

各向异性磁等离子体的辅助方程 FDTD 算法*

刘少斌^{1,2)} 莫锦军¹⁾ 袁乃昌¹⁾

¹⁾ 国防科学技术大学电子科学与工程学院,长沙 410073)

²⁾ 南昌大学数理学院,南昌 330029)

(2003 年 6 月 11 日收到)

通过对辅助方程的差分迭代,给出了一种新的各向异性磁化等离子体的辅助方程时域有限差分(FDTD)算法.并与电流密度卷积(JEC)算法进行了比较.通过计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数,验证了该算法的精度与 JEC 算法基本相同,而计算效率提高数倍.

关键词:色散介质,时域有限差分算法,各向异性,磁化等离子体

PACC: 5225, 5240, 5265

1. 引 言

时域有限差分(FDTD)算法是一种简单而有效的时域方法,几十年来已广泛地应用于各种介质的电磁仿真.近几年,出现了大量处理色散介质电磁仿真的 FDTD 算法文献,包括递推卷积(RC)法^[1-4]、辅助方程(ADE)法^[5-9]、Z 变换法^[10,11]、电流密度卷积(JEC)法^[12]、分段线性递推卷积(PLRC)法^[13]和最近笔者提出的分段线性电流密度递推卷积(PLJERC)算法^[14,18].然而,由于处理各向异性色散介质(如磁化等离子体)的复杂性,各向异性色散介质的 FDTD 算法并不是很多.其主要工作包括 Hunsberger 等人提出的推广的 RC 法^[15]、Young 提出的直接积分(DI)法^[16]和最近作者给出的 JEC 算法^[17].

本文通过对辅助方程的差分迭代,给出了各向异性磁化等离子体 ADE-FDTD 算法的公式.并与 JEC 算法进行了比较.通过计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数,验证了该算法的高效性和高精度.

2. 磁化等离子体 ADE-FDTD 算法

在各向异性色散介质碰撞磁化等离子体中,Maxwell 方程组和相关的联立方程为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \nu \mathbf{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{J}, \quad (3)$$

式中 \mathbf{E} 是电场强度, \mathbf{H} 是磁场强度, \mathbf{J} 是极化电流密度, ϵ_0, μ_0 分别是真空中的介电常数和磁导率, ν 是等离子体碰撞频率, ω_p^2 是等离子体角频率的平方, $\boldsymbol{\omega}_b = e\mathbf{B}_0/m$ 是电子回旋频率, \mathbf{B}_0 是外磁场, e, m 分别是电子的电量和质量.

设外磁场的方向为 $+z$ 轴,方程(3)可写为

$$\frac{dJ_x}{dt} + \nu J_x = \epsilon_0 \omega_p^2 E_x - \omega_b J_y, \quad (4)$$

$$\frac{dJ_y}{dt} + \nu J_y = \epsilon_0 \omega_p^2 E_y + \omega_b J_x, \quad (5)$$

由(4)和(5)式可以发现,电流密度的两个分量相互耦合.因此,电流密度两个分量的 FDTD 迭代方程必须同时求解.取电场 \mathbf{E} 值位于整数时间步,磁场 \mathbf{H} 和电流密度 \mathbf{J} 位于半个时间步.利用中心差分近似,离散(4)和(5)式,化简后得到电流密度 J_x, J_y 的迭代方程为

$$J_x^{n+1/2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\nu \Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_b \Delta t}{2}\right)^2} \times \left[1 - \left(\frac{\nu \Delta t}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_b \Delta t}{2}\right)^2 \right] J_x^{n-1/2}$$

* 国家重点基础研究项目(批准号:2002AA731181)及国防科技重点实验室基金项目(批准号:51483010301KG0102)资助的课题.

$$- \omega_b \Delta t J_y^{n-1/2} + \left(1 + \frac{\nu \Delta t}{2} - \frac{\omega_b \Delta t}{2} \right) E_x^n \Big], \tag{6}$$

$$J_y^{n+1/2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\nu \Delta t}{2} \right)^2 + \left(\frac{\omega_b \Delta t}{2} \right)^2} \times \left[1 - \left(\frac{\nu \Delta t}{2} \right)^2 - \left(\frac{\omega_b \Delta t}{2} \right)^2 J_y^{n-1/2} + \omega_b \Delta t J_x^{n-1/2} + \left(1 + \frac{\nu \Delta t}{2} + \frac{\omega_b \Delta t}{2} \right) E_y^n \right], \tag{7}$$

