

光子晶体光纤模式的简并特性研究

任国斌^{1,2)} 王 智¹⁾ 姜淑琴¹⁾ 简水生¹⁾

¹⁾ (北京交通大学光波技术研究所, 北京 100044)

²⁾ (河北大学物理科学与技术学院, 保定 071002)

(2003 年 6 月 6 日收到 2003 年 10 月 31 日收到修改稿)

应用光子晶体光纤(PCF)的全矢量模型,根据对称性分析,按照最小波导扇面及相应的边界条件,将 PCF 中的模式进行了分类,并将 PCF 中的模式类比阶跃光纤来命名.分析表明,PCF 中的模式或者为非简并的,此时能够反映波导结构对称性,或者为简并对,必须二者组合才反映波导结构的对称性.当简并对中的两个模式都具有与 PCF 波导结构相同的对称性时,简并将被击破而形成两个非简并模.

关键词:光子晶体光纤,模式,简并

PACC:4280M,4270Q,4225B

1. 引 言

光子晶体光纤(photonic crystal fiber, PCF)又称为微结构光纤(microstructured fiber)或多孔光纤(holey fiber).自 1996 年 PCF^[1]问世以来,由于其独特的光学性质而备受关注.目前 PCF 已广泛应用于光通信与光电子学的前沿研究,一些基于 PCF 的无源、有源器件业已出现,如基于 PCF 的偏振控制器,传感器,光纤光栅,结构型可调谐滤波器,高功率光子晶体光纤激光器,包层抽运大有效面积光纤激光器等^[2-5].

目前,光子晶体光纤的制造工艺发展非常迅速,PCF 的损耗已经降到了 0.37dB/km^[6],已接近实用化.随着 PCF 制造技术的发展,对 PCF 传输特性的研究也逐步深入.现有的理论方法及模型有^[7-11]等效折射率模型,平面波法,有限元法,本地正交函数法,以及最近的束传播法(beam propagation method)和多极法(multipole method).在标量近似下,PCF 中的偏振特性被忽略,当研究 PCF 中的高阶模或偏振特性时,就需要考虑波动方程中的矢量项.

当空气孔的填充因子足够大时,PCF 在可见或近红外波段为多模传输.这将会导致模间相位匹配非线性过程^[12],此外已有 PCF 中产生紫外波段的高

阶模的报道^[13].因此研究 PCF 中的模式特征,如模式的分类,简并等特性具有重要的意义.本文应用 PCF 的全矢量模型^[14],由波导中模式的对称性分析出发,按照最小波导扇面上相应的边界条件,将 PCF 中的模式分为简并与非简并的模式类型.并将 PCF 中的模式按照阶跃光纤中的矢量模式命名.

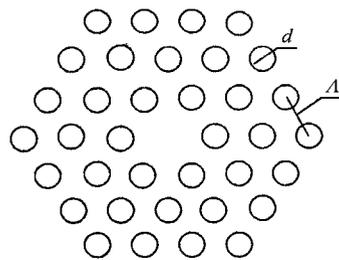


图 1 PCF 横截面示意图

2. PCF 的全矢量模型

以最为常见的三角格子 PCF 为例,图 1 为空气孔呈三角结构排列的全内反射光子晶体光纤的横截面示意图.图中 PCF 的中心区域的空气孔被石英基质材料代替而形成的导模区域(即 PCF 的纤芯).通常用孔距 Δ 和孔径孔距比 d/Δ 来表征 PCF 的结构.假设 PCF(图 1)沿纵向(传播方向)均匀,其模式

[†]E-mail: guobin_ren@yahoo.com.cn

电场可以写成

$$E_j(x, y, z) = [e_{\theta}(x, y) + e_z(x, y)] e^{(\beta_j z - \omega t)}, \quad (1)$$

