

通用标量混沌信号同步系统及其控制器的 backstepping 设计*

高金峰 梁占红

(郑州大学电气工程学院, 郑州 450002)

(2003 年 10 月 13 日收到, 2003 年 11 月 18 日收到修改稿)

以寻求通用标量混沌信号同步系统为目标, 虚拟控制项加权为变量的严格反馈形式变参数系统为对象, 采用带有调谐函数的自适应 backstepping 设计方法, 设计了反馈控制器和相应的参数自适应律. 采用所给控制器和参数自适应律, 可以使通用系统的输出渐近同步于任意已知结构混沌系统的输出. 理论与计算机仿真结果均证实了通用标量混沌信号同步系统及其控制器的有效性.

关键词: 混沌, 严格反馈, backstepping 设计, 自适应控制

PACC: 0545

1. 引 言

10 多年来, 混沌同步与控制问题的研究一直受到各个学科领域研究人员的重视, 并取得了大量的研究成果. 针对同步与控制对象的不同, 已提出多种有效的同步与控制混沌的方案, 例如基于参数微扰控制的 OGY 方法^[1]、偶然正比反馈技术^[2,3]及基于传统或改进的自适应控制方法^[4-6]等.

随着混沌理论研究的深入, 在各种实际或构造的系统中发现了混沌现象. 面对实际中各种产生混沌的系统, 能否寻求一个通用的系统结构及系统化的控制器设计方法, 使通用系统在控制器的控制下, 同步于任意混沌系统的输出一直是所期望的.

文献 [7] 针对虚拟控制项加权为 1 的一类参数未知系统给出了采用自适应 backstepping 方法^[8]构造的控制器, 实现了混沌同步控制.

为实现构造通用标量混沌信号同步系统的目标, 本文进一步以虚拟控制项加权为变量的严格反馈形式变参数系统为对象, 将带有调谐函数的自适应 backstepping 设计方法^[9]应用于控制器设计. 所获得的控制器, 可以使通用系统的输出渐近追踪任意连续混沌系统的输出, 并且通用系统的状态、控制器和估计参数均有界. 理论分析和计算机模拟结果均

证明了通用同步系统、控制器及设计方法的有效性.

2. 问题描述

取虚拟控制项加权为变量的严格反馈形式变参数系统^[7]

$$\dot{x}_i = \gamma_i g_i(\bar{x}_i, t) x_{i+1} + \theta^T F_i(\bar{x}_i, t) + f_i(\bar{x}_i, t) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

$$\dot{x}_n = g_n(\bar{x}_n, t) u + \theta^T F_n(\bar{x}_n, t) + f_n(\bar{x}_n, t),$$
$$y = x_1,$$

(1)

式中,

$$\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

$$\bar{x}_n = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$$

是系统的状态, $u, y \in R$ 分别是系统的控制输入和输出; $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 为系统虚拟控制项加权变量, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p] \in R^p$ 是可以调节变化的系统参数; $g_i(\cdot) \neq 0, F_i(\cdot) \in R^p, f_i(\cdot) \forall i = 1, 2, \dots, n-1$ 是已知可选择的光滑非线性函数, $g_n(\cdot) \neq 0, F_n(\cdot) \in R^p, f_n(\cdot)$ 也是已知可选择连续的非线性函数.

若进一步设 $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n-1}]^T, G_1 = [g_1, 0, \dots, 0]^T, G_2 = [0, g_2, \dots, 0]^T, \dots, G_{n-1} = [0, 0, \dots,$

* 河南省杰出青年科学基金(批准号 0112001600)资助的课题.

g_{n-1}] 则 (1) 式可以写成

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \gamma^T G_i x_{i+1} + \theta^T F_i + f_i \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \\ \dot{x}_n &= g_n u + \theta^T F_n + f_n, \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (2)$$

设已知结构的任意混沌系统具有下述形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_r, t) \quad (1 \leq i \leq m, m \geq n), \\ y_r &= h(x_r), \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $x_r = [x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rm}]^T \in R^m$ 是系统的状态, $f_i(x_r, t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 是已知光滑的非线性函数, $y_r = h(x_r)$ 是系统的标量输出, 它可以是系统的一个状态或多个状态的线性组合.

