

# 中心对称光折变材料中的小光强空间孤子\*

侯春风<sup>†</sup> 孟庆鑫 宫德维 张建隆

(哈尔滨工业大学物理系, 哈尔滨 150001)

(2003 年 8 月 21 日收到, 2003 年 10 月 15 日收到修改稿)

给出了小光强条件下中心对称光折变材料中光波演化方程的亮、暗及灰空间孤子解析解, 并推导出了孤子宽度的显式表达式.

关键词: 光折变效应, 光折变材料, 空间孤子

PACC: 4265J, 4265S, 4270J, 7820W

## 1. 引 言

光束在介质中传播时由于自身的衍射作用会变得越来越发散, 如果介质折射率的非线性变化能够抵消光束的衍射发散作用, 则光束就可以不发散地在介质中传播, 这种在传播过程中保持横向形状不变的光束被称为空间孤子. 由于光折变材料中的空间孤子在很低(微瓦量级)的入射光强下即可产生, 且在全光开关、光学波导及光学互联等方面具有潜在的应用前景, 因此成为近年来非线性光学领域中的一个热门课题. 至今, 人们已经在光折变晶体中观测到了瞬态(准稳态)孤子<sup>[1-4]</sup>、屏蔽孤子<sup>[5-8]</sup>和光伏孤子<sup>[9-14]</sup>等不同类型的空间孤子. 不久前, 刘劲松等<sup>[15-20]</sup>又从理论上预言有外加电场的光折变晶体可以支持屏蔽-光伏孤子. 此外, Chauvet 等<sup>[21]</sup>还在半导体光折变材料中观测到了空间孤子. 上述空间孤子均产生并存在于非中心对称光折变材料中, 这类材料的折射率的非线性变化起因于线性电光效应.

1997 年, Segev 等<sup>[22]</sup>预言中心对称光折变材料中也可以形成亮空间孤子; 1998 年, DelRe 等<sup>[23]</sup>在中心对称钽铌酸锂钾光折变晶体中观测到了亮空间孤子. 与非中心对称光折变材料不同, 中心对称光折变材料中形成空间孤子时, 材料折射率的非线性变化是由二次电光效应支配的. 2001 年, 我们考察了中心对称光折变材料中两个空间孤子的非相干耦合,

从理论上证明了中心对称光折变材料中可以存在非相干耦合亮-暗空间孤子对<sup>[24]</sup>. 这里, 我们将建立小光强条件下中心对称光折变材料中的光波演化方程, 给出方程的亮、暗及灰空间孤子解析解, 并推导出孤子宽度的显式表达式, 对小光强条件下中心对称光折变材料中不同形态的空间孤子的特性进行讨论.

## 2. 光波方程

一束只在  $x$  方向发生衍射的入射光沿  $z$  轴在中心对称光折变材料中传播, 材料上施加有沿  $x$  方向的外电场  $E_0$ . 按通常的作法, 把入射光的光场表示为慢变振幅形式, 即  $E_{\text{opt}} = A(x, z)\exp(ikz)$ , 其中  $k = k_0 n = (2\pi/\lambda_0)n$  为波数,  $n$  为材料未受扰动时的折射率,  $\lambda_0$  为自由空间中的波长. 在上述条件下光波满足如下演化方程<sup>[22, 23]</sup>:

$$\left( i \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{n} \Delta n \right) A(x, z) = 0, \quad (1)$$

式中折射率变化量  $\Delta n$  的大小为<sup>[25, 26]</sup>  $n^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 E^2/2$ , 为了与文献<sup>[23]</sup>相统一, 我们取

$$\Delta n = -n^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 E^2/2, \quad (2)$$

其中  $E$  为介质中的空间电荷场,  $g_{\text{eff}}$  为有效二次电光系数,  $\epsilon_0$  和  $\epsilon_r$  分别为真空和相对介电常数.

(2) 式中的空间电荷场可以从描述介质的光折变效应的速率方程、电流方程及 Poisson 方程导出, 在稳态及  $(1+1)$  维条件下, 这些方程为<sup>[22]</sup>

\* 黑龙江省留学回国基金(批准号 JL01C11)资助的课题.

