

小阶跃反应性输入时点堆中子动力学方程的解析解

陈文振 朱 波 黎浩峰

(海军工程大学三系,武汉 430033)

(2003 年 9 月 26 日收到 2003 年 11 月 12 日收到修改稿)

对小阶跃反应性输入($0 < \rho_0 < \beta$)且有温度反馈时点堆中子动力学方程进行了研究. 导出任意初始功率条件下核反应堆功率、反应性与时间的解析表达式. 分析和讨论了初始功率与输入小阶跃反应性的大小对功率、反应性变化规律的影响,得到了一些新的结果.

关键词:中子动力学,反应性,点堆,温度反馈

PACC:2800,2820,2585E

1. 引 言

研究不同条件下核反应堆内裂变中子密度(功率)变化规律是中子动力学与核反应堆物理研究的一项重要内容^[1-7]. 文献[1-3]给出了小阶跃反应性输入且有温度反馈时核反应堆功率与反应性的变化关系,但认为无法求得功率、反应性随时间的显函数表达式,且所得分析结果只适用于初始功率近似为零的工况,因此有很大的局限性. 本文针对这两个问题,求得任意初始功率时核反应堆功率、反应性随时间的解析表达式,且为显函数,并进行分析、讨论,得出了一些有意义的新结果.

2. 理论推导

对处在稳定功率运行的核反应堆,可忽略外中子源的作用,单群点堆中子动力学方程为

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{[\rho(t) - \beta]}{l} n(t) + \lambda \alpha(t), \quad (1)$$

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{\beta}{l} n(t) - \lambda \alpha(t), \quad (2)$$

式中 $n(t)$ 为中子密度, t 为时间, $\rho(t)$ 为反应性, β 为缓发中子总份额, l 为瞬发中子一代寿命, λ 为缓发中子先驱核衰变常数, $\alpha(t)$ 为缓发中子先驱核平均浓度. 因为堆功率与中子密度成正比,当(1)(2)式等号两边分别乘以比例系数时, $n(t)$ 就代表核反应堆功率.

假设核反应堆有负的反应性温度系数 $-\alpha(\alpha >$

$0)$,当小阶跃引入反应性 $\rho_0(0 < \rho_0 < \beta)$,考虑温度反馈时,核反应堆实际反应性为

$$\rho = \rho_0 - \alpha [T(t) - T_0], \quad (3)$$

式中 T 为核反应堆瞬时温度, T_0 为核反应堆初始温度. 核反应堆引入反应性 ρ_0 后,功率与温度变化关系仍采用绝热模型^[1-3]:

$$\frac{dT}{dt} = K_c n(t), \quad (4)$$

式中 K_c 为核反应堆热容量的倒数. 由(3)式对 t 求导,再利用(4)式可得

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha K_c n. \quad (5)$$

由(2)式对 t 求导得

$$\frac{d^2 C}{dt^2} = \frac{\beta}{l} \frac{dn}{dt} - \lambda \frac{dC}{dt}. \quad (6)$$

将(1)(2)式代入(6)式得

$$\frac{d^2 C}{dt^2} + \frac{(\beta - \rho + \lambda l)}{l} \frac{C}{n} = \frac{(\beta + \lambda l)}{l} \lambda C. \quad (7)$$

(7)式中, $\frac{d^2 C}{dt^2}$ 项与其余两项相比可忽略^[4],再利用(1)式消去 C 可得

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\lambda \rho n}{(\beta + \lambda l)}. \quad (8)$$

将(8)式除以(5)式得

$$\frac{dn}{d\rho} = -\frac{\lambda \rho}{\alpha K_c (\beta + \lambda l)}. \quad (9)$$

由(9)式解得

$$n = -\frac{\lambda \rho^2}{2\alpha K_c (\beta + \lambda l)} + A, \quad (10)$$

式中 A 为待定系数,由初始条件 $t=0$ 时, $n = n_0$

得

$$A = n_0 + \frac{\lambda \rho_0^2}{2\alpha K_c(\beta + \lambda l)} \quad (11)$$

将 A 代入(10)式得

$$n = \frac{\lambda(\rho_0^2 - \rho^2)}{2\alpha K_c(\beta + \lambda l)} + n_0 \quad (12)$$

将(12)式代入(5)式得

$$-\frac{d\rho}{dt} = \frac{\lambda(\rho_0^2 - \rho^2) + 2\alpha K_c(\beta + \lambda l)n_0}{\lambda(\beta + \lambda l)} \quad (13)$$

由(13)式解得

$$\frac{-\lambda t}{\lambda(\beta + \lambda l)} + B = \frac{1}{2\rho_1} \ln\left(\frac{\rho_1 + \rho}{\rho_1 - \rho}\right) \quad (14)$$