问题的核心是如何设计 (2) 式中的状态反馈控制器 u 和相应的参数自适应律, 使系统 (2) 的输出 y 大范围渐近同步于已知任意混沌系统 (3) 的输出 y_r , 即有下式成立:

$$|y(t) - y_r(t)| \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty. \quad (4)$$

显然, 若有 (4) 式成立, 就获得了一个“通用”的标准化系统的输出, 在适当的参数自适应律及控制器 u 的控制下, 能同步于已知任意混沌系统的任意输出.

3. 控制器与参数自适应律的 backstepping 设计方法

backstepping 设计方法是过去 10 多年来非线性自适应控制中最常用的控制器设计方法之一. 文献 [7] 使用自适应 backstepping 设计方法对虚拟控制项加权为 1 的一类参数未知系统进行了控制器设计. 由于系统 (2) 中虚拟控制项加权为变量, 因此更具一般性, 提升了系统 (2) 的通用性.

通常情况下针对维数为 n 的系统 (2), 实现 (4) 式目标的参数自适应律及控制器 u 的 backstepping 设计过程共有 n 个步骤. 为简单起见, 本文以 $n = 3$ 的系统 (2) 和 $m \geq 3$ 时的已知结构混沌系统 (3) 为例, 详细说明设计过程.

第 1 步. 定义 $w_1 = y - y_r$, 即 $w_1 = x_1 - y_r$, 则它的导数为

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= \hat{\gamma}^T G_1 w_2 + \hat{\gamma}^T G_1 \alpha_1 + \hat{\theta}^T F_{1s} + f_{1s} \\ &\quad + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{1s} + (\theta - \hat{\theta})^T F_{1s}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\hat{\gamma}$ 和 $\hat{\theta}$ 分别是参数 γ 和 θ 的估计值, $w_2 = x_2 - x_{r2} - \alpha_1$, α_1 是待定的虚拟控制作用,

$$G_{1s} = G_1 x_2,$$

$$F_{1s} = F_1,$$

$$f_{1s} = f_1 - \sum_{k=1}^m \frac{\partial h}{\partial x_{rk}} f_{rk} + \hat{\gamma}^T G_1 x_{r2}.$$

选取候选的 Lyapunov 函数 V_1 为

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} w_1^2 + \frac{1}{2} (\gamma - \hat{\gamma})^T \Gamma_\gamma^{-1} (\gamma - \hat{\gamma}) + \frac{1}{2} (\theta - \hat{\theta})^T \\ &\quad \times \Gamma_\theta^{-1} (\theta - \hat{\theta}), \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\Gamma_\gamma = \Gamma_\gamma^T > 0$ 和 $\Gamma_\theta = \Gamma_\theta^T > 0$ 是自适应增益矩阵. 那么, V_1 沿 (5) 式对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \hat{\gamma}^T G_1 w_1 w_2 + w_1 (\hat{\gamma}^T G_1 \alpha_1 + \hat{\theta}^T F_{1s} + f_{1s}) \\ &\quad + (\gamma - \hat{\gamma})^T \Gamma_\gamma^{-1} (\Gamma_\gamma G_{1s} w_1 - \dot{\hat{\gamma}}) + (\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_\theta^{-1} \\ &\quad \times (\Gamma_\theta F_{1s} w_1 - \dot{\hat{\theta}}). \end{aligned} \quad (7)$$

定义 $\hat{\gamma}$ 的调谐函数为 $\tau_{\gamma 1} = \Gamma_\gamma G_{1s} w_1$, $\hat{\theta}$ 的调谐函数为 $\tau_{\theta 1} = \Gamma_\theta F_{1s} w_1$. 选取 α_1 为

$$\alpha_1 = -\frac{1}{\hat{\gamma}^T G_1} (c_1 w_1 + \hat{\theta}^T F_{1s} + f_{1s}), \quad (8)$$

其中 $c_1 > 0$ 是一个常数. 将 (8) 式代入 (7) 式, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 w_1^2 + \hat{\gamma}^T G_1 w_1 w_2 + (\gamma - \hat{\gamma})^T \Gamma_\gamma^{-1} (\tau_{\gamma 1} - \dot{\hat{\gamma}}) \\ &\quad + (\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_\theta^{-1} (\tau_{\theta 1} - \dot{\hat{\theta}}). \end{aligned} \quad (9)$$

考虑到全局稳定性, 耦合项 $\hat{\gamma}^T G_1 w_1 w_2$ 将在下一步中消去. 将 (8) 式代入 (5) 式, 得到 (5) 式的闭环形式为