<sup>†</sup>E-mail: houchunfeng@hit.edu.cn

$$[s(I + I_b) + \beta](N_d - N_d^i) = \gamma N_e N_d^i, \quad (3)$$

$$J = q\mu N_e E + k_B T \mu \frac{\partial N_e}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad \text{或} \quad J = \text{constant}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_r} (N_d^i - N_A - N_e), \quad (6)$$

其中  $s$  为光电离截面、 $\beta$  为暗产生率、 $\gamma$  为复合速率、 $N_d$  为施主数密度、 $N_d^i$  为电离了的施主数密度、 $N_A$  为受主数密度、 $N_e$  为电子数密度、 $\mu$  和  $q$  分别为电子的迁移率及电荷、 $k_B$  为 Boltzmann 常数、 $T$  为绝对温度、 $I_b$  为背景光强、 $J$  为电流密度、 $I = |A(x, z)|^2$  为入射光强. 利用文献 [7] 和 [16] 的方法可由 (3) — (6) 式导出

$$E = E_0 \frac{I_\infty + I_b + I_d}{I + I_b + I_d}, \quad (7)$$

其中  $I_d = \beta/s$  为所谓的暗辐射强度、 $I_\infty$  代表远离光束横断面中心处的光强即  $I_\infty = I(x \rightarrow \pm \infty, z)$ ,  $E_0$  为  $x \rightarrow \pm \infty$  处的空间电荷场, 如果入射光束的空间宽度远小于中心对称光折变材料在  $x$  方向的宽度  $W$ , 则  $E_0$  近似地等于<sup>[7]</sup>  $V_0/W$ , 这里  $V_0$  为偏置电压.

把 (7) 式和 (2) 式代入方程 (1), 并采用无量纲变量  $\eta = x/x_0$ ,  $\xi = z/(kx_0^2)$  及  $A = (I_b + I_d)^{1/2} U$  (其中  $x_0$  为任意空间宽度), 可得光波方程

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\alpha(1 + \rho)}{(1 + |U|^2)^2} U = 0, \quad (8)$$

其中  $\alpha = g_{\text{eff}} n^4(k_0 x_0)^2 \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1) E_0^2/2$ ,  $\rho = I_\infty \lambda (I_b + I_d)$  无量纲振幅  $U$  与光强满足关系式  $I = |U|^2 (I_b + I_d)$ . 在光强远小于背景光与暗辐射强度之和的情况下, 即当  $|U|^2 \ll 1$  时, 方程 (8) 可简化为

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \alpha(1 + \rho)(1 - 2|U|^2)U = 0. \quad (9)$$

方程 (9) 即为小光强条件下中心对称光折变材料中的光波传播方程. 根据文献 [27] 和 [28] 可知, 方程 (9) 具有如下不变量, 即

互补功率

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} (\rho - |U|^2) d\eta; \quad (10)$$

再归一化动量

$$M = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( U \frac{\partial U^*}{\partial \eta} - U^* \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \left( 1 - \frac{\rho}{|U|^2} \right) d\eta; \quad (11)$$

以及再归一化 Hamilton 量

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} \left| \frac{\partial U}{\partial \eta} \right|^2 - \alpha(1 + \rho)(|U|^2 - \rho)^2 \right] d\eta. \quad (12)$$

### 3. 空间孤子解

方程 (9) 具有亮、暗及灰空间孤子解, 且可以解析地给出. 对于亮空间孤子, 光束能量主要集中在光束断面中心附近区域, 远离中心处光强为零, 所以此时有  $I_\infty = 0$ ,  $\rho = 0$ , 方程 (9) 变为

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \alpha(1 - 2|U|^2)U = 0, \quad (13)$$

其亮孤子解为

$$U(\eta, \xi) = r^{1/2} \text{sech}[(2ar)^{1/2} \eta] \exp[i\alpha(r - 1)\xi]. \quad (14)$$

其中  $r$  代表光束峰值光强与背景光强及暗辐射强度之和的比值, 即  $r = I_{\text{max}}/(I_b + I_d) = I(0)/(I_b + I_d)$ . (14) 式表明中心对称光折变材料中的亮空间孤子要求  $\alpha > 0$  即  $g_{\text{eff}} > 0$ .

