

# 超音速等离子体炬的数值模拟<sup>\*</sup>

袁行球 李辉 赵太泽 王飞 郭文康 须平

(复旦大学现代物理研究所, 上海 200433)

(2002 年 11 月 14 日收到 2003 年 3 月 19 日收到修改稿)

介绍了描述大气压下超音速等离子体炬内等离子体特性的磁流体力学模型, 在二维近似下, 对会聚-扩展型喷口等离子体炬进行了数值模拟, 获得了等离子体炬内等离子体速度、温度、压力以及马赫数的分布. 结果表明超音速等离子体炬内的流场特性可以分为亚音速、跨音速和超音速三个明显的区域.

关键词: 等离子体炬, 磁流体力学, 数值模拟

PACC: 5225, 5265, 5270

## 1. 引言

大气压下超音速等离子体炬已被广泛地运用于喷涂、切割、航天等工业领域. 由于工业上的大部分运用是基于高温高速的等离子体射流部分, 许多学者对等离子体射流部分的理论和实验进行了大量的研究<sup>[1-3]</sup>. 近年来对等离子体炬内物理过程的研究结果表明<sup>[4-6]</sup>, 等离子体射流部分的特性主要是由等离子体炬内的物理过程决定的. 对等离子体炬内物理过程的研究有助于更好地控制和运用等离子体炬. 然而, 由于等离子体炬内存在电、磁、热和流体动力学等相互作用, 数学上必须求解质量、动量、能量和电流守恒方程所组成的相互耦合的非线性方程组, 这使得上述问题的处理具有相当难度.

本文详细介绍了描述大气压下等离子体炬内等离子体特性的磁流体力学模型. 在二维近似下, 对会聚-扩展型喷口等离子体炬内的等离子体特性进行了数值模拟, 考虑到在阳极表面边界层重离子和电子处于双温状态(即电子温度和重离子温度不同), 在计算等离子体电导率时采用简化的双温度等离子体模型. 本计算中阳极弧根位置是由计算自动得到的. 从本计算的结果来看阴极表面附近的温度边界条件对计算区域的解不很敏感. 本计算发现在二维近似下, 阴极电子发射区电流密度要比阳极表面最大电流密度(阳极斑点处的电流密度)大一个数量级以上.

## 2. 物理模型

### 2.1. 基本假定

本文基于如下基本假定(1)等离子体处于局部热力学平衡(LTE)状态(2)等离子体为稳定的、轴对称的, 并且处于层流状态(3)等离子体为光性厚的.

根据文献[7]中阳极边界层的研究结果, 在阳极边界层重离子的温度急剧降低, 而电子仍然保持有限温度, 因此在计算阳极边界层电导率时我们采用简化的双温度等离子体模型. 对一个大气压下等离子体温度小于 9000K 时, 电导率采用文献[4]的计算公式. 对于不同压力等离子体电导率的计算, 采用 9000K 时 LTE 状态下电导率和压力的依赖关系式外推得到.

### 2.2. 控制方程

根据上述假定, 从质量、动量和能量方程出发, 采用柱坐标 $(r, z, \theta)$ 可以得到如下几个基本方程.

连续性方程:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

轴向动量方程:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u v)}{\partial r} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \end{aligned}$$

\* 中路-波尔奖学金资助的课题.

$$+ \frac{1}{r} \left[ r\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + j_r B_\theta ; \quad (2)$$

径向动量方程：

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha(\rho uv)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\alpha(\rho r v v)}{\partial r} \\ &= -\frac{\partial p}{\partial r} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{2}{r} \left[ r\mu \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] - \mu \frac{2v}{r^2} - j_z B_\theta ; \quad (3) \end{aligned}$$

能量方程：

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha(\rho u h)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\alpha(\rho r v h)}{\partial r} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{k}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{c_p} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + u \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial p}{\partial r} \\ &+ \Phi + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} + \frac{5}{2} \frac{k_B}{e} \left( \frac{j_z}{c_p} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{j_r}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r} \right) - q_r ; \quad (4) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi = & \mu \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{2}{3} \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right]^2 ; \end{aligned}$$

