

强激光束在等离子体通道中传输的变分法研究^{*}

刘明伟^{1)B)} 郭 弘^{1)B)†} 邓冬梅¹⁾ 张 宇³⁾ 陈徐宗³⁾

¹⁾ 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

²⁾ 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

³⁾ 北京大学信息科学技术学院量子信息与测量教育部重点实验室, 北京 100871)

(2003 年 4 月 1 日收到, 2003 年 8 月 1 日收到修改稿)

给出了低密度等离子体中包含高阶相对论效应的激光场传输方程. 用变分法研究了强激光束在等离子体通道中传输时包括真空衍射、等离子体通道和低阶与高阶相对论效应对传输的影响. 在傍轴近似下, 激光束宽依然有“势阱”方程. 当激光强度较大时, 高阶相对论效应变得重要: 它一方面减小激光束宽的振荡幅度, 另一方面又加快激光束宽的振荡速度. 当激光功率大于(等于)相对论临界功率时, 高阶相对论效应避免了激光强度随传输距离出现无穷大的奇异性. 同时, 给出了考虑高阶相对论效应后激光束宽平衡解的存在条件.

关键词: 变分法, 等离子体通道, 高阶相对论

PACC: 5225, 5260, 5230

1. 引 言

强激光在等离子体通道中的传输与许多重要的应用密切相关, 如惯性约束核聚变中的快点火机制^[1,2], 激光等离子体电子加速^[3], α 射线激光^[4], 谐波的产生^[5]等. 这些应用要求激光在等离子体中能够稳定传输几个甚至几十个 Rayleigh 距离. 在没有相对论、等离子体通道等导引机制时, 由于衍射效应, 激光在等离子体中传输一个 Rayleigh 距离后就会发散. 同时, 各种激光等离子体相互作用不稳定性^[6-8]也影响激光的稳定传输. 而对于超短脉冲激光, 有限脉冲长度效应和群速度色散效应对激光在等离子体中传输的影响也会很大^[8-10].

对强激光在等离子体中的传输行为, 在非强相对论激光强度情况下, 如当归一化的矢势 $|a| < 1$ ($|a| = 0.85 \times 10^{-9} \lambda_0 (\mu\text{m}) I^{1/2} (\text{W}/\text{cm}^2)$, I 是激光强度, λ_0 是激光中心波长)时, 可以对相对论因子做级数展开^[8-10], 从解析理论上加以研究. 这满足当前大多数的物理实验范围, 比如中心波长 $\lambda_0 = 800\text{nm}$ 的

激光, $|a| = 0.6$ 时, 对应于激光强度 $I \approx 8 \times 10^{17} \text{W}/\text{cm}^2$, 而此时等离子体电子的振荡速度约为 $0.5c$ (c 是真空光速). 但是, 在此激光强度范围内, 通常只考虑了低阶相对论效应^[8-10]. 这使得在傍轴近似下, 如果考虑激光束在等离子体通道中的传输, 当激光功率大于或等于相对论自聚焦临界功率

$$P_c = 2\alpha (m_0 c^2 / e) (\omega_0 / \omega_p) [\text{GW}] \cong 17.4 (\lambda_p / \lambda_0) [\text{GW}]$$
(λ_p 是等离子体波长)时, 将会出现激光束宽为零, 同时激光强度为无穷大的奇异性. 本文将采用变分法研究考虑高阶相对论效应以后相对论强度激光束在等离子体通道中的传输特征.

2. 传输方程及变分法分析

在相对论冷等离子体近似下, 不考虑离子运动, 我们利用单流体模型和 Maxwell 方程组来研究强激光束在低密度等离子体通道中的传输. 在 Coulomb 规范下, $\nabla \cdot \mathbf{a} = 0$, 归一化矢势 \mathbf{a} 和标势 ϕ 满足的波动方程、电子流连续性方程和相对论性电子运动方程分别如下:

^{*} 国家自然科学基金重点项目(批准号: 69789801), 国家高技术惯性约束聚变主题、霍英东基金(批准号: 71058), 广东省团队项目(批准号: 20003061), 国家教育部骨干教师基金资助的课题.