其中 β_j 为 j 阶模式的传播常数, $e_{\theta}(x, y) = e_x \hat{x} + e_y \hat{y}$, $e_z(x, y)$ 分别是电场的横向分量与纵向分量. 将模式电场的表达式(1)代入矢量波动方程, 可得到横向模式电场 $e_x(x, y)$, $e_y(x, y)$ 的耦合波动方程^[15]

$$\begin{aligned} (\nabla_{\perp}^2 - \beta_j^2 + k^2 n^2) e_x &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(e_x \frac{\partial \ln n^2}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln n^2}{\partial y} \right), \\ (\nabla_{\perp}^2 - \beta_j^2 + k^2 n^2) e_y &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(e_x \frac{\partial \ln n^2}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln n^2}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

为了解方程(2), 将电场用 Hermite-Gaussian 函数展开, 即

$$\begin{aligned} e_x(x, y) &= \sum_{a, b=0}^{F-1} \epsilon_{ab}^x \psi_a(x) \psi_b(y), \\ e_y(x, y) &= \sum_{a, b=0}^{F-1} \epsilon_{ab}^y \psi_a(x) \psi_b(y), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 F 为展开式的项数, $\psi_i(s)$ ($i = a, b, s = x, y$) 是正交归一化 Hermite-Gaussian 函数.

用叠加方法^[14]可将 PCF 的横向折射率分布 n^2 和 $\ln n^2$ 表示为两种周期性结构的叠加, 采用余弦展开式. 限于篇幅本文不再详细讨论 PCF 横向折射率分布, 详细内容参见文献[14, 16].

将模式电场的 Hermite-Gaussian 函数展开式(3)式代入(2)式, 可得本征方程

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{abcd}^{(1)} + k^2 \hat{I}_{abcd}^{(2)} + \hat{I}_{abcd}^{(3)x} & \hat{I}_{abcd}^{(4)x} \\ \hat{I}_{abcd}^{(4)y} & \hat{I}_{abcd}^{(1)} + k^2 \hat{I}_{abcd}^{(2)} + \hat{I}_{abcd}^{(3)y} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \beta_j^2 \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}, \quad (4)$$

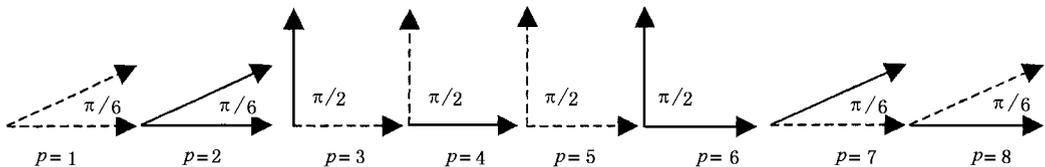


图2 具有 C_{6v} 对称性的波导的 8 类模式所对应的最小波导扇面及相应的边界条件. 实线表示短路边界条件, 虚线表示断路边界条件

图 2 表示具有 C_{6v} 对称性的波导的 8 个模式类型所对应的最小波导扇面及相应的边界条件. 模式类型 $P = 1, 2, 7, 8$ 是非简并的, 它们能够反映波导的对称性, 而模式类型 $P = 3, 4$ 和 $P = 5, 6$ 是两个简

其中交叠积分 $f^{(1)}, f^{(2)}, f^{(3)}, f^{(4)}$ 可以写成解析形式. 这是提高计算速度的关键因素之一, 也是正交函数法的主要优点. 由于表达式非常复杂, 这里就不再详细写出. 本征值问题(4)可通过数值方法求解. 对应不同的传播常数 β_j , 即为不同的模式, 序号 j 就是 PCF 中的模式序号. 这样就求得了各阶模式的传播常数和相应的模场分布.

3. 对称性分析

根据群论, 波导结构的对称性决定了其中传播模式的许多重要特征^[17], 如模式类别, 简并, 及模式电磁场的方位角对称性. 根据模式电磁场的方位角对称性, 可以确定一个相应的最小波导扇面. 结合适当的边界条件, 通过计算这个最小波导扇面中的电磁场分布, 利用对称性即可得到整个波导横截面的模场分布.

