

二维相对论运动等离子体的介电率张量*

唐昌建¹⁾ 宫玉彬²⁾ 杨玉芷¹⁾

¹⁾ 四川大学物理科学与技术学院, 成都 610065)

²⁾ 电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2003 年 3 月 7 日收到, 2003 年 7 月 4 日收到修改稿)

定义了相对论性运动等离子体的物理模型. 利用荷流体的微扰理论, 研究了该系统二维扰动现象及背景离子下的束-波相互作用问题, 导出了该系统的介电率张量. 研究表明, 相对论运动等离子体系统属复杂的色散荷流体介质并呈复杂的空间电磁不均匀性. 数值模拟计算给出了相对论运动等离子体系统的介电率对波频率、电子能量以及空间坐标的响应.

关键词: 等离子体, 荷流体, 介质, 电磁理论

PACC: 5260, 5240D, 4110H

1. 引言

相对论电子束在等离子体中的传播过程中, 束、等离子体、波三体相互作用的物理机理问题, 是一些重要研究领域十分关注的课题^[1-8]. 当电子束通过等离子体空间时, 如果满足一定条件, 束流将推开等离子体电子, 在其传播的轨道柱上留下一相对静态的离子群, 被称为离子通道^[2]. 离子通道空间电荷场对束流聚焦 (IFR) 的机理, 已成功应用到离子加速器和相对论电子束受激辐射的研究工作中, 如离子通道激光 (ICL)^[9] 和离子通道电子回旋脉塞 (ICECM)^[10-12] 等. 另一方面, 在用于军事雷达中的真空电子微波管稳频和锁相的研究中发现, 器件微波输出的频率漂移主要是由于器件中真空度不高时, 电子束对气体的电离作用构成的离子通道而引起的离子噪声干扰^[13]. 因此, 对离子-束系统的电磁特性研究已成为 IFR 理论的一个重要的研究内容.

对离子-束系统的研究, 其核心内容是束、等离子体、波的三体相互作用问题, 也包括系统的光学色散特性以及电磁波的传播及能量分布规律. 本文试图将离子-束系统作为特殊的电磁介质, 研究该系统对传播电磁波的响应, 并以媒质的介电率张量这一宏观物理量来描述介质内束、等离子体、波相互作用的微

观过程与反映系统的电磁学特性. 本文的研究目的在于为电真空微波器件的离子噪声干扰或离子激光器件^[14]的研究工作提供与实际离子-束系统更接近的理论研究环境, 也为激光等离子体加热以及由于天体等离子体电磁不稳定性而引起的空间环境干扰等方面的研究提供一条新的研究线索.

2. 相对论运动等离子体模型

在问题的讨论之前, 首先对相对论运动等离子体给出明确的物理概念和定义. 一相对论电子束入射无约束磁场的等离子体空间, 设电子束的相对论因子为 γ , 密度为 n_b , 运动速度为 $\mathbf{v} = v_0 \mathbf{e}_z$, 其中 \mathbf{e}_z 是 z 方向单位矢量. 入射前等离子体的密度为 n_p . 如果满足

$$n_b > n_p, \quad (1)$$

则电子束内的等离子体电子将被排斥出去. 在电子束的轨道柱中, 原呈中性的等离子体则留下相对不动的背景离子群, 这就是离子通道, 如图 1 所示. 若仅考虑电子束在 x 方向为有限厚度, y 方向的通道效应可略 (即二维问题) 则电子束单独存在时, 由于自身的荷电场与运动所产生的磁场作用, 束流电子将感受到

* 霍英东青年教师基金 (批准号: 81007) 和国家自然科学基金 (批准号: 30276011) 资助的课题.

† Tel: 028-85460657, E-mail: 542160287@sina.com.cn

$$F_b = \frac{e^2 n_b x}{\epsilon_0 \gamma^2} e_x \quad (2)$$

的电磁力。(2)式中, e 和 ϵ_0 分别是电子电量绝对值和真空中介电常数, e_x 是 x 方向单位矢量. 当考虑离子通道效应时, 离子电荷对束流电子的力场为

$$F_i = -\frac{e^2 n_p x}{\epsilon_0} e_x. \quad (3)$$

在问题的研究中, 如果系统满足

$$|F_i| \gg |F_b|, \quad (4)$$

则电子束将在 x 方向上产生振荡而形成摇摆的束流沿 z 方向传播, 如图 1 中的虚线所示. 综合考虑 (1) 和 (4) 式, 得到

$$n_p \gamma^2 \gg n_b > n_p. \quad (5)$$

这里, 满足 (5) 式的离子-束系统定义为相对论运动等离子体.