[†] E-mail: hguo@ele.pku.edu.cn; 电话: 010-62757035.

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{a} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \phi + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{n_e}{n_0} \mathbf{V}_e, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\delta n}{n_0}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} n_e + \nabla \cdot (n_e \mathbf{V}_e) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{p} - \mathbf{a}) = \nabla(\phi - \gamma), \quad (4)$$

其中 $n_e = n_{e0} + \delta n$ 是等离子体电子密度, n_{e0} 是通道中初始的(未加激光场)等离子体电子密度分布, δn 是与等离子体尾波场有关的等离子体电子密度扰动, $\omega_p = (4\pi n_0 e^2 / m_0)^{1/2}$ 是轴上($r=0$)初始等离子体振荡频率, n_0 是轴上等离子体电子初始密度, m_0 是电子静止质量, e 是电子电量. 我们已经假设初始的等离子体密度通道为 $n_{e0} = n_0(1 + r^2/r_{ch}^2)r = \sqrt{x^2 + y^2}/r_{ch}$ 是等离子体通道宽度, \mathbf{V}_e 是归一化的等离子体电子速度, $\mathbf{p} = \gamma \mathbf{V}_e$ 是归一化的电子动量, $\gamma = (1 + |\mathbf{p}|^2)^{1/2}$ 是相对论因子. 归一化方式分别为 $e\mathbf{a}/mc^2 \rightarrow \mathbf{a}$, $e\phi/mc^2 \rightarrow \phi$, $\mathbf{V}_e/c \rightarrow \mathbf{p}/m_0c \rightarrow \mathbf{p}$.

在归一化矢势 $|\mathbf{a}| < 1$ 的弱相对论情形下, 由方程(1)–(4), 可以得到激光场在等离子体通道的传输方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{a} = \frac{\omega_p^2}{\gamma c^2} \left(1 + \frac{r^2}{r_{ch}^2} + \frac{\delta n}{n_0}\right) \mathbf{a} \quad (5)$$

和等离子体电子密度扰动方程^[8,10]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega_p^2\right) \frac{\delta n}{n_0} = c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{|\mathbf{a}|^2}{2}. \quad (6)$$

为简单起见, 在上面等离子体电子密度扰动方程中只保留至 $|\mathbf{a}|^2$. Poisson 方程(2)和电子密度扰动方程(6)描述了激光场作用下等离子体中尾波场的变化. 从方程(5)和方程(6)可以看出, 当 $|\mathbf{a}| \ll 1$ 时(在激光传输方程(5)中保留至 $|\mathbf{a}|^3$), 在激光束的初始束宽 $r_0 \gg L$ (r_0 是激光的初始束宽, $L = cT_0$ 是激光的脉冲长度, T_0 是激光的初始脉冲宽度)的极限下:

1) 当 $L \ll \lambda_p$ 时, 相对论效应与等离子体尾波场效应相互抵消, Raman 与调制不稳定性相互消除, 即弱相对论近似下短波长脉冲激光相对论性自聚焦被抑制^[10]; 2) 而当 $L \gg \lambda_p$ 时, 等离子体电子密度扰动 $\delta n/n_0$ 在数量级上满足 $\delta n/n_0 \sim (\lambda_p/L)^2 |\mathbf{a}|^2$, 与相对论效应(数量级上 $1/\gamma \sim |\mathbf{a}|^2$)相比较, 等离子体尾波场效应可以忽略^[10].

我们先忽略等离子体尾波场效应对激光传输的影响, 如在上面对激光初始束宽很大($r_0 \gg L$)激光脉

冲长度很大($L \gg \lambda_p$)的极限下, 只考虑高阶相对论效应对强激光束在等离子体通道中传输的影响. 设激光场归一化矢势可以写为

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2} \alpha(r, z) e^{(k_0 z - \omega_0 t)} \hat{\mathbf{e}}_{\perp} + \text{c. c.}, \quad (7)$$

其中 $k_0 = \eta_L \omega_0 / c$ 是中心波数, ω_0 是中心频率, $\eta_L = \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega_0^2}$ 是等离子体线性折射率, $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}$ 是横向单位矢量, c. c. (complex conjugate) 表示复共轭. 下面考虑线偏振激光, 即有 $|\mathbf{a}|^2 = |a|^2/2$. 利用傍轴近似, 在方程(5)中保留至 $|\mathbf{a}|^5$ (高阶相对论效应), 则得到强激光束在等离子体通道中传输的傍轴方程

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{r^2}{r_{ch}^2} - \frac{|a|^2}{4} + \frac{3|a|^4}{32}\right)\right] \alpha(r, z) = 0. \quad (8)$$

上式第一项表示真空衍射效应, 最后三项分别表示等离子体通道自导引效应、相对论自聚焦效应和高阶相对论效应.