电流守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0. \quad (5)$$

以上诸式中  $u, v$  分别为轴向和径向速度,  $p$  为静压力, 等离子体工作气体为氩气,  $h, \rho, \mu, k, c_p, \sigma$  和  $q_r$  分别为等离子体焓值、密度、粘性系数、热导率、比热容、电导率和体辐射功率, 对于不同压力以及温度下的这些等离子体热力学属性和输运系数用 Gibbs 自由能最小值和 Chapman-Engskog 理论<sup>[8]</sup>求得. 体辐射功率取自 Cram 的一个大气压下的计算结果<sup>[9]</sup>, 对于不同压力的体辐射功率的计算, 我们利用文献[6]中的关系  $q_{r, p1}/q_{r, p2} = p_1/p_2$  对不同的压力外推得到. 由于等离子体电流而产生的感应磁场由安培定律计算得到. 等离子体电流密度由电势的负梯度计算得到

$$j_z = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad j_r = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r}.$$

### 2.3. 网格划分以及边界条件

图 1 示出计算区域以及网格的划分, 由于曲线形的阳极边界, 我们采用贴体坐标系统 (BFC). 该形状的等离子体炬是美国一喷涂公司生产的用于等离子体喷涂的等离子体炬.

方程组 (1)–(5) 是偏微分方程组, 必须给定适

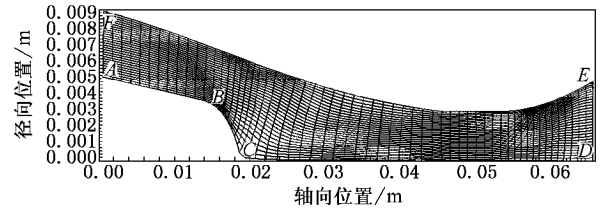


图 1 计算区域以及网格的划分

当的边界条件才能求解. 计算中所采用的边界条件如下: 在入口段  $FA$ , 质量、动量以及等离子体焓的通量由等熵关系式给出<sup>[10]</sup>, 气体的静压力为  $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 温度为  $500 \text{ K}$ , 入口处的电流密度为零. 阴极  $AB$  段, 采用无滑移边界条件, 阴极表面温度为  $1000 \text{ K}$ ,  $BC$  段阴极表面温度按线性规律从  $1000 \text{ K}$  增加到  $10000 \text{ K}$ , 电流密度均匀地分布在阴极表面电子发射区 (对于电流为  $600 \text{ A}$ , 电子发射区电流密度为  $4.5 \times 10^7 \text{ A/m}^2$  的情况, 电子发射区位于  $r_c \leq 1.5 \text{ mm}$  处). 对称轴  $CD$  段, 采用轴对称边界条件. 出口  $DE$  处的压力、速度和等离子体焓值由内点的计算值外推得到, 电流密度为零. 阳极  $FA$  采用无滑移边界条件, 阳极表面的温度为  $1000 \text{ K}$ , 阳极表面为等势面, 其电势为零.

### 3. 计算结果与讨论

方程组 (1)–(5) 采用 PHOENICS 程序求解. 图 2 至图 13 示出等离子体电流为  $600 \text{ A}$ 、入口静压力为  $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度为  $500 \text{ K}$  时的典型计算结果, 计算得到的气流量为  $68.3 \text{ lmin}^{-1}$ , 弧电压为  $38 \text{ V}$ , 这与实验结果相符合. 图 2 示出计算得到的等离子体温度场分布, 与文献[6]的结果不同的是本计算得到的最高等离子体温度为  $28000 \text{ K}$ , 比文献[6]的计算结果  $34000 \text{ K}$  要低, 但是比文献[11]的计算结果  $16000 \text{ K}$  要高, 造成这种计算结果差异的原因我们正在进一步研究. 值得指出的是文献[6]的计算结果是基于虚拟阳极假定而得出, 虚拟阳极的位置由等离子体的输入功率来确定, 而本计算中阳极边界的电流密度分布则由计算自动得到. 从图 2 可以看出, 等离子体的最高温度位于阴极顶尖附近, 相应地此时的电流密度也达到最大值, 如图 3 所示. 图 4 至图 6 示出出口处的温度、压力、速度和马赫数分布. 从图 4 至图 6 可以看出出口处的最高温度为  $13360 \text{ K}$ , 文献[6]中出口处的最高温度约为  $13200 \text{ K}$ , 两者基本一致. 但

是本计算中出口处的最大速度为 5000m/s,而文献 [6]的结果约为 6600m/s,两者相差较大.这可能是由于两者等离子体炬的不同形状所造成的,但是在出口处高温区的温度和速度分布两者基本一致,这说明这两种不同的阳极边界条件计算得到的出口处的等离子体特性基本上一致.