如果纵向均匀波导具有 n 重旋转对称性, 即其截面在旋转 $2\pi/n$ (n 为整数) 角度时保持不变, 那么称波导具有 C_n 对称性. 若纵向均匀波导除具有 n 重旋转对称性之外, 还具有 n 个角度间隔为 π/n 的反射对称面, 则称其具有 C_{nv} 对称性. 由于本文研究的三角格子 PCF 具有六重旋转对称, 另外有 6 个角度间隔为 30° 的反射对称面(如图 1), 因此其点群为 C_{6v} . 三角格子 PCF 具有 C_{6v} 对称性会导出以下几个结论^[11, 17]: PCF 中的模式可以分为 8 类, 其中能够反映波导对称性的是非简并的, 两个组合之后反映波导对称性的模式形成简并对.

并对, 它们的组合能够反映波导的对称性. 模式类型是由不同的最小波导扇面和相应的边界条件决定的, 其中短路边界条件对应电场的纵向分量 $e_z = 0$; 断路边界条件对应磁场的纵向分量 $h_z = 0$. 最小波

导扇面的应用可以提高计算效率,减小计算量,例如对于模式类型 $P = 1, 2, 7, 8$, 计算区域仅为 $\pi/6$ 的波导扇面,而对模式类型 $P = 3, 4$ 和 $P = 5, 6$, 计算区域为 $\pi/2$ 的波导扇面. 这种方法已在多极法中得到了应用^[11]. 本文将根据最小波导扇面及相应的边界条件来讨论模式的分类及简并.

均匀波导的横向电场和磁场可以用纵向分量表示,例如横向电场可以表示为^[15]

$$e_t = \frac{i}{k^2 n^2 - \beta^2} \left\{ \beta \nabla_t e_z - \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} k \hat{z} \times \nabla_t h_z \right\}. \tag{5}$$

McIsaac^[17]将具有 C_{6v} 对称性的波导的电场和磁场的纵向分量表示为方位角的 Fourier 级数形式,我们将这些表达式代入(5)式中发现,短路边界条件($e_z = 0$)等效于横向电场中只存在方位角方向的分量($e_t = \hat{\theta} e_\theta$);断路边界条件($h_z = 0$)等效于横向电场中只存在径向的分量($e_t = \hat{r} e_r$). 基于以上的分析,就可以将 PCF 中的模式按照最小波导扇面及相应的边界条件分类.

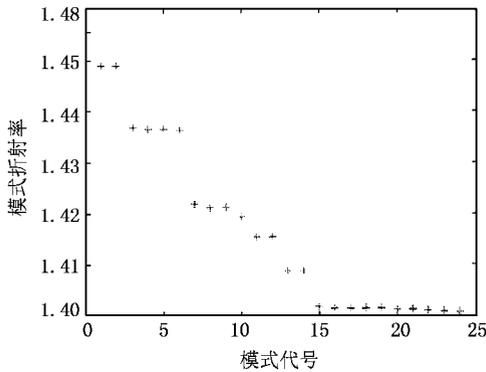


图 3 PCF 结构参数为 $\Lambda = 2.3\mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.8$, 波长为 633nm 时, 前 24 个模式的模式折射率

4. PCF 中的模式分类及简并

我们知道只有当 PCF 中的相对孔径 d/Λ 大于某一值时,高阶模才会出现^[7]. 因此选取 PCF 的结构参数为 $\Lambda = 2.3\mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.8$, 波长为 633nm . 图 3 中给出了 PCF 中的 24 个模式的模式折射率. 我们发现只有前 14 个模式是束缚模,其余 10 个为辐射模. 将这 14 个模式的模式折射率(n_{eff}),模式类型(p),简并度,计算误差(Δn)以及相应的命名列于表 1. 下面我们分别讨论这些模式.