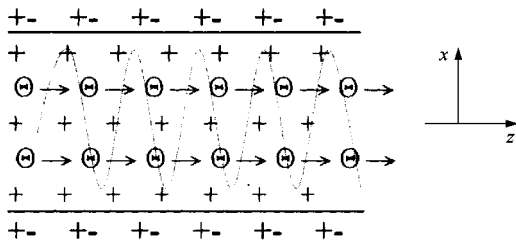


图 1 相对论电子束入射等离子体空间形成离子通道 图中 + 表示离子, - 表示等离子体电子, ⊖ 表示束电子

3. 运动等离子体的微扰动

定性地讲, 当相对论电子束在离子通道内传播过程中, 电子束密度在纵向上的微小变化将激发系统产生等离子体波^[15], 而等离子体波又反作用于电子束, 使电子束的电荷密度扰动被调制而逐渐增强, 形成纵向的电流密度扰动. 另一方面, 离子荷场的作用使电子束沿 x 方向振荡, 被扰动的电子束密度叠加在这一振荡上又产生 x 方向电流密度的扰动量. 这些微扰动的存在使运动等离子体成为一种特殊的电磁介质. 本节将研究这一微扰动效应并揭示这一微观机理对系统介电率张量的影响. 研究中假定:

(1) 设 n_i 为离子密度, 且满足 $\frac{\partial n_i}{\partial t} = 0, \nabla n_i = 0$. (2) 电子束的横截面尺寸远大于场及各变量沿 z 方向上变化的波长, 边缘效应可略. (3) 电子的扰动速率 \tilde{v} 对电子的相对论因子 γ 的影响不大, 即 $\frac{\tilde{v}}{c} \ll 1$. (4) 由电子束热运动引起的电荷密度、速度和电流密度的

离散量很小且可略.

如图 1 坐标系, 电子束在离子电荷力场作用下产生的 Betatron 振荡速度为

$$v_x = ja\omega_0 e^{j\omega_0 t} e_x, \quad (6)$$

式中 a 为束电子入射时的初始 x 坐标, $\omega_0 = \frac{\omega_p}{\gamma^{1/2}}$ 是电子的 Betatron 振荡频率, ω_p 是等离子体频率, 即 $\omega_p = \left(\frac{e^2 n_i}{m_0 \epsilon_0}\right)^{1/2}$, m_0 是电子的静止质量. 设纵向等离子体波为^[15]

$$E_z = E_{zm} e^{(\omega t - k_z z)}, \quad (7)$$

束电子在上述电场中运动满足的相对论动力学方程

$$\frac{d(\gamma m_0 v_z)}{dt} = -eE_z. \quad (8)$$

设电子束的电荷密度 ρ 、纵向速度 v_z 和电流密度 J_z 分别满足微扰理论的基本方程

$$\chi = \chi_0 + \chi_{1z} e^{(\omega t - k_z z)}, \quad (9)$$

式中 χ_0 为未扰量, χ_{1z} 为纵向微扰量幅值且满足 $\chi_{1z} \ll \chi_0$. 考虑到

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (10)$$

将 v_z 满足的 (9) 式关系代入上式并略去二阶微小量成为

$$\frac{dv_z}{dt} = j(\omega - k_z v_0) v_{1z} e^{(\omega t - k_z z)}. \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (8) 式, 解出

$$v_{1z} = j \frac{e}{\gamma m_0} \frac{E_{zm}}{(\omega - k_z v_0)}. \quad (12)$$