方程 (1) 差分后得电场的迭代方程为

$$E_x^{n+1} = E_x^n - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta z} (H_y^{n+1/2} - H_y^{n-1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J_x^{n+1/2}, \tag{8}$$

$$E_y^{n+1} = E_y^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta z} (H_x^{n+1/2} - H_x^{n-1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J_y^{n+1/2}, \tag{9}$$

磁场 H 的迭代方程与自由空间的方程完全相同。

3. 算法的有效性和精度

为了检验上述算法的正确性,我们计算了 1.5cm 厚磁化碰撞等离子体平板对垂直入射电磁波的反射和透射系数.入射电磁波为高斯脉冲的导数,峰值频率为 50GHz,100GHz 时下降 10dB.

计算时,FDTD 的计算空间为 6cm,磁化等离子体占据 2.25—3.75cm 的区域,其余为真空.计算空间步长为 75 μ m,时间步长为 0.125ps.因此,计算空间分为 800 个计算网格,两端 PML 吸收边界各 5 个网格,等离子体占中间 200 个网格,其余为真空.模拟的时间步为 10000 步.

等离子体的参数为

$$\omega_p = 2\pi \times 28.7 \times 10^9 \text{ rad/s}, \tag{10}$$

$$\omega_b = 1.0 \times 10^{11} \text{ rad/s}, \tag{11}$$

$$\nu = 20 \times 10^9 \text{ rad/s}. \tag{12}$$

单位取 rad/s 是为了数值计算时方便.

图 1 至图 4 分别给出用 ADE-FDTD 算法、JEC-FDTD 算法计算的 1.5cm 厚磁化等离子体平板的反射和透射系数,并与解析结果进行比较.图 1 和图 2 分别为右旋极化(RCP)波和左旋极化(LCP)波的反射系数,图 3 和图 4 分别为 RCP 波和 LCP 波的透射

系数.

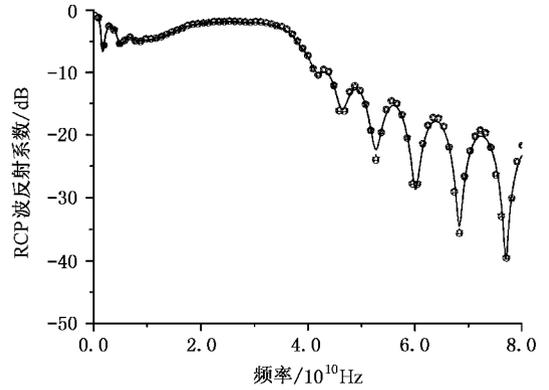


图 1 RCP 波的反射系数 ○为 ADE-FDTD 算法 ◇为 JEC-FDTD 算法 —为解析法

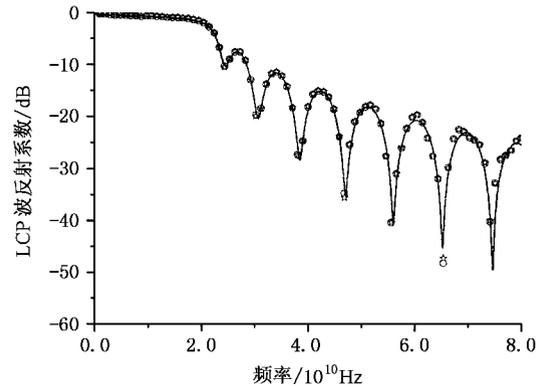


图 2 LCP 波的反射系数 图注同图 1

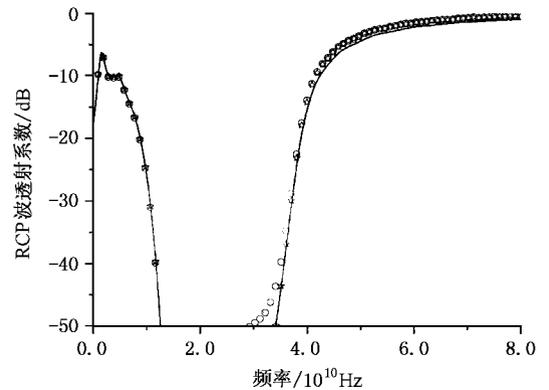


图 3 RCP 波的透射系数 图注同图 1

结果显示 ADE-FDTD 算法的精度与 JEC-FDTD 算法基本相同,仅当 RCP 波的频率接近磁化等离子体的阻带时,RCP 波的透射系数存在较大误差.在计算效率方面,由于 ADE-FDTD 算法不需要计算指数

