

电磁波在径向非均匀球对称等离子体中的衰减

宋法伦 曹金祥[†] 王 舸

(中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230027)

(2003 年 4 月 25 日收到, 2003 年 6 月 23 日收到修改稿)

提出了一种计算任意入射角的电磁波在径向非均匀球对称等离子体中的传播和吸收的模型. 在此模型中, 把非均匀等离子体球分成若干个同心等离子体球壳, 并且假定每一个同心壳层内等离子体密度均匀分布. 采用几何光学近似方法, 考虑相位系数和衰减系数的矢量性, 分别研究了儿种典型的非均匀密度分布形式的等离子体在不同碰撞频率、中心等离子体密度和电磁波入射角条件下对入射电磁波的传播和衰减特性, 获得了一些有意义的结果.

关键词: 电磁波, 碰撞频率, 等离子体球, 能量衰减

PACC: 5225, 5235H, 5240D, 5265

1. 引 言

电磁波在等离子体中的传播与散射虽然是一个古老的课题^[1], 但是近几年来, 由于在电离层等离子体物理、等离子体诊断技术以及空间科学技术等领域广泛的应用前景, 特别是电磁波在弱电等离子体中的传播和吸收又重新引起人们的普遍关注, 许多人对此进行了深入的理论和实验研究^[2-9]. 我们知道, 通常人工弱电等离子体有平板形、圆柱形、球形或者是任意形状. 文献 [10, 11] 研究了电磁波在非均匀非磁化等离子体中的传播和衰减, 数值计算了电磁波衰减与电磁波频率、等离子体密度和电子中性粒子碰撞频率之间的关系. 文献 [12, 13] 分别采用几何光学近似和散射矩阵的方法研究了非均匀磁化等离子体对电磁波的吸收和散射. 上述工作只是讨论了电磁波在小尺度平板等离子体模型下传播与吸收的情况, 而对于电磁波在球形等离子体中特性的理论研究甚少. 文献 [14] 应用散射矩阵模型和阻抗边界条件两种方法只是研究了小尺寸 ($R = 5 \text{ cm}$) 非均匀球形等离子体对电磁波的散射, 数值计算了电磁波回波散射截面与电磁波频率、等离子体密度、电子中性粒子碰撞频率之间的关系. 且文献 [14] 中散射矩阵模型也只是给出了电磁波垂直入射面条件下的传输特性, 而阻抗边界条件方法具有特殊的条件限制. 本文利用几何光学近似的方法, 考虑相位系数和衰减系数的矢量性, 提出了一种计算任意入射

角的电磁波在非均匀球对称等离子体中传播的模型. 利用该模型, 作者在不同碰撞频率、中心等离子体密度及电磁波入射角的条件下, 数值计算了电磁波在大尺寸 ($R = 80 \text{ m}$) 径向非均匀球对称等离子体中的传输与衰减.

2. 算法模型

在本文的方法模型中, 我们假定处在低真空环境中的径向非均匀球对称等离子体, 其几何尺寸远大于入射电磁波波长, 且为稳态、弱电状态. 在此条件下, 我们将等离子体球分成多层不同半径的同心球壳, 每层内等离子体密度均匀分布, 但各个球壳之间等离子体密度不同. 从球心到球边界的等离子体密度呈梯度分布, 我们分别考虑三种不同的分布形式. 从球外入射到球心的电磁波, 在几何光学近似条件下, 我们认为电磁波在等离子体球中的传输相当于在多层介质球中的传输, 在每一层中只考虑一次反射, 忽略二次反射的影响, 其分层结构如图 1 所示.

在均匀弱电等离子体条件下, 粒子间的碰撞通常只考虑电子与中性粒子的碰撞, 忽略离子的运动, 则电子的运动方程可以写为

$$m_e \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} = -e\mathbf{E} - m_e \mathbf{v}_e \nu. \quad (1)$$

电磁波在等离子体中传播的方程为

[†] 通讯联系人. Tel: 0551-3603757, E-mail: jxcao@ustc.edu.cn

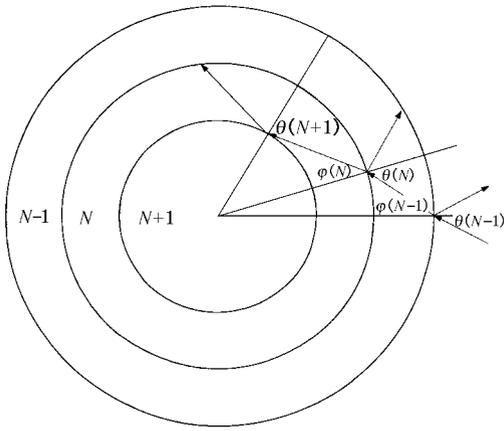


图 1 电磁波在径向非均匀球形分层等离子体中的传播

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{j} = -en_e \mathbf{v}_e$, μ_0 为真空中的磁导率.