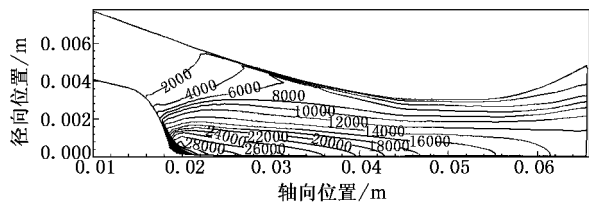


图2 等离子体温度分布(单位为 K)

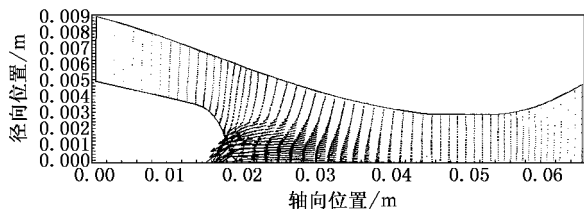


图3 电流密度矢量

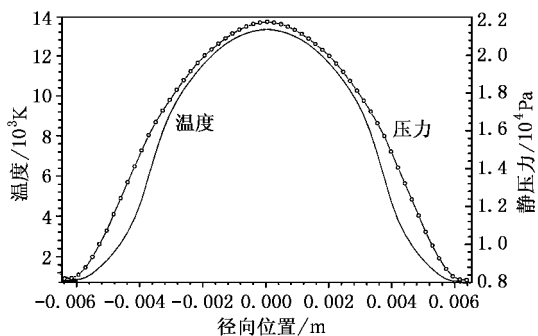


图4 出口处的温度和静压力分布

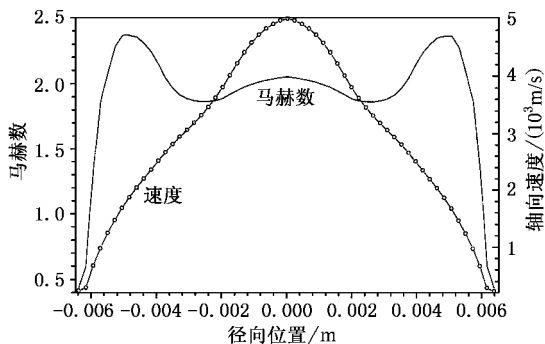


图5 出口处的速度和马赫数分布

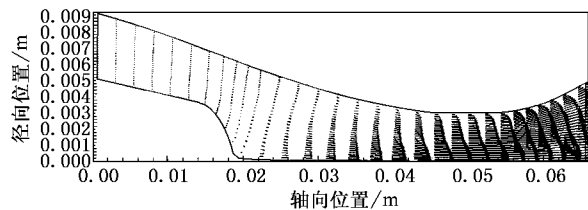


图6 速度矢量

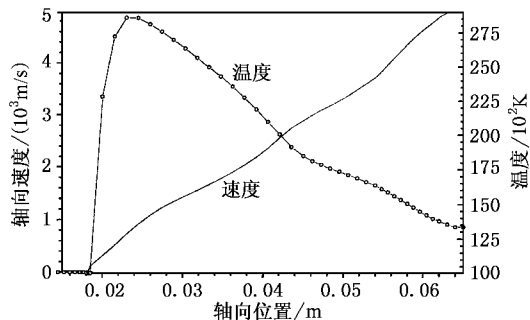


图7 沿轴向温度和速度的变化

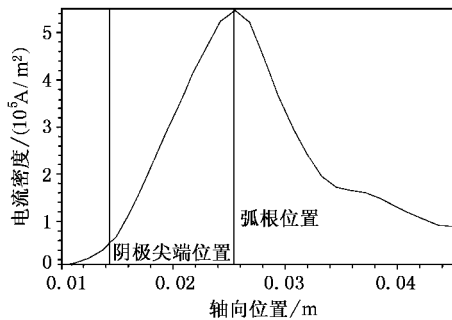


图8 阳极表面处的电流密度分布

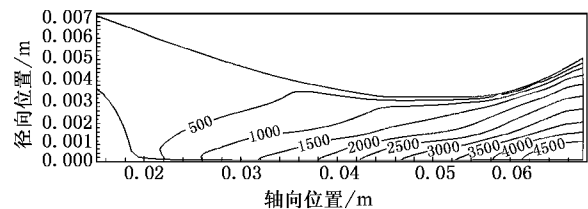


图9 轴向速度分布(单位为 m/s)

图3、图6和图7分别示出电流密度矢量、速度矢量,以及沿轴向的温度变化,从图3、图6和图7看出,在阴极电子发射区电流密度达到最大值,相应地由于大的电流密度使得在阴极附近区域等离子体的加热效率也达到最大,同时等离子体温度也达到最大值,这与文献 [5]结果一致.在二维计算中阳极边

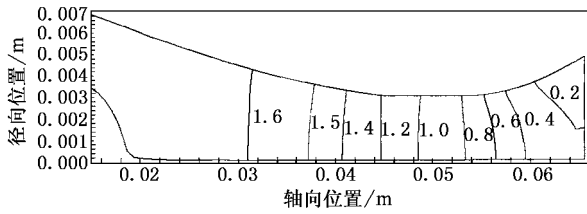


图 10 静压力分布(单位为  $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ )

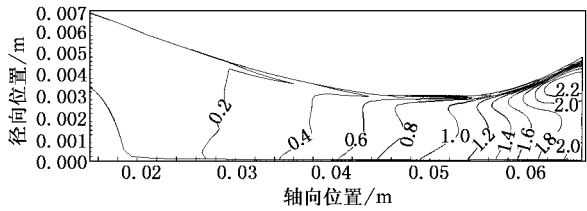


图 11 马赫数分布

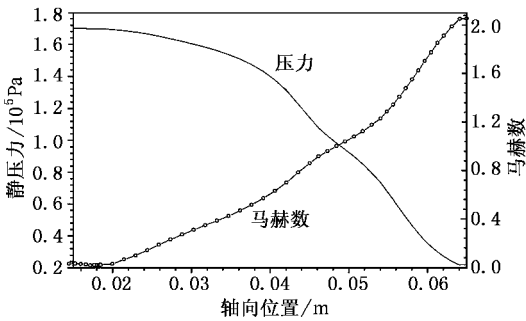


图 12 轴向压力和马赫数的变化

界的电流密度比阴极附近的电流密度小很多,因此阳极表面附近的电流密度分布单独示出,如图 8 所示.从图 8 可以看出,阳极表明电流密度最大的地方即为阳极斑点所在的位置,本计算得到阳极斑点的位置约在阴极下游 11mm 处,阳极斑点处的最大电流密度为阴极表面电流密度的 1/10—1/100.

图 9 至图 11 分别示出轴向速度、温度、压力以及马赫数的分布,从图可以看出沿  $z$  轴等离子体的速度逐渐增大,而压力却逐渐减小,这个变化趋势也可以从图 7 中看出.从这个变化可以明显看出汇集-扩展型等离子体炬可以分为三个明显的区域,即亚音速区、跨音速区和超音速区.这个特性与流体在一维喷管中的流动相似.等离子体温度沿  $z$  轴逐渐减小,这是由于沿  $z$  轴等离子体的加热效率减小,等离子体的能量通过对流扩散以及辐射作用而损失的缘故.

图 13 示出不同阴极表面温度对沿  $z$  轴的温度分布.从图 13 可以看出在温度边界条件变化不大

时,只是对阴极附近的等离子体温度影响较大,而在阴极下游较远处等离子体温度分布的影响很小,特别对出口处的等离子体温度几乎没有影响,此时计算所得弧电压仍然为 38V.因此我们认为阴极的温度分布对弧电压以及出口处的等离子体温度分布的影响是不敏感的.这可能是由于阳极和阴极表面区域很小,计算结果主要是由给定工作电流、所描述的控制方程以及计算区域四周的边界条件所决定的缘故.因此,在本计算中不考虑阴极及其鞘层的假定是合理的.