式中 $\rho_1 = \sqrt{\rho_0^2 + 2\alpha K_c n_0(\beta + \lambda l)\lambda}$, B 为待定系数, 由初始条件: $t=0$ 时 $\rho = \rho_0$ 得

$$n = \frac{\lambda}{2\alpha K_c(\beta + \lambda l)} \left\{ \rho_0^2 - \left[\frac{\rho_1 + \rho_0 - (\rho_1 - \rho_0) \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda t}{\beta + \lambda l}\right)}{\rho_1 + \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0) \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda t}{\beta + \lambda l}\right)} \rho_1 \right]^2 \right\} + n_0 \quad (18)$$

由(18)式可得功率达最大值的时间 t_m 为

$$t_m = \frac{\beta + \lambda l}{\rho_1 \lambda} \ln\left(\frac{\rho_1 + \rho_0}{\rho_1 - \rho_0}\right) \quad (19)$$

将(19)式分别代入(18)和(17)式, 得到功率最大值 n_m 及相应的 ρ_m 为

$$n_m = \frac{\lambda \rho_0^2}{2\alpha K_c(\beta + \lambda l)} + n_0 \quad (20)$$

$$\rho_m = 0 \quad (21)$$

(17)~(21)式即为本文所得的新结果.

3. 分析与结论

取²³⁵U 为燃料的热中子堆为实例进行分析计算. 设 $\beta = 0.0065$, $l = 0.0001$ s, $\lambda = 0.0774$ s⁻¹, $K_c = 0.05$ K/MW·s, $\alpha = 5 \times 10^{-5}$ K⁻¹. 对稳定功率运行的核反应堆, 当引入反应性为 $\rho_0 = \beta/3$ 和 $\rho_0 = \beta/5$ 时, 不同初始功率条件下, 反应性、功率随时间以及功率随反应性变化的两组曲线分别见图 1—图 3. 其中虚线组表示 $\rho_0 = \beta/3$ 时的结果, 每组曲线从左(上)到右(下)功率分别为 10, 1, 0.1, 0.01 MW.

由图 1 可见, 在相同的初始功率条件下, ρ_0 越大, ρ 变化越快. 而在相同 ρ_0 的条件下, 初始功率 n_0 越大, ρ 变化亦越快, 即曲线越靠左, 达到稳定的时

$$B = \frac{1}{2\rho_1} \ln\left(\frac{\rho_1 + \rho_0}{\rho_1 - \rho_0}\right) \quad (15)$$

将 B 代入(14)式得

$$t = \frac{\beta + \lambda l}{\lambda \rho_1} \ln\left(\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 + \rho} \frac{\rho_1 + \rho_0}{\rho_1 - \rho_0}\right) \quad (16)$$

重新整理上式, 得到核反应堆反应性随时间的变化规律为

$$\rho = \left[\rho_1 - \rho_1 \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0} \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda t}{\beta + \lambda l}\right) \right] \times \left[1 + \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0} \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda t}{\beta + \lambda l}\right) \right]^{-1} \quad (17)$$

将(17)式代入(12)式, 得到核反应堆功率随时间的变化规律为

间就越短; 同样, 从图 2 可以看出, 功率峰值 n_m 不仅与 ρ_0 有关, 而且与初始功率 n_0 有关. ρ_0 越大, 核反应堆功率峰值相对初始功率增加的幅度 n_m/n_0 越大, 而峰值宽度越小; 初始功率越小, 核反应堆功率峰值相对初始功率增加的幅度 n_m/n_0 就越大.

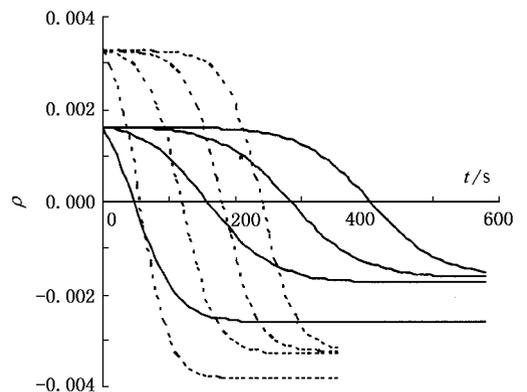


图 1 引入小阶跃反应性时核反应堆总反应性的变化

图 3 表明, 核反应堆功率 n 随 ρ 的变化与初始功率条件和引入 ρ_0 有关. 在相同的初始功率条件下, ρ_0 越大, 最大功率 n_m 越大及到达 n_m 时间越短 (参见(19)(20)式), 但各种初始功率和引入阶跃反应性 ρ_0 条件下最大功率 n_m 所对应的反应性 ρ_m 均为零.