电场 \mathbf{E} 可以写为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}). \quad (3)$$

由方程(1)(2)(3)可知,电磁波在等离子体中传播的色散关系为

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}} = \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu)} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

式中, ν 为电子与中性粒子的碰撞频率, ω 为入射电磁波的角频率, $\omega_p = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ 为等离子体频率, $\tilde{\epsilon}$ 为等离子体的复介电常数. 由于粒子间的碰撞效应,波数通常写成复数形式,

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_r - i\mathbf{k}_i, \quad (5)$$

式中, \mathbf{k}_r 为相位系数, \mathbf{k}_i 为衰减系数. 考虑到 \mathbf{k} 的矢量性,由(4)式无法确定 k_r 和 k_i 的值. 要确定 k_r 和 k_i 的值,必须要考虑到折射定律以及球内折射角和反射角的几何关系,由方程(4)(5)和球形介质的折射定律可以得到以下方程组:

$$k_r^2(N) - k_i^2(N) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2(N)}{\omega^2 + \nu^2} \right), \quad (6)$$

$$k_r(N)k_i(N) \cos \left[\sum_{m=1}^{N-1} \varphi(m) - \sum_{m=2}^{N-1} \alpha(m) \right] = \frac{1}{2c^2} \frac{\omega_p^2(N)\omega\nu}{\omega^2 + \nu^2}, \quad (7)$$

$$k_r(N)r(N-1)\sin \varphi(N-1) = \frac{\omega}{c} R_0 \sin \theta_0 \quad (8)$$

式中, θ_0 为入射角, $\varphi(N)$ 是电磁波在第 N 层球壳的折射角, R_0 为等离子体球半径, k_r, k_i 分别是 k_r 和 k_i 的模数. 在获得方程(7)的过程中,我们假定等

离子体是良导体, k_i 的方向始终沿电磁波正入射方向,即球半径的方向.

另外,考虑每一层的等离子体是均匀的,第 N 层的反射系数为^[12]

$$\begin{aligned} & \Gamma(\omega, r_{N+1}) \\ &= \frac{\tilde{\epsilon}(\omega, r_{N+1})}{\tilde{\epsilon}(\omega, r_N)} \cos \theta_i - \left(\frac{\tilde{\epsilon}(\omega, r_{N+1})}{\tilde{\epsilon}(\omega, r_N)} - \sin^2 \theta_N \right)^{1/2} \\ &= \frac{\tilde{\epsilon}(\omega, r_{N+1})}{\tilde{\epsilon}(\omega, r_N)} \cos \theta_i + \left(\frac{\tilde{\epsilon}(\omega, r_{N+1})}{\tilde{\epsilon}(\omega, r_N)} - \sin^2 \theta_N \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

第 N 层的传输系数为

$$F_N = e^{-2k_i \Delta r_N}. \quad (10)$$

在几何光学近似条件下,若不考虑电磁波相应的影响,电磁波的传输能量和反射能量是全相位空间的平均. 假定电磁波的吸收能量为 P_A , 并且对入射能量归一化,则有

$$P_A = 1 - P_R - P_T, \quad (11)$$

式中 P_R, P_T 分别是电磁波的反射能量和传输能量.

3. 数值计算结果与分析

数值计算中,取球半径 $R_0 = 80$ m,球被分为 2000 层,每一层的厚度为 4 cm. 考虑三种典型的密度分布形式,即线性分布 n_1 ,指数分布 n_{exp} , Epstein 分布 n_{Ep} ,如下式所示:

$$\begin{aligned} n_1 &= N_0 \left(1 - \frac{r(N)}{R_0} \right), \\ n_{\text{exp}} &= N_0 \exp \left(-5 \frac{r(N)}{R_0} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$n_{\text{Ep}} = N_0 \left(1 + \exp \left(\frac{r(N) - \frac{R_0}{2}}{\sigma} \right) \right)^{-1},$$

式中 N_0 为球形等离子体的中心密度, $r(N)$ 为第 N 层球壳的半径, R_0 为等离子体球的半径. σ 为表征 Epstein 分布非均匀性的特性参量,在本文中,我们取 $\sigma = R_0/10$.