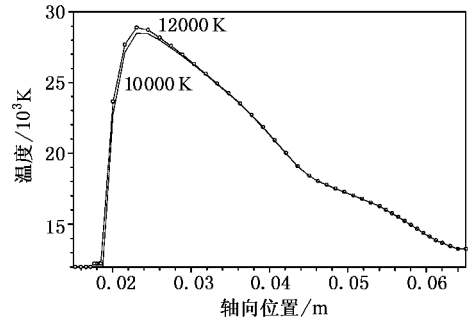


图 13 不同阴极表面温度对轴向温度分布的影响(阴极表面温度分别为 10000 和 12000K)

### 4. 总 结

本文利用 PHOENICS 程序对汇集-扩展型等离子体炬内的传热和流体流动特性进行了详细计算.结果表明这种汇集-扩展型阳极等离子体炬内的等离子体特性和普通阳极形状的等离子体特性有很大不同,等离子体炬内的等离子体特性可以明显分为三个区域:亚音速区、跨音速区和超音速区,在二维近似下,阳极边界的最大电流密度(阳极斑点处的电流密度)要比阴极电子发射区的电流密度小 1/10—1/100.此外,对于目前计算模拟中常用的两种阳极边界条件的比较表明,不同的阳极边界条件计算得到的出口处高温区的等离子体特性基本一致,而出口后的等离子体射流的特性恰恰是工业上广泛运用所关注的.对于阴极表面不同温度边界条件的计算结果表明等离子体的特性对于阴极及其鞘层的依赖关系是不敏感的,因此可以分开来单独讨论.

感谢中国工程物理奖学金以及三星奖学金的资助.感谢清华大学工程力学系陈熙教授提供等离子体运输数据和热力学数据,以及对本工作所给予的许多有益的帮助.

- [ 1 ] Diliwari A H *et al* 1993 *J. Appl. Phys.* **73** 4759
- [ 2 ] Diliwari A H *et al* 1987 *Plasma Chem. Plasma Process.* **7** 317
- [ 3 ] Pfender E *et al* 1991 *Plasma Chem. Plasma Process.* **11** 529
- [ 4 ] Scott D A *et al* 1989 *J. Appl. Phys.* **66** 5232
- [ 5 ] Westhoff R and Szekely J 1991 *J. Appl. Phys.* **70** 3455
- [ 6 ] Han P and Chen X 2001 *Plasma Chem. Plasma Process.* **21** 249
- [ 7 ] Deutsch M and Beniaminy I 1983 *J. Appl. Phys.* **54** 137
- [ 8 ] Chapman S and Cowling T G 1970 *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases* 3rd ed ( Cambridge : Cambridge University Press )
- [ 9 ] Cram L E 1983 *J. Phys. D : Appl. Phys.* **16** 1643
- [ 10 ] Jiu D Y *et al* 1997 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25** 840
- [ 11 ] Jodoin B *et al* 1998 *AIAA J.* **38** 578

## Numerical study of supersonic plasma torch \*

Yuan Xing-Qiu Li Hui Zhao Tai-Zhe Wang Fei Guo Wen-Kang Xu Ping

( Institute of Modern Physics , Fudan University , Shanghai 200433 , China )

( Received 14 November 2002 ; revised manuscript received 19 March 2003 )

### Abstract

The magnetic hydrodynamics ( MHD ) model which is used to describe the heat and fluid flow inside the plasma torch under atmosphere condition was presented. Numerical simulation of the plasma torch with convergence-divergence nozzle shape was carried out by using a two-dimensional mathematical model. Plasma temperature , velocity , pressure , Mach number contours , which describe the characteristic of heat and fluid flow inside the plasma torch , were obtained. Results show that the plasma field can be divided into three regions named subsonic region , transonic region , and the supersonic region .

**Keywords** : plasma torch , magnetic hydrodynamics , numerical simulation

**PACC** : 5225 , 5265 , 5270

\* Project supported by the " Zhonglu-Bohr " Fellowship.