方程 (9) 的暗空间孤子和灰空间孤子解分别为

$$U(\eta, \xi) = \rho^{1/2} \tanh[(-2\alpha\rho)^{1/2}(1 + \rho)\eta] \times \exp[i\alpha(2\rho - 1)(1 + \rho)\xi], \quad (15)$$

和

$$U(\eta, \xi) = \rho^{1/2} \{ 1 - \delta^2 \text{sech}^2[\delta(1 + \rho)(1 - 2\alpha\rho)^{1/2} \eta] \}^{1/2} \times \exp[iv\xi + i\Phi(\eta)], \quad (16)$$

其中  $0 < \delta \leq 1$  为灰度参数, 而参量  $v$  和  $\Phi(\eta)$  分别为

$$v = -\alpha(1 + \rho)[1 - (3 - \delta^2)\rho], \quad (17)$$

$$\Phi(\eta) = (1 + \rho)(1 - 2\alpha\rho(1 - \delta^2))^{1/2} \eta \pm \frac{1}{2} \times \left\{ \arcsin \frac{1 + (1 - 2\delta^2) \cosh[2\delta(1 + \rho)(1 - 2\alpha\rho)^{1/2} \eta]}{(1 - 2\delta^2) + \cosh[2\delta(1 + \rho)(1 - 2\alpha\rho)^{1/2} \eta]} - \frac{\pi}{2} \right\}. \quad (18)$$

当  $\eta < 0$  时, (18) 式右边两项之间的符号取加号, 而当  $\eta > 0$  时 (18) 式右边两项之间的符号取减号. 孤子解 (15) 和 (16) 式表明, 中心对称光折变材料中的暗和灰空间孤子要求  $\alpha < 0$  即  $g_{\text{eff}} < 0$ . 由 (16) 和 (18) 式可知, 与亮空间孤子和暗空间孤子不同, 灰空间孤子光束横向断面光场相位分布不再是恒定值, 而是按 (18) 式的函数关系随横向坐标的变化而变化. 另外, 由 (16) — (18) 式还可看出, 当灰度参数  $\delta = 1$  时, 灰空间孤子可还原成暗空间孤子.

空间孤子的宽度一般定义为光强全半高宽, 由

孤子解(14)–(16)式,可以求得中心对称光折变材料中的小光强亮、暗及灰空间孤子的宽度分别为

$$W_b = \frac{2\ln(1 + \sqrt{2})}{r^{1/2} g_{\text{eff}}^{1/2} n^2 k_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E_0}, \quad (19)$$

$$W_d = \frac{2\ln(1 + \sqrt{2})}{\rho^{1/2} (\delta(1 + \rho \chi - g_{\text{eff}})^{1/2} n^2 k_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E_0)}, \quad (20)$$

以及

$$W_g = \frac{2\ln(1 + \sqrt{2})}{\rho^{1/2} \delta(1 + \rho \chi - g_{\text{eff}})^{1/2} n^2 k_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E_0}, \quad (21)$$

由(19)–(21)式可知,中心对称光折变材料中的小光强亮、暗及灰空间孤子的宽度与材料的有效二次电光系数的绝对值的平方根成反比关系,与外加电场的大小成反比关系,灰空间孤子的宽度还反比于

灰度参数.

## 4. 结论与总结

本文推导出了中心对称光折变材料中的小光强空间孤子的演化方程,给出了方程的亮、暗及灰空间孤子解析解,并且给出了孤子宽度的显式表达式及灰空间孤子的横向相位分布函数.结果表明,有效二次电光系数为正的对称光折变材料可以支持亮空间孤子,而有效二次电光系数为负的对称光折变材料可以支持暗或灰空间孤子.中心对称光折变材料中的小光强空间孤子的宽度与材料的有效二次电光系数的绝对值的平方根及外加电场的大小成反比关系,而灰空间孤子的宽度还与灰度参数成反比关系.