表 1 PCF 前 14 个束缚模的模式折射率(n_{eff}),模式类型(p),简并(Degeneracy),计算误差(Δn)和命名(label)

模式序号	模式折射率 n_{eff}	类型 p	简并度	计算误差 Δn	命名
1	1.44882484	4	2	4.104×10^{-7}	HE ₁₁
2	1.44882443	3	1		
3	1.43674688	2	1		TE ₀₁
4	1.43637588	5	2	2.347×10^{-5}	HE ₂₁
5	1.43635241	6	1		
6	1.43622158	1	1		TM ₀₁
7	1.42177752	8	1		HE ₃₁₁
8	1.42112856	3	2	4.397×10^{-5}	EH ₁₁
9	1.42108459	4	1		
10	1.41946985	7	1		HE ₃₁₂
11	1.41542537	4	2	1.797×10^{-6}	HE ₁₂
12	1.41542357	3	1		
13	1.40865377	3	2	2.134×10^{-5}	EH ₂₁
14	1.40863244	4	1		

4.1. 基模

取模式序列的前两个,得到基模的两个简并的模式,这两个模式构成简并对. 图 4 为基模总的模场分布和这两个偏振模式的二维电矢量分布,图 4 中的圆表示 PCF 横截面上的空气孔. 在方位角 $\theta = 0$ 时,图 4(b)中的电场只有 θ 分量,图 4(c)中的电场只有 r 分量,而方位角 $\theta = \pi/2$ 时,图 4(b)中的电场只有 r 分量,图 4(c)中的电场只有 θ 分量. 因此图 4 中(b)(c)所示的模式分别属于 $p = 4, p = 3$ 类型,在理论上这两个模式是简并的,它们的组合可以反映 PCF 的对称性,如图 4(a)所示的强度分布. 注意到基模的两个偏振模式的电矢量分布与阶跃光纤中的 HE₁₁ 模式相类似,我们称之为 HE₁₁ 模. 这两个模式的双折射(Δn)可以被认为是计算误差^[14]. 对于基模,计算误差在 10^{-7} 量级.

4.2. 二次模

在表 1 中第 3 到第 6 个模式的模式折射率非常接近,分别为 $1.43674688, 1.43637588, 1.43635241, 1.43622157$, 可以认为它们对应于标量近似的二次模. 图 5 给出了这 4 个模式的二维电矢量分布图. 按对称性分析,当 $\theta = 0$ 及 $\theta = \pi/6$ 时,模式 3, 模式 6

的横向电场分别只存在 θ 分量与 r 分量,它们分别属于 $p = 2, p = 1$. 此外它们的场分布具有 PCF 的 C_{6v} 对称性,因此是非简并的. 模式 3, 模式 6 与阶跃光纤中的 TE_{01}, TM_{01} 模类似,可以称之为 TE_{01}, TM_{01} 模. 另外两个模式 4, 5 按照对称性分析分别属于 $p = 5, p = 6$,它们组成简并对. 由其横向电场分布与

阶跃光纤的类似性,可以称之为 HE_{21} 模. 单个的模式 4 或 5 不具有 C_{6v} 对称性,而它们的组合应具有 PCF 的对称性,图 6 为 HE_{21} 模的强度分布,我们看到模场具有很好的六角对称性. 此外模式场的中心出现极小值,这是典型的二次模的特征. 由于 TE_{01}, TM_{01} 模的强度分布与 HE_{21} 模相似,这里就不再给出.