利用连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (13)$$

可得扰动电荷密度与扰动电流密度幅值的关系为

$$\rho_{1z} = \frac{k_z}{\omega} J_{1z}. \quad (14)$$

因为

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}. \quad (15)$$

将满足 (9) 式所表示的电荷密度和电子速度代入 (15) 式得纵向电流密度的一阶扰动量为

$$J_{1z} = -\rho_0 v_{1z} + \rho_{1z} v_0. \quad (16)$$

由 (12) 和 (14) 式 (16) 式可写为

$$J_{1z} = -j\omega\epsilon_0 \frac{\omega_0^2}{(\omega - k_z v_0)^2} E_{zm} e^{(\omega t - k_z z)}. \quad (17)$$

同理可得电荷密度的扰动量为

$$\rho_{1z} = -jk_z \epsilon_0 \frac{\omega_0^2}{(\omega - k_z v_0)^2} E_{zm} e^{(\omega t - k_z z)}. \quad (18)$$

纵向电荷密度的扰动将引起 x 方向的电流密度扰动. 考虑到 $J_{1x} = v_x \rho_{1z}$ (二阶微小量已略), 由(6)和(18)式得到

$$J_{1x} = k_x \epsilon_0 \frac{a \omega_0^3}{(\omega - k_x v_0)^2} E_{zm} e^{i(\omega_0 + \omega)t - k_x z}. \quad (19)$$

这是离子空间电荷场与等离子体波共同作用于电子束, 使电子束在 x 方向产生的电流密度扰动量. 这一共同波场的作用可等效为 x 方向上的某一交变电场作用引起. 此交变电场与等离子体波同频, 其幅值与束电子入射时的初始 x 坐标 a 有关并受 z 坐标的调制. 这样, 考虑电磁波的频域问题(19)式可重写为

$$J_{1x} = j \omega \epsilon_0 \frac{k_x a \omega_0^3}{(\omega - k_x v_0)^2 \omega} \sin(k_0 z) E_{xm} e^{i(\omega t - k_x z)}, \quad (20)$$

式中 $k_0 = \frac{\omega_0}{v_0}$ 称为等效电场幅值的纵向调制波数.

4. 运动等离子体的二阶介电率张量及讨论

运动等离子体内的微扰动效应可以等效为各向异性媒质. 频域问题的 Maxwell 方程

$$\nabla \times \mathbf{H} = j \omega \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{J}. \quad (21)$$

将(17)(20)式一起代入(21)式, 成为

$$\nabla \times \mathbf{H} = j \omega \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{E}, \quad (22)$$

式中

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

定义为运动等离子体的二阶介电张量系数, 其元素分别为

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 \left[1 + k_x \frac{a \omega_0^3 \sin(k_0 z)}{\omega (\omega - k_x v_0)^2} \right], \quad (24)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_0, \quad (25)$$

$$\epsilon_3 = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega - k_x v_0)^2} \right]. \quad (26)$$

介电率张量反映了运动等离子体的微观扰动作用及其对电磁波的响应特征. 根据(23)式, 因为 $\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \epsilon_3$, 所以相对论运动等离子体系统在一般情况下属于双轴、互易、各向异性媒质. 由(24)和(26)式, 可以分析运动等离子体系统的色散特性. 整理(26)式得到

$$\bar{\omega}^2 \chi (1 - \bar{\epsilon}_3^{1/2} \beta) (1 - \bar{\epsilon}_3) - 1 = 0, \quad (27)$$

式中 $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, $\beta = \frac{v_0}{c}$, c 为真空中的光速

$\bar{\epsilon}_3 = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_0}$. 对(27)式的数值计算如图2所示. 根据图2可以作如下分析:

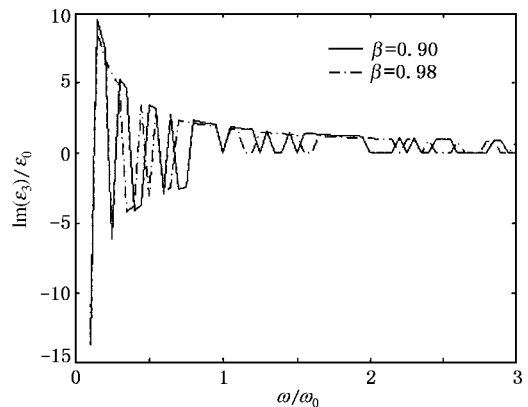
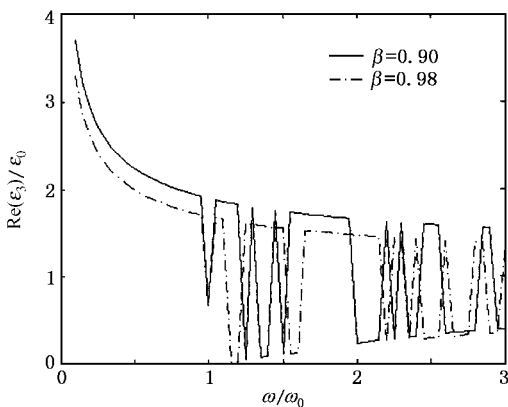


图2 在不同束电子能量 β 时, 复介电率 ϵ_3 的色散关系

(1) 当电磁波频率 ω 小于系统电子的 Betatron 振荡频率, 即 $\omega < \omega_0$ 的区域, 系统的 ϵ_{3r} 呈下降趋势, 而 ϵ_{3i} 呈较大幅度的摆动, 反映出系统对电子束能量具有吞吐效应, 对传播电磁波的吸收与散射作用交替出现.

(2) 当 $\omega > \omega_0$ 以后, 系统 ϵ_{3r} 呈较大幅度的摆动, 而 ϵ_{3i} 趋于稳定, 反映出系统对传播电磁波的相位有较大的影响, 但系统内束-波能量交换较小.

(3) 当 $\omega \gg \omega_0$ 时, ϵ_{3r} 趋于稳定, 而 ϵ_{3i} 趋于零, 揭示出系统对电磁波有稳定的传播作用.

(4)束电子能量对复介电率的色散关系有明显影响.对于电子能量较大的离子-束系统,介电率实部的色散曲线向下、向右偏移,反映出该系统的自激频率以及传播电磁波的相速将分别增加.

整理(24)式得到

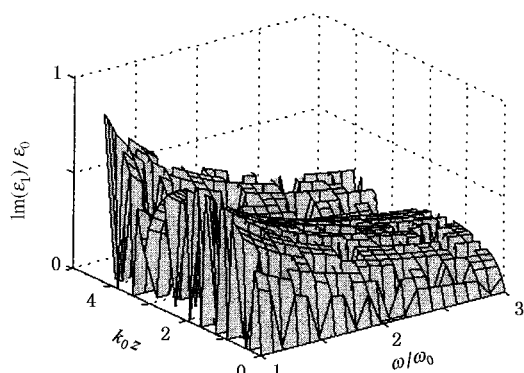
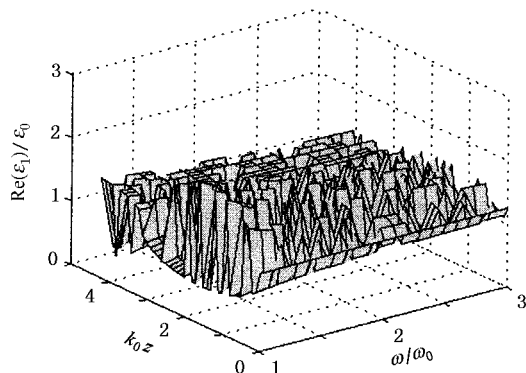


图3 复介电率 ϵ_1 的三维空间色散关系($\bar{k}_x = 1$)

如果系统加有无穷大纵向磁场或者通道效应不明显(4)式不满足),电子束将不可能沿 x 方向振荡,则 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_0$,这时系统变成单轴光学介质.

若电子的纵向直流速度为零, $v_0 = 0$,属于非运动等离子体,电子束可沿任意方向运动,成为各向同性介质,系统的介电系数为

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right]. \quad (29)$$

显然,当电磁波的频率 $\omega < \omega_p$,则 $\epsilon < 0$,等离子体中没有电磁波传播.这与目前讨论的运动等离子体系统的情况完全不同,该系统呈更复杂的电磁学特性.

$$\bar{\omega}^3 \gamma^{3/2} (1 - \bar{\epsilon}_1^{1/2} \beta) (1 - \bar{\epsilon}_1) - \bar{k}_x \sin k_0 z = 0, \quad (28)$$

式中 $\bar{k}_x = k_x a$.对(28)式的数值计算如图3所示.图3表明,电磁波的色散关系受 z 坐标的调制, $\bar{\epsilon}_1$ 的虚部、实部分别呈现出复杂的空间不均匀性.