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -c_1 w_1 + \hat{\gamma}^T G_1 w_2 + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{1s} \\ &\quad + (\theta - \hat{\theta})^T F_{1s}. \end{aligned} \quad (10)$$

第 2 步. w_2 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{w}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_{r2} - \dot{\alpha}_1 \\ &= \hat{\gamma}^T G_2 w_3 + \hat{\gamma}^T G_2 \alpha_2 + \hat{\theta}^T F_{2s} + f_{2s} \\ &\quad + \frac{\partial \alpha_{1-1}}{\partial \hat{\gamma}} (\tau_{\gamma 1} - \dot{\hat{\gamma}}) + \frac{\partial \alpha_{1-1}}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{\theta 1} - \dot{\hat{\theta}}) \\ &\quad + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{2s} + (\theta - \hat{\theta})^T F_{2s}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $w_3 = x_3 - x_{r3} - \alpha_2$, α_2 是待定的虚拟控制作用,

$$G_{2s} = G_2 x_3 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} G_1 x_2,$$

$$F_{2s} = F_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} F_1,$$

$$\begin{aligned} f_{2s} &= f_2 - f_{r2} + \hat{\gamma}^T G_2 x_{r3} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (\hat{\gamma}^T G_1 x_2 \\ &\quad + f_{1s}) - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_{rk}} f_{rk} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \tau_{r2} \\ &\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \tau_{\theta 2} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t}. \end{aligned}$$

选取候选的 Lyapunov 函数 V_2 为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} w_2^2, \quad (12)$$

那么, V_2 沿着 (11) 式对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 w_1^2 + \hat{\gamma}^T G_2 w_2 w_3 + w_2 (\hat{\gamma}^T G_1 w_1 + \hat{\gamma}^T G_2 \alpha_2 \\ & + \hat{\theta}^T F_{2s} + f_{2s}) + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} (\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}}) + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \\ & \times (\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}}) + (\gamma - \hat{\gamma})^T \Gamma_\gamma^{-1} (\tau_{y1} + \Gamma_\gamma G_{2s} w_2 - \dot{\hat{\gamma}}) \\ & + (\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_\theta^{-1} (\tau_{\theta 1} + \Gamma_\theta F_{2s} w_2 - \dot{\hat{\theta}}). \end{aligned} \quad (13)$$

定义 $\hat{\gamma}$ 的调谐函数为 $\tau_{y2} = \tau_{y1} + \Gamma_\gamma G_{2s} w_2$, $\hat{\theta}$ 的调谐函数为 $\tau_{\theta 2} = \tau_{\theta 1} + \Gamma_\theta F_{2s} w_2$ 选取 α_2 为

$$\alpha_2 = \frac{1}{\hat{\gamma}^T G_2} (c_2 w_2 + \hat{\gamma}^T G_1 w_1 + \hat{\theta}^T F_{2s} + f_{2s}), \quad (14)$$

其中, $c_2 > 0$ 是一个常数. 将 (14) 式代入 (13) 式, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 w_1^2 - c_2 w_2^2 + \hat{\gamma}^T G_2 w_2 w_3 + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \\ & \times (\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}}) + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}}) + (\gamma - \hat{\gamma})^T \Gamma_\gamma^{-1} \\ & \times (\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}}) + (\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_\theta^{-1} (\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}}), \end{aligned} \quad (15)$$

式中, 耦合项 $\hat{\gamma}^T G_2 w_2 w_3$ 将在下一步中消去. 将 (14) 式代入 (11) 式, 得到 (11) 式的闭环形式为

$$\begin{aligned} \dot{w}_2 = & -c_2 w_1 - \hat{\gamma}^T G_1 w_1 + \hat{\gamma}^T G_2 w_3 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \\ & \times (\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}}) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}}) + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{2s} \\ & + (\theta - \hat{\theta})^T F_{2s}. \end{aligned} \quad (16)$$

第 3 步, w_3 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{w}_3 = & \dot{x}_3 - \dot{x}_{r3} - \dot{\alpha}_2 \\ & = g_3 u + \hat{\theta}^T F_{3s} + f_{3s} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\gamma}} (\tau_{y3} - \dot{\hat{\gamma}}) \\ & + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{\theta 3} - \dot{\hat{\theta}}) + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{3s} \\ & + (\theta - \hat{\theta})^T F_{3s}, \end{aligned} \quad (17)$$