- [ 1 ] Segev M, Crosignani B, Yariv A and Fischer B 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 923
- [ 2 ] Duree G C, Shultz J L, Salamo G, Segev M, Yariv A, Crosignani B, Di Porto P, Sharp E J and Neurgaonkar R R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 533
- [ 3 ] She W L and Lee W K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 886 (in Chinese) [ 余卫龙、李荣基 2001 物理学报 **50** 886 ]
- [ 4 ] He G G, Wang X S and She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2270 (in Chinese) [ 何国岗、王晓生、余卫龙 2002 物理学报 **51** 2270 ]
- [ 5 ] Segev M, Valley G C, Crosignani B, Di Porto P and Yariv A 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3211
- [ 6 ] Shih M F, Segev M, Valley G C, Salamo G, Crosignani B and Di Porto P 1995 *Electron. Lett.* **31** 826
- [ 7 ] Christodoulides D N and Carvalho M I 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 1628
- [ 8 ] Segev M, Shih M and Valley G C 1996 *J. Opt. Soc. Am. B* **13** 706
- [ 9 ] Valley G C, Segev M, Crosignani B, Yariv A, Fejer M M and Bashaw M C 1994 *Phys. Rev. A* **50** R4457
- [ 10 ] Taya M, Bashaw M, Fejer M M, Segev M and Valley G C 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3095
- [ 11 ] Segev M, Valley G C, Bashaw M C, Taya M and Fejer M M 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 1772
- [ 12 ] She W L, Lee K K and Lee W K 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 3182
- [ 13 ] Wang X S, He G G, She W L and Jiang S J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 496 (in Chinese) [ 王晓生、何国岗、余卫龙、江绍基 2001 物理学报 **50** 496 ]
- [ 14 ] Wang X S and She W L 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 595 (in Chinese) [ 王晓生、余卫龙 2001 物理学报 **52** 595 ]
- [ 15 ] Liu J S and Lu K Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1509 (in Chinese) [ 刘劲松、卢克清 1998 物理学报 **47** 1509 ]
- [ 16 ] Liu J S and Lu K Q 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 550
- [ 17 ] Liu J S, Zhang D Y, Liang C H 2000 *Chin. Phys.* **9** 667
- [ 18 ] Liu J S and Hao Z H 2002 *Chin. Phys.* **11** 254
- [ 19 ] Lu K Q, Tang T T and Zhang Y P 2000 *Phys. Rev. A* **61** 053822
- [ 20 ] Lu K Q, Zhang Y P, Tang T T, Lu Z X and Liu L 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 233
- [ 21 ] Chauvet M, Hawkins S A, Salamo G J, Segev M, Bliss D F and Bryant G 1996 *Opt. Lett.* **21** 1333
- [ 22 ] Segev M and Agranat A J 1997 *Opt. Lett.* **22** 1299
- [ 23 ] DelRe E, Crosignani B, Tamburrini M, Segev M, Mitchell M, Refaeli E and Agranat A J 1998 *Opt. Lett.* **23** 421
- [ 24 ] Hou C F, Du C G, Abdurusul, Li S Q 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 1607
- [ 25 ] Agranat A, Leyva V and Yariv A 1989 *Opt. Lett.* **14** 1017
- [ 26 ] Agranat A, Hofmeister R and Yariv A 1992 *Opt. Lett.* **14** 713
- [ 27 ] Pelinovsky D E, Kivshar Y S and Afanasjev V V 1996 *Phys. Rev. E* **54** 2015
- [ 28 ] Kivshar Y S and Luther-Davies B 1998 *Phys. Rep.* **298** 81

# Low intensity spatial solitons in centrosymmetric photorefractive materials \*

Hou Chun-Feng Meng Qing-Xin Gong De-Wei Zhang Jian-Long

( *Department of Physics , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China* )

( Received 21 August 2003 ; revised manuscript received 15 October 2003 )

## Abstract

The exact bright , dark and grey spatial soliton solutions for the optical wave evolution equation in centrosymmetric photorefractive materials are obtained analytically , and the explicit expressions for the width of these spatial solitons are also presented.

**Keywords** : photorefractive effect , photorefractive materials , spatial solitons

**PACC** : 4265J , 4265S , 4270J , 7820W

---

\* Project supported by the Foundation of Heilongjiang Province for the Returned Overseas Chinese Scholars ( Grant No. LC01C11 )