下面利用变分法来研究强激光束在等离子体通道中的传输. 首先, 把系统的 Lagrangian 写为如下形式:

$$\mathcal{L} = \mathcal{A}(a, a_x, a_y, a_z, a^*, a_x^*, a_y^*, a_z^*, x, y, z).$$

由 Hamilton 原理,

$$\Delta \left[\iiint \mathcal{L} dx dy dz \right] = 0, \quad (9)$$

得到描述系统的 Euler-Lagrange 方程

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta a_i} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial a_i}{\partial x}\right)} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial a_i}{\partial y}\right)} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial a_i}{\partial z}\right)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_i} = 0,$$

其中 a_i ($i=1, 2$) 表示矢势包络 a 及其复共轭 a^* . 利用 Kantorovitch 方法, 设 Euler-Lagrange 方程有如下形式的解:

$$\alpha(r, z) = F(f_1(z), f_2(z), \dots, f_N(z), x, y), \quad (10)$$

其中 F 是试探函数, f_j ($j=1, \dots, N$) 是 N 个关于 z 的实参量函数. 作横向积分 $I(z) = \iint \mathcal{L} dx dy$, 得到参量函数 f_j 满足的 Euler-Lagrange 方程^[12]

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial I}{\partial \left(\frac{\partial f_j}{\partial z}\right)} - \frac{\partial I}{\partial f_j} = 0. \quad (11)$$

求解由方程(11)给出的耦合方程组可以得到 a 的近似解.

根据傍轴方程 (8) 系统的 Lagrangian 可以写为

$$\mathcal{L} = ik_0 \left(a \frac{\partial a^*}{\partial z} - a^* \frac{\partial a}{\partial z} \right) + |\nabla_{\perp} a|^2 + \frac{k_p^2 r^2}{r_{\text{ch}}^2} |a|^2 - \frac{k_p^2}{8} |a|^4 + \frac{k_p^2}{32} |a|^6, \quad (12)$$

其中 $k_p = \omega_p/c$ 是等离子体波数. 设傍轴方程 (9) 有如下形式的解:

$$a(r, z) = a_r(z) e^{-r^2/r_s^2(z)} e^{iU(z)r^2 + i\phi(z)}, \quad (13)$$

其中 a_r, r_s, b, ϕ 都是关于 z 的实函数, $a_r(z)$ 是矢势振幅, $r_s(z)$ 是激光束宽, $b(z) = k_0/2R(z)$, $R(z)$ 是波前曲率半径, 而 $\phi(z)$ 是轴上相位因子. 则利用方程 (12) 给出参量函数 a_r, r_s, b, ϕ 分别满足的归一化 ($z/Z_R \rightarrow z, r_s/r_0 \rightarrow r_s, br_0^2 \rightarrow b, Z_R = k_0 r_0^2/2$ 是等离子体中的 Rayleigh 距离) 的运动方程

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial r_s}{\partial z} = br_s, \quad (15)$$

$$\frac{\partial b}{\partial z} = \frac{1-p}{r_s^4} - b^2 - \frac{k_p^2 r_0^4}{4r_{\text{ch}}^2} + \frac{32p^2}{3k_p^2 r_0^2 r_s^6}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{1}{r_s^2} + \frac{3p}{2r_s^2} - \frac{40p^2}{3k_p^2 r_0^2 r_s^4}, \quad (17)$$

其中 $p = P/P_c = k_p^2 a_r^2 r_s^2/32$ 是归一化的激光功率. 激光场的传输行为由方程 (14)–(17) 确定.

