-Jun¹⁾ Yuan Nai-Chang¹⁾

¹⁾*Institute of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*

²⁾*Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330047, China*

(Received 1 April 2003 ; revised manuscript received 3 May 2003)

Abstract

A JEC finite-difference time-domain (JEC-FDTD) methodology for dispersive media is extended to anisotropic magnetized plasmas. The problem which incorporates both anisotropy and frequency dispersion at the same time is solved for the electromagnetic wave propagation. The JEC-FDTD formulation for anisotropic magnetized plasmas is derived. The high efficiency and accuracy of the method are confirmed by computing the reflection and transmission through a magnetized plasma layer, with the direction of the propagation parallel to the direction of the biasing field. A comparison with frequency-domain analytic results is included.

Keywords : frequency dispersion , FDTD methods , anisotropy , magnetized plasma

PACC : 5225 , 5240 , 5265 , 4270

^{*} Project supported by the State Key Program of Basic Research of China (Grant No.2002AA731181), and the National Defense Research Foundation of China (Grant No.51483010301KG0102).