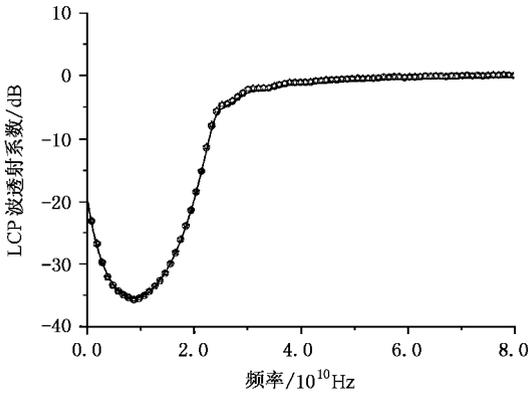


图4 LCP波的透射系数 图注同图1

函数,其计算效率大幅提高.以本文1.5cm厚磁化等离子体平板为例,在P4计算机(1.7GHz)上,ADE-FDTD算法耗时7s,JEC-FDTD算法耗时14s.计算效

率提高一倍.而当磁化等离子体的厚度变宽时,这种计算效率的优势就更加明显.例如,3cm厚时,计算时间分别为8和23s;4.5cm厚时,计算时间分别为9和31s.

4. 结 论

本文给出各向异性磁化等离子体色散介质的ADE-FDTD算法.通过对辅助方程的差分迭代,给出了这种新的各向异性磁化等离子体的辅助方程FDTD算法的计算公式.通过计算磁化等离子体平板对平行于磁场传播的电磁波的反射和透射系数,并与JEC算法进行比较,验证了该算法的精度与JEC算法基本相同,而计算效率提高一倍以上.特别是,当磁化等离子体的厚度较宽时,这种计算效率的优势就更加明显.

- [1] Luebbers R J, Hunsberger F, Kunz K S, Standler R and Schneier M 1990 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **32** 222
- [2] Luebbers R J, Hunsberger F and Kunz K S 1991 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39** 29
- [3] Luebbers R and Hunsberger F 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1297
- [4] Siushansian R and Lovetri J 1995 *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **5** 426
- [5] Kashiwa T, Yoshida N Y and Fukai I 1988 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **36** 1096
- [6] Nickisch L J and Franke P M 1992 *IEEE Antennas Propagat. Mag.* **34** 33
- [7] Gandhi O P, Gao B Q and Chen T Y 1993 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **41** 658
- [8] Okoniewski M, Mrozowski M and Studhly M A 1997 *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **7** 121
- [9] Takayama Y and Klaus W 2002 *IEEE Microwave Wireless*

Components Lett. **12** 102

- [10] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1223
- [11] Pereda J A, Vegas A and Prieto A 2002 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **50** 1689
- [12] Chen Q, Katsurai M and Aoyagi P H 1998 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **46** 1739
- [13] Kelley D F and Luebbers R J 1996 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **44** 792
- [14] Liu S B, Yuan N C and Mo J J 2003 *IEEE Microwave Wireless Components Lett.* **13** 187
- [15] Hunsberger F, Luebbers R and Kunz K 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1489
- [16] Young J L 1994 *Radio Sci.* **29** 1513
- [17] Liu S B, Mo J J and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 783 [刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 783]
- [18] Liu S B, Mo J J and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 [in Chinese] [刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778]

An auxiliary differential equation FDTD method for anisotropic magnetized plasmas^{*}

Liu Shao-Bin^{1,2)} Mo Jin-Jun¹⁾ Yuan Nai-Chang¹⁾

¹⁾*Institute of Electronic Science and Engineering ,
National University of Defense Technology ,Changsha 410073 , China)*

²⁾*Institute of Mathematics and Physics , Nanchang University , Nanchang 330029 , China)*

(Received 11 June 2003)

Abstract

An auxiliary differential equation finite-difference time-domain (ADE-FDTD) methodology for anisotropic magnetized plasmas is derived. The method is based on a difference approximation of the auxiliary differential equation. A comparison with the JEC method is included. The CPU time saving by several times and accuracy of the method are confirmed by computing the reflection and transmission through a magnetized plasma layer , with the direction of propagation parallel to the direction of the biasing field.

Keywords : dispersive media , FDTD methods , anisotropy , magnetized plasma

PACC : 5225 , 5240 , 5265

^{*} Project supported by the State Key Program of Basic Research of China(Grant No. 2002AA731181) , and the National Defense Research Foundation of China(Grant No. 51483010301KG0102).