由方程 (14)–(17), 得到归一化的激光束宽的演化方程

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial r_s}{\partial z} \right)^2 + U(r_s) = 0, \quad (18)$$

其中

$$U(r_s) = \alpha_1 r_s^2 + \frac{\alpha^2}{r_s^2} + \frac{\alpha_3}{r_s^4} - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) - \frac{1}{2} b_0^2, \quad (19)$$

参数 $\alpha_1 = r_m^2/2r_{\text{ch}}^2$, $\alpha_2 = (1-p)/2$, $\alpha_3 = 8p^2/3\pi^2 n^2$, 分别表示等离子体通道效应、光束衍射效应和低阶相对论效应、及高阶相对论效应, $r_m = k_p r_0^2/2$ 称为匹配通道宽度 (matched channel width)^[8], 即, 当 $r_{\text{ch}} = r_m$ 时, 等离子体通道效应和光束衍射效应对光束传输的影响相互抵消; $b_0 = b(z=0)$, 若激光束从光腰处准直入射, 即 $r_s(z=0) = r_0, \partial r_s/\partial z|_{z=0} = 0$, 则 $b_0 = 0$. 参数 $n = r_0/\lambda_p = \sqrt{8p}/\pi a_r$ 是激光初始束宽与等离子体波长的比值. 可见, 在傍轴近似下, 考虑高阶相对论效应以后激光束宽的演化方程 (18) 依然可以描述成一个质量 $m=1$ 的“粒子”在势阱 $U(r_s)$ 中运

动. 从方程 (18) 可以看出, $U(r_s) = 0$ 时激光束宽取极值. 由方程 (19) 计算可得两个符合物理意义的极值:

$$r_{s1} \equiv 1, r_{s2} = \sqrt{(\alpha_2 + \alpha_3 + \sqrt{4\alpha_1\alpha_3 + (\alpha_2 + \alpha_3)^2})/2\alpha_1},$$

恒为正值, 即任意功率条件下势阱总是稳定的, 不会有为零或无穷大的极值而出现塌缩. 要得到激光束宽 r_s 的平衡解, 则必须 $r_{s2} \equiv 1$, 即要满足条件

$$\frac{r_m^2}{r_{\text{ch}}^2} = 1 - p + \frac{32p^2}{3\pi^2 n^2}. \quad (20)$$

显然, 在不考虑相对论非线性效应 (方程 (21) 中含有 p 的项) 时, 即只有等离子体通道效应和光束衍射效应, 匹配等离子体通道的条件为 $r_{\text{ch}} = r_m$, 与此时束宽平衡解条件 $r_s \equiv r_0$ 等价. 而不考虑高阶相对论效应时, 当激光功率 $p \geq 1$ 时势阱就会塌缩, 出现激光束宽为零 (光强为无穷大) 的奇异性. 考虑高阶相对论效应后, 由于任意功率条件下 $r_{s2} > 0$, 势阱都不会塌缩, 激光束宽为零 (光强为无穷大) 的奇异性就会消除. 同时, 激光束在等离子体通道中是先聚焦还是先发散取决于 r_{s2} 的大小. 在匹配等离子体通道中, 若 $r_{s2} < 1$, 此时 $p < 3\pi^2 n^2/32$, 激光束先聚焦; 若 $r_{s2} > 1$, 则 $p > 3\pi^2 n^2/32$, 激光束先发散. 在这两种情况下, 激光束宽总是形成聚焦—散焦的周期振荡.

3. 数值结果及分析

在傍轴近似下, 激光功率守恒 (15) 式. 下面, 主要讨论在匹配等离子体通道 ($r_{\text{ch}} = r_m$) 中高阶相对论效应对准直入射的激光束传输的影响.