电磁波在介质中的传播实际上是波场与物质互作用的过程,这种互作用的结果表现为媒质的色散与吸收.本文根据定义的运动等离子体,研究了离子-束系统的自扰动,导出了能表征介质色散与吸收特性的介电率张量.结果表明,运动等离子体的介电率张量与静态等离子体和磁化等离子体具有完全不同的形式,色散与吸收关系也不尽相同,表现出一种与空间相关的更复杂情形.诚然,目前对运动等离子体的基本电磁特性研究和认识还仅仅是初步的,更深层次的一些问题,如三维扰动问题、边界问题以及荷粒子碰撞对系统带来的电磁影响等问题尚需进一步加以研究.

- [1] Caporaso G J 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 13
- [2] Whittum D H, Sessler A M et al 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2511
- [3] Carmel Y 1992 *Phys. Fluids B* **4** 2286
- [4] Tang C J, Liu P K, Liu S G et al 1996 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29** 90
- [5] Liu S G, Barker R J 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 2153
- [6] Liu S G, Barker R J et al 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 1016
- [7] Du C G, Zeng G H, Xu Z Z et al 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 86 (in Chinese) [杜春光、曾贵华、徐至展等 1999 物理学报 **48** 86]
- [8] Du C G, Xu Z Z et al 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 78 (in Chinese) [杜春光、徐至展等 1999 物理学报 **48** 78]
- [9] Chen K R, Katsouleas C, Dawson J M et al 1990 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **18** 837
- [10] Tang C J, Liu P K, Liu S G 1995 *Journal of Infrared and Millimeter Waves* **14** 407 (in Chinese) [唐昌建、刘濮鲲、刘盛纲 1995 红外与毫米波学报 **14** 407]
- [11] Liu P K, Xiong C D, Liu S G et al 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 892 (in Chinese) [刘濮鲲、熊彩东、刘盛纲等 1997 物理学报 **46** 892]
- [12] Tang C J, Qian S J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1256 (in Chinese) [唐昌建、钱尚介 2002 物理学报 **51** 1256]
- [13] Manhenmer W M 1999 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **27** 1146
- [14] Zeng G H, Zhu H W, Xu Z Z et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1946 (in Chinese) [曾贵华、诸鸿文、徐至展等 2001 物理学报 **50** 1946]

[15] Tang C J ,Gong Y B ,Qian S J *et al* 2003 *High Power Laser and Particle Beams* **15** 262 (in Chinese) 唐昌建、宫玉彬、钱尚介等

2003 强激光与粒子束 **15** 262]

Dielectric tensor of 2D relativistic motional plasma^{*}

Tang Chang-Jian¹⁾ Gong Yu-Bin²⁾ Yang Yu-Zhi¹⁾

¹⁾ College of Physical Science and Technology , Sichuan University , Chengdu 610065 ,China)

²⁾ College of Physical Electronics , University of Electronics Science and Technology of China , Chengdu 610054 ,China)

(Received 7 March 2003 ; revised manuscript received 4 July 2003)

Abstract

The relativistic motional plasma model is proposed and defined. Using the charge fluid perturbation theory , the two-dimensional(2D) self-disturbance of the system and the phenomenon of beam-wave interaction are studied. From this , the dielectric tensor of 2D relativistic motional plasma is given. We found that the relativistic motional plasma is an electromagnetic dielectric with a complex dispersion relation , and it displays a non-uniform complex electromagnetic space. In this paper , the response of relativistic motional plasma to the wave frequency is obtained by the numerical computation.

Keywords : plasma , charge fluid , dielectric , electromagnetic theory

PACC : 5260 , 5240D , 4110H

* Project supported by the Fok Ying Tung Educational Foundation , China (Grant No.81007)and the National Natural Science Foundation of China (Grant No.10276011).