式中,

$$G_{3s} = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} G_1 x_2 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} G_2 x_3,$$

$$F_{3s} = F_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} F_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} F_2,$$

$$\begin{aligned} f_{3s} = & f_3 - f_{r3} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (\hat{\gamma}^T G_1 x_2 + f_1) \\ & - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (\hat{\gamma}^T G_2 x_3 + f_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_{rk}} f_{rk} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\gamma}} \tau_{r3} \\ & - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \tau_{\theta 3} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial t}. \end{aligned}$$

选取候选的 Lyapunov 函数 V_3 为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} w_3^2, \quad (18)$$

那么, V_3 沿 (17) 式对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & - \sum_{k=1}^2 c_k w_k^2 + \hat{\gamma}^T G_2 w_2 w_3 + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} (\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}}) \\ & + w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}}) + w_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\gamma}} (\tau_{y3} - \dot{\hat{\gamma}}) + w_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \\ & \times (\tau_{\theta 3} - \dot{\hat{\theta}}) + w_3 (\hat{\gamma}^T G_2 w_2 + g_3 u + \hat{\theta}^T F_{3s} + f_{3s}) \\ & + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{3s} w_3 + (\theta - \hat{\theta})^T F_{3s} w_3. \end{aligned} \quad (19)$$

选择参数自适应律为

$$\dot{\hat{\gamma}} = \tau_{y3} = \tau_{y2} + \Gamma_\gamma G_{3s} w_3, \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \tau_{\theta 3} = \tau_{\theta 2} + \Gamma_\theta F_{3s} w_3,$$

则可以消除 (19) 式中的 $(\gamma - \hat{\gamma})$ 和 $(\theta - \hat{\theta})$ 项. 又由于

$$\tau_{y2} - \dot{\hat{\gamma}} = \tau_{y2} - \tau_{y3} = -\Gamma_\gamma G_{3s} w_3,$$

$$\tau_{\theta 2} - \dot{\hat{\theta}} = \tau_{\theta 2} - \tau_{\theta 3} = -\Gamma_\theta F_{3s} w_3,$$

所以 (19) 式又可以写成

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -c_1 w_1^2 - c_2 w_2^2 + \left(w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} + w_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\gamma}} \right) \\ & \times (\tau_{y3} - \dot{\hat{\gamma}}) + \left(w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} + w_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \right) (\tau_{\theta 3} - \dot{\hat{\theta}}) \\ & + w_3 \left(\hat{\gamma}^T G_2 w_2 + g_3 u + \hat{\theta}^T F_{3s} + f_{3s} \right. \\ & \left. - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \Gamma_\gamma G_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma_\theta F_{3s} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

选取控制器 u 为

$$\begin{aligned} u = & \frac{1}{g_3} \left(c_3 w_3 + \hat{\gamma}^T G_2 w_2 + \hat{\theta}^T F_{3s} + f_{3s} \right. \\ & \left. - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \Gamma_\gamma G_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma_\theta F_{3s} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

将 (20) 式和 (22) 式代入 (21) 式, 可以得到 \dot{V}_3 为

$$\dot{V}_3 = - \sum_{k=1}^3 c_k w_k^2. \quad (23)$$

将 (22) 式代入 (17) 式, 可以得到 (17) 式的闭环形式为

$$\begin{aligned} \dot{w}_3 = & -c_3 w_3 - \hat{\gamma}^T G_2 w_2 + (\gamma - \hat{\gamma})^T G_{3s} + (\theta - \hat{\theta})^T \\ & \times F_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \Gamma_\gamma G_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma_\theta F_{3s}. \end{aligned} \quad (24)$$

定理 1 以(2)(3)式为基础的系统,在(20)式参数自适应律及(22)式控制器的控制下,无论 $w, \hat{\gamma}$ 及 $\hat{\theta}$ 的初值取何值,总有 $\lim_{t \rightarrow \infty} w = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\gamma} = \gamma_0, \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta_0$,且状态 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 控制器 u 有界, γ_0 和 θ_0 为常向量.

证 以 (w_1, w_2, \dots, w_n) 为变量的系统对应于由(2)(3)式、参数自适应律(20)式及控制器(22)式构成的闭环自适应系统,它沿(17)式的 Lyapunov 函数(18)式的导数是(23)式,此即证明了平衡点 $w = 0$ 是大范围渐近稳定的.