在等离子体球中心密度 $N_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ 条件下,图 2(a)(b)(c) 分别给出了三种分布形式,对于不同的碰撞频率,电磁波在等离子体中的衰减与电磁波频率的关系. 由图 2 可以看出,三种密度分布形式下,衰减率的变化趋势基本相同,随着碰撞频率的增加,增值衰减率增大,有效吸收频带宽度变宽. 对于给定的密度分布形式,存在一个衰减最大的频率点,而且随着碰撞频率的变化,峰值衰减频率点不

变.由图 2 可知,指数分布的峰值衰减对应的频率在 1.80 GHz 附近,线性分布的峰值衰减对应的频率在 6.89 GHz 附近,Epstein 分布的峰值衰减对应的频率在 9.0 GHz 附近.显然,峰值衰减对应的频率点与密度分布形式有关.

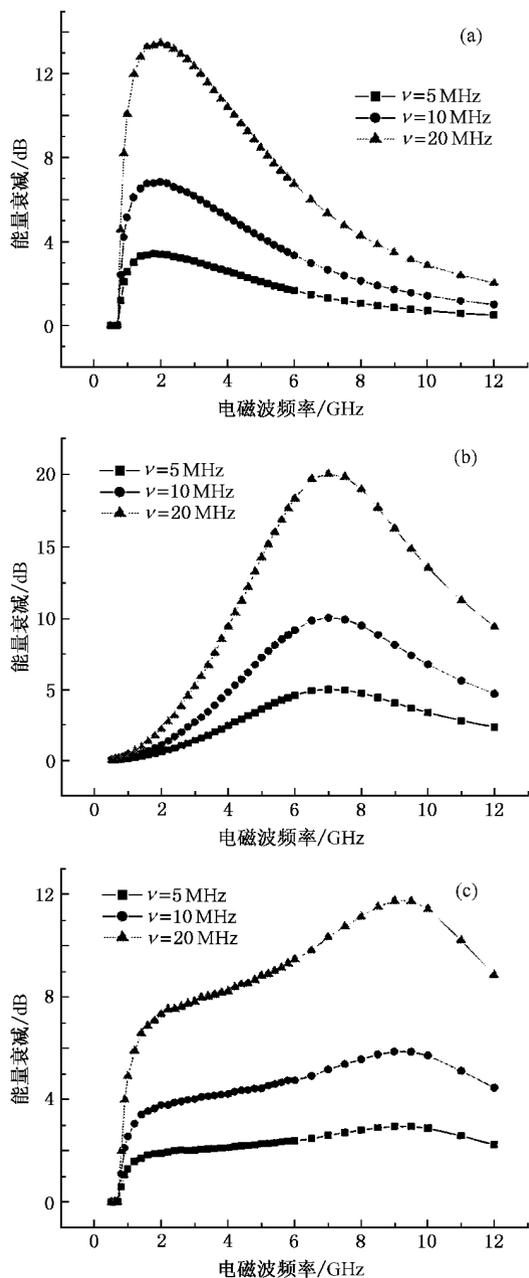


图 2 能量衰减随电磁波频率的变化关系(不同碰撞频率)(a)指数分布(b)线性分布(c)Epstein 分布. $N_0 = 1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $R_0 = 80 \text{ m}$, $\theta_0 = 10^\circ$

由图 2 还可以看出,有效吸收频带宽度与密度分布形式和碰撞频率有关,在 $\nu = 20 \text{ MHz}$, 衰减超过 10 dB 的频宽:指数分布 1—4.4 GHz, 线性分布

4—12 GHz, Epstein 分布 6—12 GHz. 除此之外,我们发现对于 Epstein 分布,在低频端电磁波达到相对大的衰减后又经历了一个缓慢变化区(2—9 GHz),在此区域电磁波在较宽的频带范围内保持较高的衰减.另外,通过数值计算我们还发现在改变参数 (N_0, ν, θ_0) 条件下这一缓慢变化区依然存在,在另外两种分布形式中没有发现这一特性.