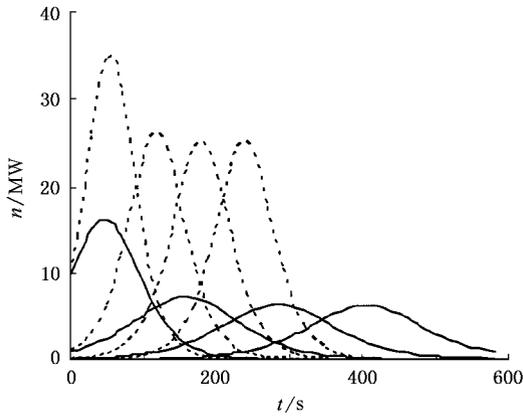


图2 引入小阶跃反应性时 核反应堆功率的变化

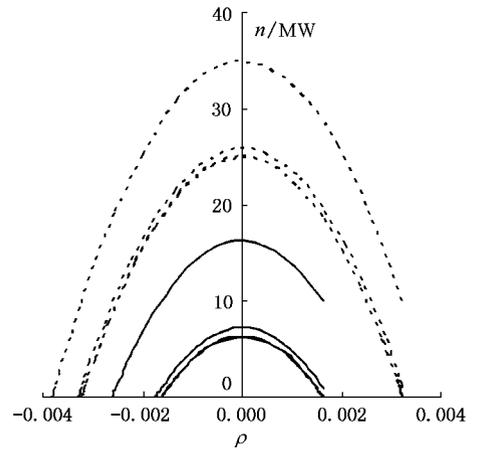


图3 引入小阶跃反应性时 核反应堆功率随总反应性的变化

4. 结 语

通过分析发现,初始功率是一个很重要的影响因素.本文不仅导出引入小阶跃反应性($\rho_0 < \beta$)有温度反馈时中子动力学方程的精确解析解,即核反

应堆总反应性、功率随时间的数学表达式,而且可在任意初始功率水平上应用,扩大了使用范围.这为核反应堆物理设计和核动力安全分析提供了重要的理论依据.

感谢蔡章生教授对本文工作的关心和支持.

- [1] Ling B B , Yang Y Z 1982 *Engineering Principle of Nuclear Reactor* (Beijing : Atomic Energy Press) p211 (in Chinese) [凌备备、杨延洲 1982 核反应堆工程原理 (北京 : 原子能出版社) 第 211 页]
- [2] Huang Z Q 1983 *Kinetics Base of Nuclear Reactor* (Beijing : Atomic Energy Press) p270 (in Chinese) [黄祖洽 1983 核反应堆动力学基础 (北京 : 原子能出版社) 第 270 页]
- [3] Zhang F B 2000 *Operating Physics of Nuclear Reactor* (Beijing : Atomic Energy Press) p230 (in Chinese) [张法邦 2000 核反应堆运行物理 (北京 : 原子能出版社) 第 230 页]
- [4] Cai Z S , Cai Z M 2002 *Nuc . Power Engin .* **23** 12 (in Chinese)

- [蔡章生、蔡志明 2002 核动力工程 **23** 12]
- [5] Cai Z S , Yu L , Cai Q 2003 *Chin . J . Nuc . Sci . Engin .* **23** 58 (in Chinese) [蔡章生、于雷、蔡琦 2003 核科学与工程 **23** 58]
- [6] Cai Z S , Cai Z M , Chen L S 2000 *J . Naval Univ . Engin .* **12** 25 (in Chinese) [蔡章生、蔡志明、陈力生 2000 海军工程大学学报 **12** 25]
- [7] Cai Z S , Cai Z M , Chen L S 2001 *Nuc . Power Engin .* **22** 390 (in Chinese) [蔡章生、蔡志明、陈力生 2001 核动力工程 **22** 390]

The analytic solutions of point-reactor neutron-kinetics equation with small step reactivity

Chen Wen-Zhen Zhu Bo Li Hao-Feng

(*Department No.3 ,Naval University of Engineering ,Wuhan 430033 ,China*)

(Received 26 September 2003 ; revised manuscript received 12 November 2003)

Abstract

The point-reactor neutron-kinetics equation under the conditions of small step reactivity ($\rho_0 < \beta$) and temperature feedback is analyzed. For any initial power, the analytic expressions of the reactivity and output power with time are derived. The effects of the inserted step reactivity and initial power on the process are analyzed and discussed. Some useful new results and conclusions are obtained.

Keywords : neutron-kinetics , reactivity , point-reactor , temperature feedback

PACC : 2800 , 2820 , 2585E