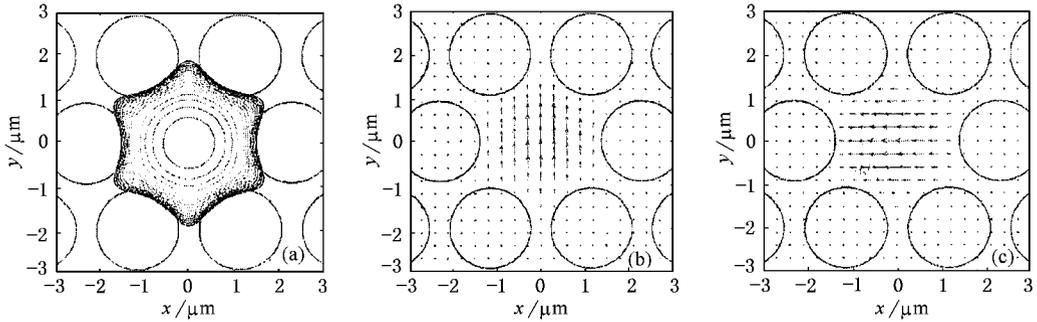


图 4 PCF 基模的强度分布(a)与简并的两个偏振模式的二维电矢量分布(b)(c).(a)中等高线间距为 2dB

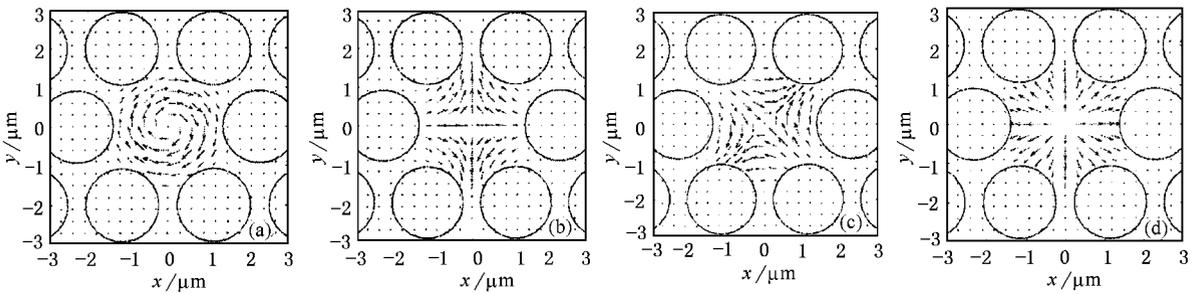


图 5 (a)–(d)为模式 3—6 的二维电矢量分布图

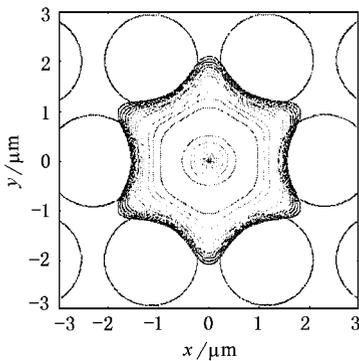


图 6 HE_{21} 模的强度分布,等高线间距为 2dB

4.3. 高阶模

图 7 为表 1 中的模式 7 到 14 的二维电矢量分布图. 按照模式的电矢量分布,其模式折射率,分

类,简并度及计算误差如表 1 所示. 表 1 中同时将其与阶跃光纤类似的命名列出. 我们发现模式 7 和模式 10 的电矢量分布与阶跃光纤中的 HE_{31} 模类似,但在理想的圆阶跃光纤中 HE_{31} 模是二重简并的,而在具有 C_{6v} 对称性的 PCF 中这两个模式是非简并的. 这是因为模式 7 和模式 10 都具有与 PCF 结构相同的对称性,导致 HE_{31} 模的简并被击破,分别将其称作 HE_{311} 模和 HE_{312} 模(表 1). 这一点从理论计算模式折射率也可以得到体现. 模式 7 和模式 10 的模式折射率差为 2.307674×10^{-3} ,这个值比计算误差(如模式 8 和模式 9 的模式折射率差 4.396536×10^{-5})大两个量级,不能看作是计算误差.

图 8 为非简并模 HE_{312} ,简并模 EH_{11}, HE_{12} 和 EH_{21} 的强度分布. 它们都具有反映 PCF 结构的六角对称性. 由于 HE_{311} 模的强度分布与 HE_{312} 模非常相似,这里就不再给出.