结合(20)和(23)式,可以得出 $\hat{\gamma}$ 和 $\hat{\theta}$ 有界.由于 $w_1 = x_1 - y_r$,而 $y_r = h(x_r)$ 有界,所以 x_1 有界.又由于 α_{i-1} 和 x_{i-1} 有界,而 $x_i = w_i + x_{i-1} + \alpha_{i-1}$ ($i = 2, 3$),所以 x_i 有界.由(22)式可知,控制器 u 也是有界的.

由 LaSalle-Yoshizawa 定理^[10]可知,当 $t \rightarrow \infty$ 时,系统 (w_1, w_2, \dots, w_n) 的所有解收敛到流形 $w = 0$.

定理 2 存在一个通用的虚拟控制项加权为变量的严格反馈形式变参数系统(2)的标量输出 y ,在(20)式的参数自适应律及(22)式控制器的控制下,能够同步于任意已知结构混沌系统的任意标量输出 y_r ,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y - y_r] = 0. \quad (25)$$

证 由于 $w_1 = y - y_r$,所以当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $y(t) - y_r(t) \rightarrow 0$.

定理得证.

注 1 如果加权矢量 γ 的维数为 1,即 $\gamma = [\gamma_1]$ 则

$$G_1 = [g_1] \in R,$$

$$G_{2s} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} g_1 x_2,$$

$$f_{2s} = f_2 - f_{r2} + g_2 x_{r3} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (\hat{\gamma}_1 g_1 x_2 + f_1) - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_{rk}} f_{rk} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \tau_{r2} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \tau_{\theta 2} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t},$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2} (c_2 w_2 + \hat{\gamma}_1 g_1 w_1 + \hat{\theta}^T F_{2s} + f_{2s}),$$

$$G_{3s} = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} g_1 x_2,$$

$$f_{3s} = f_3 - f_{r3} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (\hat{\gamma}_1 g_1 x_2 + f_1)$$

$$- \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (g_2 x_3 + f_2) - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_{rk}} f_{rk} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\gamma}} \tau_{r3}$$

$$- \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \tau_{\theta 3} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial t},$$

$$u = \frac{1}{g_3} (c_3 w_3 + g_2 w_2 + \hat{\theta}^T F_{3s} + f_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\gamma}} \Gamma_\gamma G_{3s} - w_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma_\theta F_{3s}).$$

注 2 在通用系统(2)中,仅规定了 γ 和 θ 的未知性、可调节性及关于虚拟控制项和非线性函数的线性性,并没有涉及(2)式中非线性函数也是未知的情况.这一特点可以使“通用”系统的设计者自由地预先确定虚拟控制项和非线性函数的形式.

注 3 定理 2 说明,可以使用一个具有严格反馈形式的混沌系统的一个标量输出,在控制器及自适应律的作用下,同步所有混沌系统的标量输出.

4. 计算机仿真结果

选择受控的 Chua 氏电路作为“通用”标准化系统,分别针对混沌 Lorenz 系统和混沌 Rossler 系统进行了计算机仿真研究.

Chua 氏电路的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \alpha(z_2 - h(z_1)), \\ \dot{z}_2 &= z_1 - z_2 + z_3, \\ \dot{z}_3 &= -\beta z_2, \end{aligned} \quad (26)$$

式中, h 是一个分段线性函数

$$h(z_1) = m_1 z_1 + \frac{1}{2} (m_0 - m_1) (|z_1 + 1| - |z_1 - 1|). \quad (27)$$

这里 α, β, m_0, m_1 是系统参数.当 $\alpha = 9, \beta = 100/7, m_0 = -1/7, m_1 = 2/7$ 时,Chua 氏电路出现混沌.如果令 $x_1 = z_3, x_2 = z_2, x_3 = z_1$ 和 $\gamma_1 = \beta, \theta_1 = \alpha, \theta_2 = \alpha m_1, \theta_3 = \frac{1}{2} \alpha (m_0 - m_1)$,那么,Chua 氏电路就可以

写成下面的严格反馈形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\gamma_1 x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3 + x_1 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= u + \theta_1 x_2 - \theta_2 x_3 - \theta_3 (|x_3 + 1| - |x_3 - 1|), \end{aligned} \quad (28)$$

式中, u 是一个馈入的状态反馈控制器.那么,就可以选择(28)式作为“通用”的标准化系统.