在 $\nu = 10 \text{ MHz}$ 条件下,图 3(a)(b)(c) 分别给出了在指数分布、线性分布、Epstein 分布三种形式下,对于不同等离子体中心密度 $N_0 = 1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, 电磁波在等离子体中的衰减随电磁波频率的变化关系.由图 3 可以看出,三种分布形式下,衰减率随电磁波频率的变化趋势相似.随着等离子体中心密度 N_0 的增加,有效吸收频带宽度增加,衰减峰值向高频端移动,这与平板位形下的结论一致^[11,13].这是因为在密度分布轮廓不变的情况下,随着中心等离子体密度的增加而每一层的等离子体密度也随之增加,截止频率增大,因此入射电磁波的衰减峰值也向高频端移动.

当密度分布形式给定时,随着 N_0 的增加峰值衰减对应的频率点增大,但峰值衰减基本不变,这与平板位形下不同.我们认为,在这种分布形式下球形等离子体中折射和吸收的共同作用使得吸收和散射达到一种平衡,从而使最大衰减率基本不变.

图 4 是在 $f = 1 \text{ GHz}$, $N_0 = 1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$, 入射角 $\theta_0 = 10^\circ$ 的条件下给出的电磁波衰减率随碰撞频率的变化关系.由图 4 可以看出,随着碰撞频率的增加,电磁波衰减先增大后减小,存在一个最佳碰撞频率点,该处的衰减为最大.我们可以对(6)(7)式加以简化,得到简单的近似解释.

对于任意一层球壳,壳层内等离子体密度均匀,(6)(7)式可以写为

$$k_r^2 - k_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \right), \quad (13)$$

$$k_r k_i \cos \Phi = \frac{1}{2c^2} \frac{\omega_p^2 \omega \nu}{\omega^2 + \nu^2}. \quad (14)$$

当电子与中性粒子碰撞频率很高时,即 $\nu \gg \omega_p, \omega$, 则方程(13)(14)可以简化为

$$k_r^2 - k_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (15)$$

$$k_r k_i \cos \Phi = \frac{1}{2c^2} \frac{\omega_p^2 \omega}{\nu}. \quad (16)$$

由(15)(16)式可以近似得到

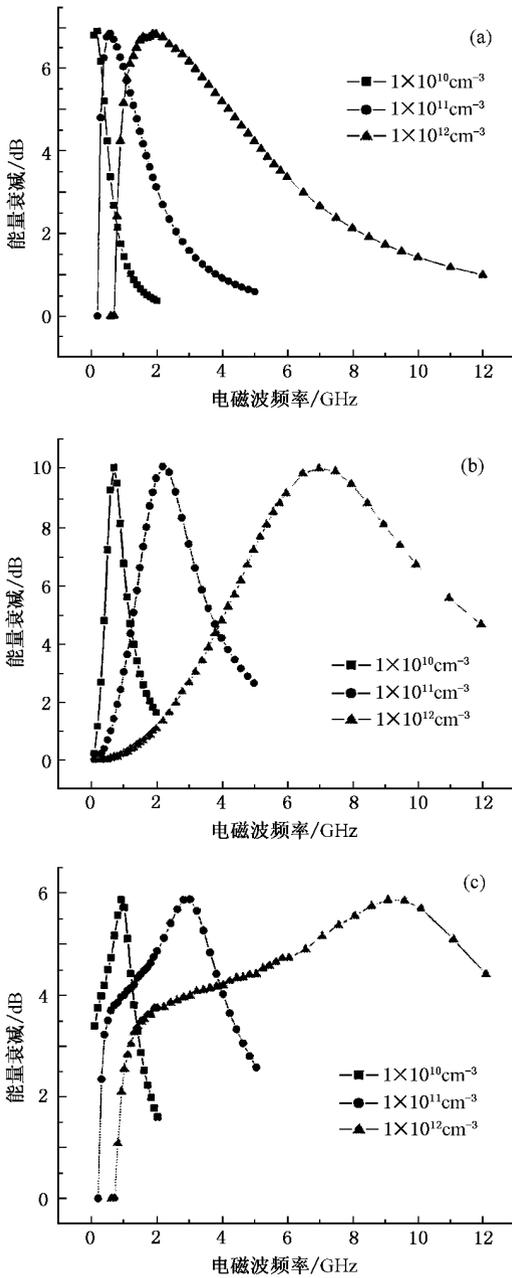


图3 能量衰减随电磁波频率的变化关系(不同中心密度) (a) 指数分布 (b) 线性分布 (c) Epstein 分布. $\nu = 10 \text{ MHz}$, $R_0 = 80 \text{ m}$, $\theta_0 = 10^\circ$

$$k_r \approx \frac{\omega}{c}, \quad (17)$$

$$k_i \approx \frac{\omega_p^2}{2c\nu \cos \Phi}. \quad (18)$$

由(17)(18)式可知,当碰撞频率很高时,传输系数 k_r 与碰撞频率无关,而衰减系数 k_i 与碰撞频率成反比,碰撞频率越高,衰减越小.