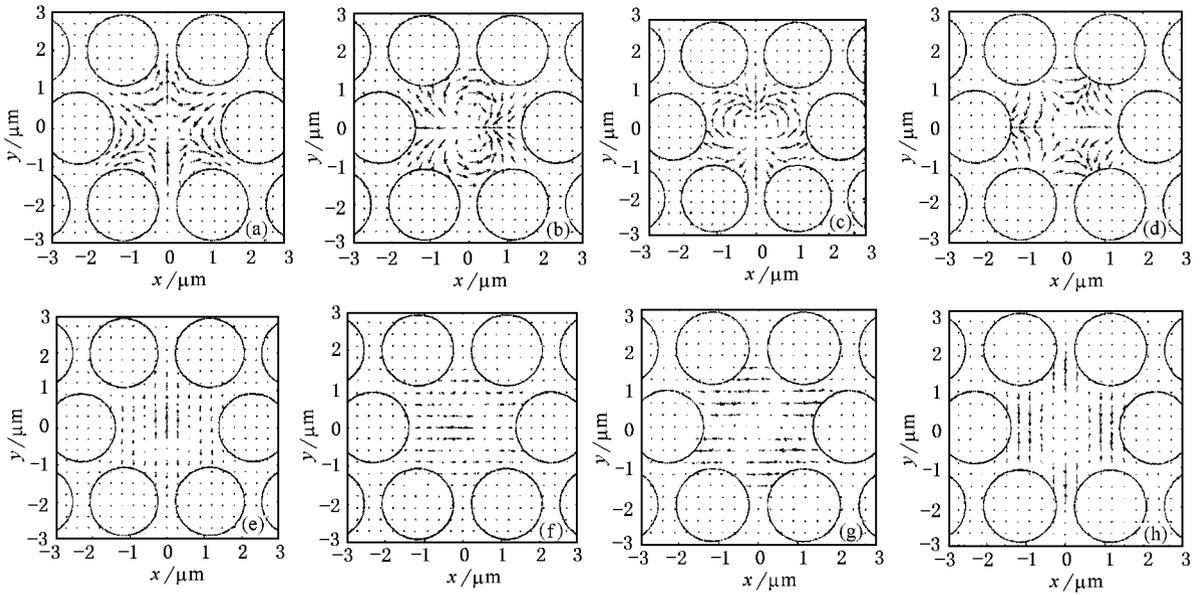


图 7 (a)–(h)为模式 7 到 14 的二维电矢量分布图

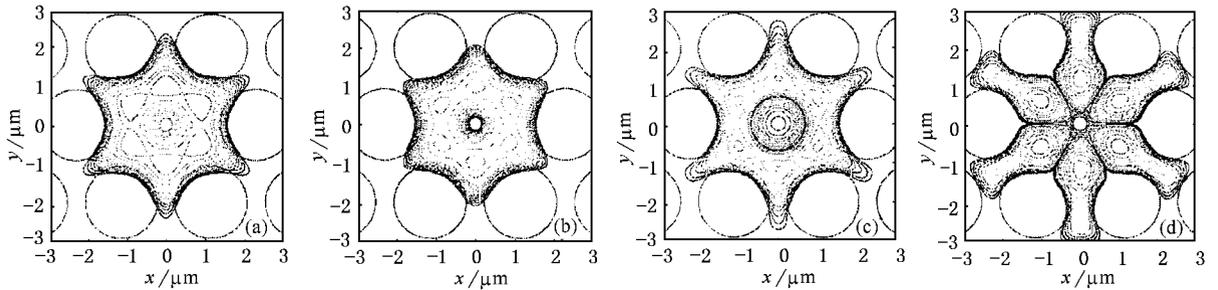


图 8 简并模 EH_{11} (a)、非简并模 HE_{312} (b) 及简并模 HE_{12} (c) 和 EH_{21} (d) 的强度分布. 等高线间距为 2dB

基于对称性分析,我们可以得到如果 PCF 中的高阶模具有能够反映 PCF 结构的对称性,则高阶模的简并将被击破,形成两个非简并模.例如在三角格子 PCF 中, HE_{31} 模或 $HE_{3m,n}$ 、 $EH_{3m,n}$ 模(其中 m, n 为整数)的简并将被击破,形成两个非简并模.实际上当我们选取的相对孔径更大,或波长更短时,PCF 中将出现更高次模.我们选取 PCF 的结构参数 $\Lambda = 2.3\mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.9$, 波长为 633nm 时,发现 EH_{31} 模式分裂为两个非简并模,限于篇幅不再详细讨论.