4.1. 同步混沌 Lorenz 系统

给定混沌 Lorenz 系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_{r1} &= 10(x_{r2} - x_{r1}), \\ \dot{x}_{r2} &= -x_{r1}x_{r3} + 28x_{r1} - x_{r2}, \\ \dot{x}_{r3} &= x_{r1}x_{r2} - (8/3)x_{r3}, \end{aligned} \quad (29)$$

选择状态 x_{r1} 作为输出. 那么, 在 (20) 式的参数自适应律和 (22) 式控制器的控制下 (28) 式的状态 x_1 大范围渐近同步于 (29) 式的状态 x_{r1} . 选择控制器 (22) 式的参数为 $c_1 = 2, c_2 = 2, c_3 = 2, \Gamma_\gamma = \text{diag}\{0.02\}, \Gamma_\theta = \text{diag}\{0.05, 0.002, 0.001\}$. 选择初始条件为 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = -1$ 和 $x_{r1}(0) = -1, x_{r2}(0) = 0, x_{r3}(0) = 1$. 在 $t = 5$ 时加上控制器 u . 仿真结果如图 1—图 5 所示.

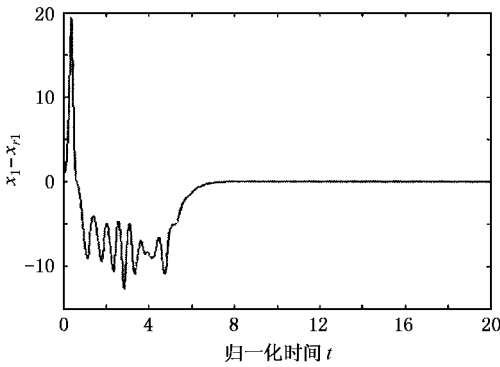


图 1 Lorenz 系统 $(x_1 - x_{r1}) - t$ 关系曲线

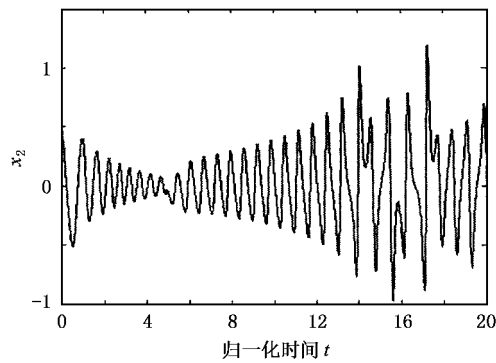


图 2 Lorenz 系统状态 x_2 的有界性

如图 1 所示 (28) 式的输出 $y = x_1$ 大范围渐近同步于 (29) 式的输出 $y_r = x_{r1}$. 同时 (28) 式的状态 x_2 和 x_3 、控制器 u 及估计参数 $\hat{\gamma}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 和 $\hat{\theta}_3$ 均有界, 分别如图 2—图 5 所示.

从仿真结果中还可以看出, 在通用系统的输出 y 同步于 y_r 的同时, 系统的另外两个状态也处于混沌状态. 当然本文设计的控制器不能保证通用系统除输出 y 以外的状态与已知结构混沌系统 (3) 之间