图 1 表示不同激光功率或激光初始束宽与等离子体波长比值 n (与激光矢势成反比) 条件下, 势阱 $U(r_s)$ 随着激光束宽 r_s 的变化. 图中实线表示不考虑高阶相对论效应, 虚线和点划线是考虑高阶相对论效应后分别取 $n=5$ 和 $n=1$ 的情形. 分别取激光功率 (a) $p=0.3$; (b) $p=0.8$; (c) $p=1.0$; (d) $p=1.5$. 图 1(a) 和 (b) 表明当激光功率小于相对论自聚焦功率时, 等离子体通道中总存在稳定的势阱结构. 当激光功率很小而 n 取值很大, 即激光强度很弱时, 如图 1(a) 中取 $n=5$ 时矢势 $|a| \approx 0.07$ (虚线与实线重合), 高阶相对论效应作用很小, 可以忽略. 随着激光功率的增大或比值 n 取值的减小, 即激光强度增大, 高阶相对论效应作用越来越大, 它会使势阱宽度变窄. 从图 1(c) 和 (d), 当激光功率大于或等于

相对论自聚焦功率时,若不考虑高阶相对论效应势阱就会塌缩,与理论分析一致.同样光强越大,高阶

相对论效应作用也就越大,势阱宽度变窄.