5. 结 论

本文应用光子晶体光纤的全矢量模型对 PCF

中模式的分类和简并进行了讨论.根据波导的对称性分析,按照均匀波导的最小波导扇面及相应的边界条件,将 PCF 中的模式分为 8 类.这些模式类型或能够反映 PCF 的对称性,是非简并的,或者组成简并对,此时它们的组合反映 PCF 的对称性.PCF 中的模式可以按照阶跃光纤的矢量模来命名,如果 PCF 中的组称高阶模的简并对具有能够反映 PCF 结构的对称性,则高阶模的简并将被击破,形成两个非简并模.例如在三角格子 PCF 中 $HE_{3m,n}$ 或 $EH_{3m,n}$ 模的简并将被击破,形成两个非简并模.

- [1] Night J C *et al* 1996 *Opt. Lett.* **21** 1547
- [2] Eggleton B J *et al* 1999 *Opt. Lett.* **24** 1460
- [3] Furusawa K *et al* 2001 *Opt. Exp.* **9** 714
- [4] Kakarantzas G *et al* 2003 *Opt. Lett.* **28** 158
- [5] Wadsworth W J *et al* 2003 *Opt. Exp.* **11** 48
- [6] Tajima K , Zhou J , Nakajima K and Sato K 2003 *OFC PDI*
- [7] Birks T A *et al* 1997 *Opt. Lett.* **22** 961
- [8] Johnson S G and Joannopoulos J D 2000 *Opt. Exp.* **8** 173
- [9] Fabrizio Fogli *et al* 2002 *Opt. Exp.* **10** 54
- [10] Monro T M *et al* 2000 *J. Lightwave Technol.* **18** 50
- [11] White T P *et al* 2002 *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 2322
- [12] Omenetto F G *et al* 2001 *Opt. Lett.* **26** 1158
- [13] Efimov A *et al* 2003 *Opt. Exp.* **11** 910
- [14] Wang Z *et al* 2003 *Opt. Exp.* **11** 980
- [15] Snyder A W 1983 *Optical waveguide theory*(New York : Chapman and Hall)
- [16] Ren G B *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 484(in Chinese)[任国斌等 2004 物理学报 **53** 484]
- [17] McIsaac P R 1975 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-23** 421

Study on mode degeneracy in photonic crystal fibers

Ren Guo-Bin^{1,2)†} Wang Zhi¹⁾ Lou Shu-Qin¹⁾ Jian Shui-Sheng¹⁾

¹⁾*(Institute of Lightwave Technology , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China)*

²⁾*(Physics and Technology College , Hebei University , Baoding 071002 , China)*

(Received 6 June 2003 ; revised manuscript received 31 October 2003)

Abstract

A novel full vector model is applied to analyze the photonic crystal fibers (PCF). From symmetry analysis of modes of a waveguide , we classify the modes of PCF into nondegenerate or degenerate pairs according to the minimum waveguide sectors and its appropriate boundary conditions . We present the modes of PCF that can be labeled by its step index fiber analogs . It is shown that these modes either exhibit the full waveguide symmetry and nondegenerate or occur in degenerate pairs that support this symmetry only in combination . The doublet of the degenerate pairs in which both have the same symmetry as PCF will be split into two nondegenerate modes .

Keywords : photonic crystal fiber , mode , degeneracy

PACC : 4280M , 4270Q , 4225B

[†]E-mail : guobin_ren@yahoo.com.cn.