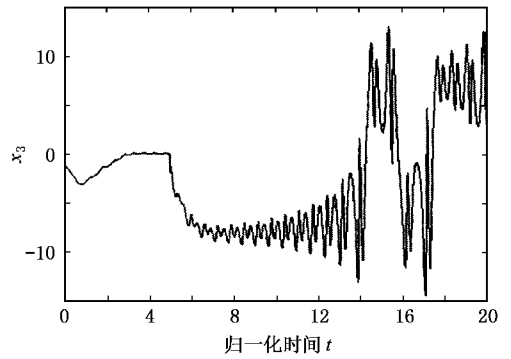


图 3 Lorenz 系统状态 x_3 的有界性

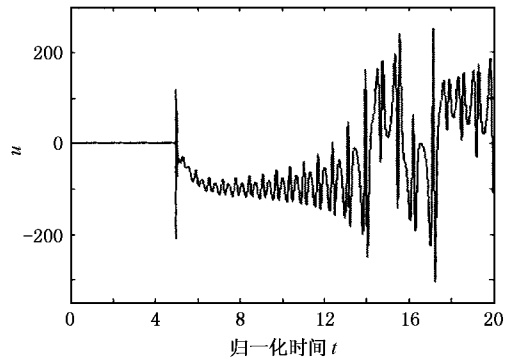


图 4 Lorenz 系统控制器 u 的有界性

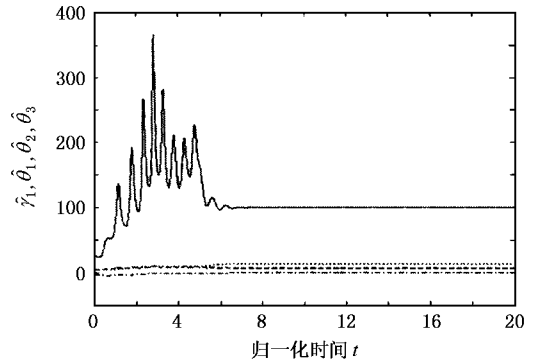


图 5 Lorenz 系统估计参数 $\hat{\gamma}_1$ (实线)、 $\hat{\theta}_1$ (虚线)、 $\hat{\theta}_2$ (点线) 和 $\hat{\theta}_3$ (点划线) 的有界性

的状态同步或有某种关系.

4.2. 同步混沌 Rossler 系统

给定混沌 Rossler 系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_{r1} &= -x_{r2} - x_{r3}, \\ \dot{x}_{r2} &= x_{r1} + 0.2x_{r2}, \\ \dot{x}_{r3} &= 0.2 + x_{r1}x_{r3} - 5.7x_{r3}, \end{aligned} \quad (30)$$

选择状态 x_{r1} 作为输出. 那么, 在 (20) 式的参数自适应

应律和 (22) 式控制器的控制下 (28) 式的状态 x_1 大范围渐近同步于 (30) 式的状态 x_{r1} . 选择控制器 (22) 式的参数为 $c_1 = 4, c_2 = 4, c_3 = 4, \Gamma_\gamma = \text{diag}\{0.45\}, \Gamma_\theta = \text{diag}\{1.85, 0.0065, 0.0044\}$. 选择初始条件为 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = -1$ 和 $x_{r1}(0) = 0.1, x_{r2}(0) = 0.1, x_{r3}(0) = 0.1$. 在 $t = 5$ 时加上控制器 u . 仿真结果如图 6—图 10 所示.