当电子与中性粒子的碰撞频率很低时, $\nu \leq \omega_p$, ω ,

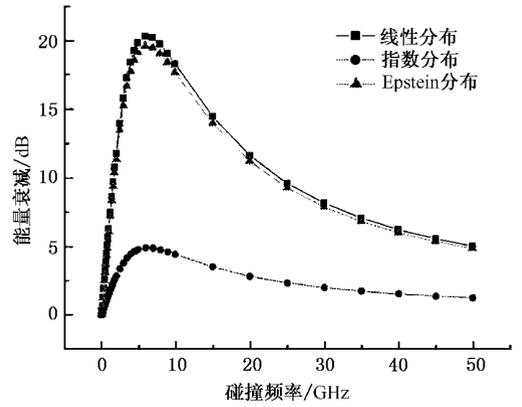


图4 能量衰减随碰撞频率的变化关系 $\theta_0 = 10^\circ$, $f = 1 \text{ GHz}$, $N_0 = 1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $R_0 = 80 \text{ m}$

方程(13)(14)可以化简为

$$k_r^2 - k_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (19)$$

$$k_r k_i \cos \Phi = \frac{\omega_p^2 \nu}{2c^2 \omega}. \quad (20)$$

当 $\omega > \omega_p$ 时,由(19)(20)式可以近似得到

$$k_r \approx \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}, \quad (21)$$

$$k_i \approx \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} \frac{\omega_p^2}{2c\omega(\omega^2 - \omega_p^2)\cos \Phi} \nu. \quad (22)$$

此时,传输系数 k_r 与碰撞频率无关,衰减系数 k_i 与碰撞频率成正比,随着碰撞频率的增加,衰减变大.当 $\omega < \omega_p$ 时,

$$k_r \approx \sqrt{\omega_p^2 - \omega^2} \frac{\omega_p^2}{2c\omega(\omega_p^2 - \omega^2)\cos \Phi} \nu, \quad (23)$$

$$k_i \approx \frac{1}{c} \sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}. \quad (24)$$

当等离子体频率大于入射电磁波频率时,电磁波在等离子体中的衰减主要由于截止而不是由于碰撞效应.

由以上讨论可知,在低碰撞频率区域,衰减系数与碰撞频率成正比,而在高碰撞频率区域,衰减系数与碰撞频率成反比,因此可以判断存在一个最佳碰撞频率点使衰减最大.这与上述数值计算得到的结果是一致的.

在 $f = 1 \text{ GHz}$, $\nu = 10 \text{ MHz}$, $\theta = 10^\circ$ 的条件下,图5给出了三种等离子体密度分布形式下电磁波能量衰减随中心等离子体密度的变化关系.由图5可以看出,不同的分布形式在给定的条件下并不是等离子体的密度越高电磁波的能量衰减越大,而是不同分

布形式的衰减极大值对应一个最佳中心等离子体密度.这是因为在等离子体密度很大时, $\omega < \omega_p$, 由(24)式可知,此时电磁波的衰减主要是来自于截止层附近,反射增加吸收减小.

图 6 在 $f = 1\text{GHz}$, $N_0 = 1 \times 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $\nu = 10\text{MHz}$

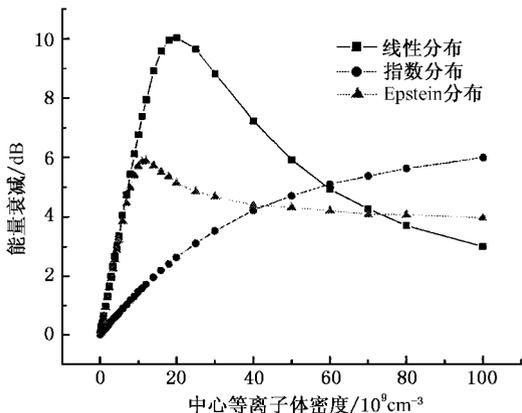


图 5 能量衰减随中心等离子体密度的变化关系 $\theta_0 = 10^\circ$, $f = 1\text{GHz}$, $\nu = 10\text{MHz}$, $R = 80\text{m}$

的条件下给出了三种密度分布形式下电磁波能量衰减随电磁波入射角的变化关系.随着入射角的增加,能量衰减逐渐减小.结合图 1 可以看出,随着入射角的增加,电磁波在等离子体中经过的路径减小,很快偏离等离子体区域,因而衰减减小.