图 2 表示不同激光功率或激光初始束宽与等离

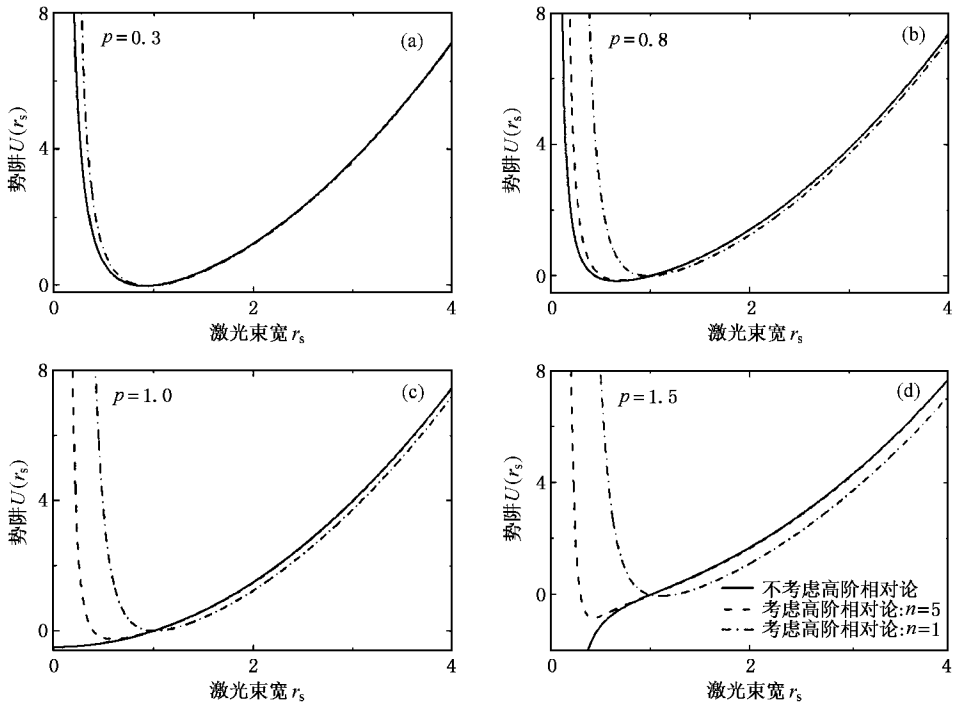


图 1 图中各曲线表示不同激光功率或比值 n 下,势阱 $U(r_s)$ 随激光束宽 r_s 的变化

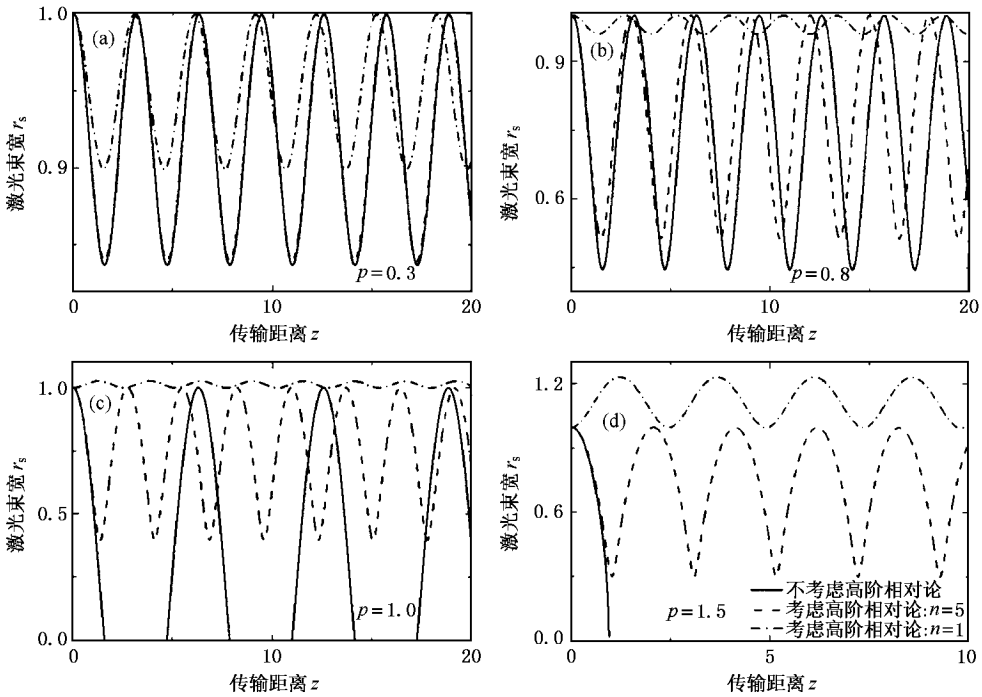


图 2 图中各曲线表示不同激光功率或比值 n 下,激光束宽 r_s 随激光传输距离 z 的变化

子体波长比值 n (与激光矢势成反比)条件下,激光

束宽 r_s 随激光传输距离 z 的变化.各曲线对应的参

数同图 1. 图 2(a) 和 (b) 表明激光功率 $p < 1$ 时, 激光束宽沿传输距离形成聚焦—散焦振荡, 激光强度越大 (增大激光功率越大或减小比值 n), 高阶相对论效应作用也越大, 它不但减小激光束宽的振荡幅度, 而且加快激光束宽的振荡速度. 当激光功率 $p \geq 1$ 时如图 2(c) 和 (d) 所示, 若不考虑高阶相对论效应, 就会出现激光束聚焦为零的奇异性. 当考虑高阶相对论效应以后, 束宽随传输距离同样发生聚焦—散焦振荡, 不会出现聚焦为零 (光强无强大) 的奇异性. 而且, 由于高阶相对论效应, 增大激光强度 (如图 2(c) 和 (d) 中当取 $n = 1$ 时), 也会出现光束先发散然后再聚焦的现象, 且束宽总大于 1.

当激光束是在匹配等离子体通道中传输时, 由方程 (21) 可知, 激光束宽 r_s 的平衡解存在条件为抛物方程 $p = 3\pi^2 n^2 / 32$, 如图 3 所示. 图中曲线表示考

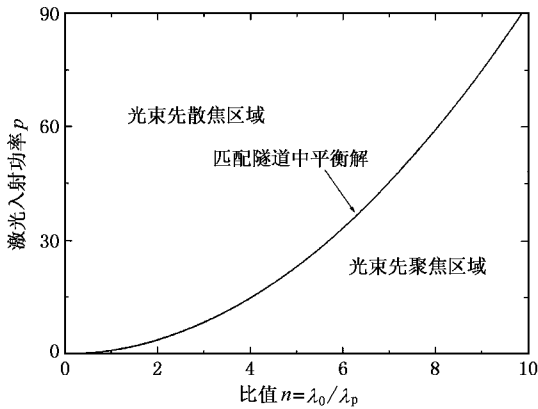


图 3 图中曲线表示考虑高阶相对论效应以后, 匹配等离子体通道中激光束宽 r_s 的平衡解存在条件 (p, n)

虑高阶相对论效应后平衡解的参数条件. 当 (p, n) 取值在曲线上方时, 激光束先发散, 而当 (p, n) 取值在曲线下方时, 激光束先聚焦.