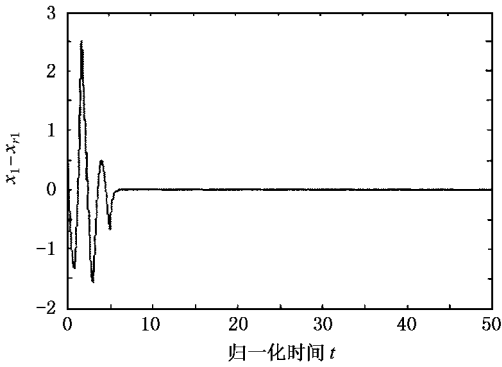


图 6 Rossler 系统 $(x_1 - x_{r1}) - t$ 关系曲线

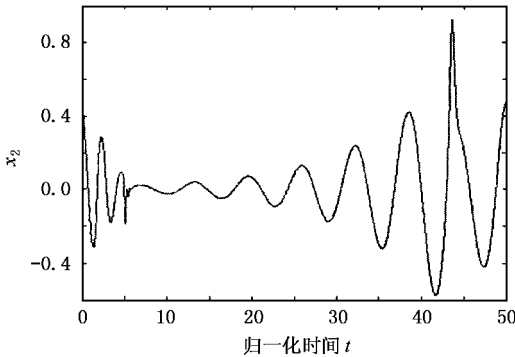


图 7 Rossler 系统状态 x_2 的有界性

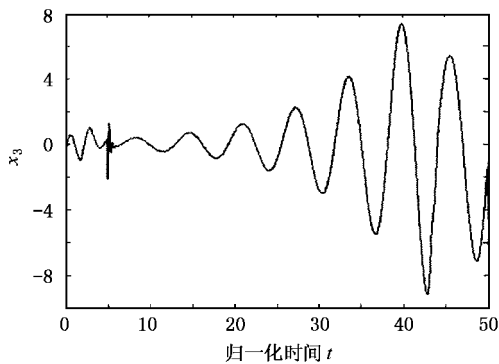


图 8 Rossler 系统状态 x_3 的有界性

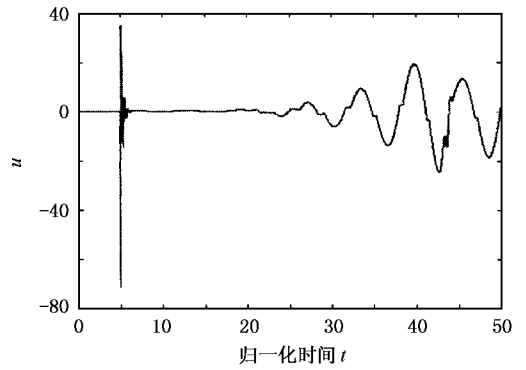


图 9 Rossler 系统控制器 u 的有界性

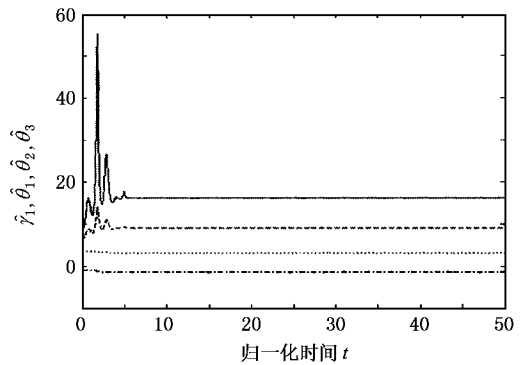


图 10 Rossler 系统估计参数 $\hat{\gamma}_1$ (实线) $\hat{\theta}_1$ (虚线) $\hat{\theta}_2$ (点线) 和 $\hat{\theta}_3$ (点划线) 的有界性

如图 6 所示 (28) 式的输出 $y = x_1$ 大范围渐近同步于 (30) 式的输出 $y_r = x_{r1}$. 同时 (28) 式的状态 x_2 和 x_3 , 控制器 u 及估计参数 $\hat{\gamma}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 和 $\hat{\theta}_3$ 均有界, 分别如图 7—图 10 所示.

5. 结 论

寻求通用标量混沌信号同步系统, 在控制器的控制下使其输出同步于任意已知标量混沌信号一直是混沌同步控制研究的重要问题, 本文以虚拟控制项加权为变量的严格反馈形式变参数系统为对象, 采用带有调谐函数的自适应 backstepping 设计方法, 提出了一种解决问题的方案. 理论分析表明, 采用本文所给控制器和参数自适应律, 可以使通用系统的输出渐近同步于任意已知结构混沌系统的输出. 计算机仿真结果进一步证实了本文方案的有效性.

- [1] Ott E , Grebogi C , Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Hunt E R 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 1953
- [3] Peng B *et al* 1991 *J. Phys. Chem.* **95** 4957
- [4] Huberman B A *et al* 1990 *IEEE Trans. Circuit Syst.* **37** 547
- [5] Sinhua S *et al* 1990 *Physica D* **43** 118
- [6] Gao J F , Ma X K , Luo X J 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1235 (in Chinese] 高金峰、马西奎、罗先觉 2000 *物理学报* **49** 1235]
- [7] Ge S S , Lee T H , Wang C 1999 *Proc. 38th IEEE Conference on Decision & Control* (Phoenix :IEEE) 714
- [8] Kanellakopoulos I , Kokotovic P , Morse P A 1991 *IEEE Trans. Automat. Contr.* **36** 1241
- [9] Wang C , Ge S S 2001 *Chaos Solitons & Fractals* **12** 1199
- [10] Krstic M , Kanellakopoulos I , Kokotovic P 1995 *Nonlinear and Adaptive Control Design* (New York : Wiley) p24

A general scalar chaotic signal synchronization system and its controller via backstepping design *

Gao Jin-Feng Liang Zhan-Hong

(School of Electrical Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002 , China)

(Received 13 October 2003 ; revised manuscript received 18 November 2003)

Abstract

A general scalar chaotic signal synchronization system is proposed in this paper. For the system in the “ strict-feedback ” form with variant parameters and variant weights of artificial control terms , a feedback controller and associated parameter adaptive laws are constructed via adaptive backstepping design with tuning functions. Using the controller and parameter adaptive laws proposed in this paper , the output of the general system asymptotically synchronizes with the output of any chaotic system with a known structure. Both theory analysis and computer simulation results illustrate the validity of the general scalar chaotic signal synchronization system and its controller.

Keywords : chaos , strict-feedback , backstepping design , adaptive control

PACC : 0545

* Project supported by the Outstanding Youth Science Foundation of Henan Province ,China (Grant No. 0112001600).