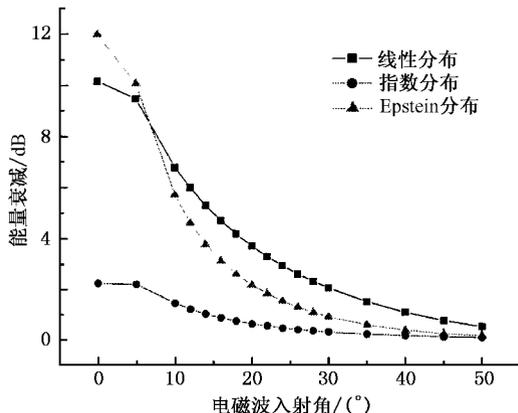


图 6 能量衰减随电磁波入射角的变化关系 $f = 1\text{GHz}$, $N_0 = 1 \times 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $\nu = 10\text{MHz}$, $R = 80\text{m}$

4. 结 论

本文提出了一种计算电磁波在径向非均匀球对称等离子体中的吸收和传播的模型.利用该模型可以对任意入射角的电磁波在大尺寸弱电离等离子体中的传播进行研究.在给定的几种典型非均匀等离子体密度分布形式下,数值计算了电磁波衰减与碰撞频率、中心等离子体密度以及电磁波入射角之间的关系.结果表明:在给定的密度分布形式下,存在一个最佳碰撞频率使衰减最大;对于给定的入射电

磁波频率,最佳衰减值对应一个最佳中心等离子体密度. Epstein 分布形式的等离子体存在一个对电磁波具有相对较高衰减的缓变区.在给定的条件下,选择合适的密度分布形式、中心等离子体密度、碰撞频率可以使等离子体对电磁波的吸收达到最佳的效果.开展电磁波在大尺度弱电离等离子体中传播特性的研究,对于雷达通讯和大气层物理的研究具有很好的参考价值.

感谢陈银华教授对本工作的指教和有益讨论.

[1] Ginzburg V L 1978 *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma* (Beijing: Science Press) [in Chinese] 金兹堡 V L 1978 电磁波在等离子体中的传播 (中译本) (北京: 科学出版社)

[2] Vidamar R J 1990 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **18** 733

[3] Santoru J et al 1990 *Phys. Soc.* **35** 2067

[4] Lontano M et al 1992 *J. Plas. Phys.* **48** 209

[5] Li J F et al 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 691

[6] Destler W W et al 1991 *J. Appl. Phys.* **69** 6313

[7] Laroussi M et al 1993 *Int. J. Inf. MM Waves* **14** 1601

[8] Wang L 1985 *Prog. Phys.* **5** 101 [in Chinese] 王 龙 1985 物理

学进展 **5** 101]

[9] Li J F et al 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1542 [in Chinese] 李俊峰等 2002 物理学报 **51** 1542]

[10] Liu M H et al 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1317 [in Chinese] 刘明海等 2002 物理学报 **51** 1317]

[11] Wang G et al 2001 *Nuclear Fusion and Plasma Physics* **21** 160 [in Chinese] 王 翱等 2001 核聚变与等离子体物理 **21** 160]

[12] Laroussi M et al 1993 *IEEE. Trans. Plas. Sci.* **2** 366

[13] Hu B J et al 1999 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **27** 1131

[14] Helaly A et al 1997 *Can. J. Phys.* **75** 919

The attenuation of electromagnetic waves by inhomogeneous spherically symmetric plasma

Song Fa-Lun Cao Jin-Xiang Wang Ge

(*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*)

(Received 25 April 2003 ; revised manuscript received 23 June 2003)

Abstract

A simulation model has been developed to calculate the transmission and absorption of electromagnetic waves by inhomogeneous spherically symmetric plasma. In this model, the nonuniform sphere is modeled by numbers of concentric spherical shells, and each has a fixed electron density. Using the geometrical optics approximation and considering that the phase coefficient and attenuation coefficient are vectors, we have studied the property of absorption and transmission of electromagnetic waves by inhomogeneous spherically symmetric plasma for different collision frequency, central plasma density and frequency of electromagnetic waves for three typical density distribution profiles. Some useful results are obtained.

Keywords : electromagnetic waves , collision frequency , plasma sphere , energy attenuation

PACC : 5225 , 5235H , 5240D , 5265