4. 讨论与结论

从 Maxwell 方程组和电子运动方程出发, 我们给出了低密度等离子体中包含高阶相对论效应的激光传输方程. 利用变分法研究了高阶相对论效应对强激光束在等离子体通道中传输的影响. 计算结果表明, 当激光强度较大时, 高阶相对论效应非常重要, 它一方面减小激光束宽的振荡幅度, 另一方面又加快激光束宽的振荡速度. 当激光功率大于或等于相对论临界功率时, 高阶相对论效应避免了激光因为相对论自聚焦而出现激光强度为无穷大的奇异性, 且能在激光强度较大时使得光束先发散. 同时, 我们得到考虑高阶相对论效应后激光束宽平衡解的存在条件, 并给出激光束是先发散或聚焦的参数区域. 由于采用了傍轴近似, 激光能量随传输距离没有变化, 而在实际情况中如激光场与等离子体尾波场之间有能量交换, 在傍轴近似下也不允许激光场能量的轴向运输, 如前向 Raman 散射^[13]等现象也就不能描述^[8,9].

同时, 我们也看到由于激光等离子体相互作用本身极其复杂的非线性动力学行为, 很多其他效应如离子运动^[14], 激光等离子体电子纵向运动^[15], 部分离子化等离子体中的 Kerr 效应, 稠密等离子体中的碰撞效应^[16]等并没有包括在我们的分析中. 但这些并不影响本文的结论.

- [1] Tabak M *et al* 1994 *Phys. Plasmas* **1** 1626
- [2] Zhang J T *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **5** 921 (in Chinese) [张家泰等 2001 物理学报 **5** 921]
- [3] Wagner R *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **21** 3125
- [4] Suckewer and Skinner C H 1990 *Science* **247** 1553
Benware B R *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5804
- [5] Milchberg H M *et al* 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2494
- [6] Sheng Z M *et al* 2001 *Phys. Rev. E* **64** 1606
- [7] Barr H C *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 066409
- [8] Sprangle P *et al* 2000 *Phys. Rev. E* **61** 4381
- [9] Esarey E *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 3081
- [10] Sprangle P *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5110
- [11] Tang Hua *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2170 (in Chinese) [唐华等 2003 物理学报 **52** 2170]
- [12] Chávez C S *et al* 1998 *Eur. Phys. J. D* **1** 313
- [13] Mori W B and Decker C D 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1482
- [14] Sheng Z M, Zhang J and Yu W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 125 (in Chinese) [盛政明、张杰、余玮 2003 物理学报 **52** 125]
- [15] He Bin *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1939 (in Chinese) [何斌等 2001 物理学报 **50** 1939]
- [16] Ma Y Y *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1513 (in Chinese) [马燕云等 2000 物理学报 **49** 1513]

Variational method in the study of intense laser beams propagation in plasma channels^{*}

Liu Ming-Wei^{1)†)} Guo Hong^{1)‡)} Deng Dong-Mei¹⁾ Zhang Yu³⁾ Chen Xu-Zong³⁾

¹⁾*Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)*

²⁾*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)*

³⁾*School of Electronic Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China and Key Laboratory for Quantum Information and Measurements, Ministry of Education, China)*

(Received 1 April 2003; revised manuscript received 1 August 2003)

Abstract

In an underdense plasma, the laser wave equation is given with higher-order-relativistic (HOR) effect. A variational method is used to study HOR effect for intense laser beam propagation in plasma channel including diffraction, pre-formed plasma channel guiding and lower order relativistic effects. In the paraxial approximation, a potential well also exists for laser spot size. HOR effect decreases the amplitude of laser spot size oscillation, whereas accelerates its rate. Furthermore, it prevents the singularity of infinite intensity of laser beam when laser power is greater than (or equal to) the relativistic critical power. The condition of balance-solution of the beam spot size is also given.

Keywords: variational method, plasma channel, higher-order-relativistic

PACC: 5225, 5260, 5230

^{*} Project supported by the Key Project of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69789801), the Team Project of Natural Science Foundation of Guangdong Province (Grant No. 20003061), the National Hi-Tech ICF Committee in China, the Fok Ying Tong High Education Foundation (Grant No. 71058) and the Foundation for the Key Young Teachers of the Ministry of Education of China.

[†] E-mail: hguo@ele.pku.edu.cn; Tel: 010-62757035.