

傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量性质*

罗海陆 胡 巍[†] 易煦农 朱 静

(华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

(2003 年 6 月 10 日收到, 2003 年 12 月 24 日收到修改稿)

研究了垂直光轴入射的傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量性质. 通过角谱的方法得到了寻常光(o 光)和非常光(e 光)在晶体中传输的严格解, 并得到了傍轴近似下的矢量传输模型. 利用这一模型, 分析得到了垂直光轴偏振的入射光束在晶体中只激发 o 光, 而平行光轴偏振的入射光束在晶体中同时激发 e 光和二阶小量的 o 光.

关键词: 傍轴传输, 单轴晶体, 矢量效应

PACC: 4210Q, 4225F

1. 引 言

在研究晶体中的光传输问题时, 晶体的双折射效应决定了光传输的特殊性, 特别是光场的矢量性质是不可忽略的. 近年来随着光电通讯技术的飞速发展, 各种晶体光学元件已经越来越趋向于小型化, 例如光纤检偏器, 光学补偿器, 光学开关等^[1, 2]. 所以在处理晶体中的光束传输问题时对光场矢量性质的考虑就尤其重要.

采用平面光波描述单轴晶体中的光传输问题足以解释大多数的光学双折射现象^[3, 4]. 然而平面波描述有其严重的不足之处, 因为当束宽尺寸与波长尺寸可以比拟时, 光束的衍射效应就必须予以考虑. 早在 1976 年, Stammes 等人最先运用平面角谱的方法来处理单轴晶体中的光束传输问题^[5], 但是他们所建立的传输模型在数学处理上非常复杂. 后来 Fleck 等人运用旋转坐标的方法建立了一个与光轴成任意角度的傍轴光束传输模型^[6], 在这一模型中他们进一步给出了 o 光和 e 光的傍轴传输方程, 但是他们的模型却无法解决 o 光和 e 光在传输过程中会出现相互激发等矢量问题. 最近 Ciattoni 等人利用平面角谱的方法得到了傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量模型^[7]. 根据他们的结果, 可以很好地解决光束沿光轴传输的矢量问题.

无论是在理论还是在实用价值上, 垂直光轴传输矢量模型和沿光轴传输矢量模型都具有同等重要的意义^[8]. 本文建立垂直光轴入射的傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量模型. 运用平面角谱的方法得到了 o 光和 e 光在晶体中传输的一般解. 其中 o 光和 e 光的横向分量分别满足两个无耦合的抛物线方程, 而纵向分量是横向分量的一阶小量, 可将其写成横向场的一阶微分形式. e 光所激发二阶小量形式的光场可以表示为横向分量的二阶修正. 作为应用, 我们将以高斯光束为例分析了 o 光和 e 光光束在传输中出现的相互激发和像散等特性.

2. 光束传输的角谱表述

在处理光束传输问题时, 可以将光束看作是沿不同方向传输的平面波的叠加. 在任意一点的场强, 即为各个平面波传输到该点所经历相移之后, 对各个平面波场强求和而得到^[3, 9]. 在本文的问题中, 光束传输的方向与单轴晶体的光轴垂直. 不失一般性, 设 y 轴为光轴方向, z 轴为光束传输方向, 于是单轴晶体介电常数张量 $\overleftrightarrow{\epsilon}$ 可以表示为

$$\overleftrightarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_o^2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金面上项目(批准号: 60278013), 广东省自然科学基金团队项目(批准号: 20003061), 教育部霍英东教育基金(批准号: 81058), 国家高技术研究发展计划专项经费部分资助的课题.

[†] E-mail: huwei@scnu.edu.cn, 电话(86)-20-85211920

其中 n_o 和 n_e 分别为晶体中 o 光和 e 光的折射率. 直接从麦克斯韦方程组出发, 我们得到电场 $E(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \text{Re}\{E(\mathbf{r}_\perp, z)\exp(-i\omega t)\}$ 的复振幅包络 $E(\mathbf{r}_\perp, z)$ 满足的传输方程

$$\nabla \times \nabla \times E + k_0^2 \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} E = 0, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{r}_\perp = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$, \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_y 是坐标的单位矢量, $k_0 = \omega/c$ 为真空中波数.

由于介电常数张量 $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$ 代表单轴晶体的各向异性, 只有波矢 \mathbf{k} 和偏振态满足一定要求的波才可以在晶体中传输. 于是可以得到(2)式的两组正向传输基本解

$$E_o = U_o \begin{pmatrix} k_{oz} \\ 0 \\ -k_x \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{oz}z), \quad (3)$$

$$E_e = U_e \begin{pmatrix} k_x \\ -\frac{n_o^2 k_0^2 - k_y^2}{k_y} \\ k_{ez} \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{ez}z), \quad (4)$$

其中下标 o, e 分别代表 o 光和 e 光, $\mathbf{k}_\perp = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ 是波矢 \mathbf{k} 的横向分量, 而 $k_{oz} = \sqrt{n_o^2 k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}$ 和 $k_{ez} = \sqrt{n_e^2 k_0^2 - (k_x^2 + \frac{n_e^2}{n_o^2} k_y^2)}$ 是 o 光和 e 光的纵向波矢分量. U_o 和 U_e 是任意的振幅参量, 可以由入射光束的初始条件确定.

实际上, 由于光场的三个矢量分量之间并不互相独立, 只需要知道初始入射光场的横向分量 $E_\perp = E_x\mathbf{e}_x + E_y\mathbf{e}_y$ 即可^[10,11]. 假定在晶体入射界面($z=0$)的横向电场分布为 $E_\perp(\mathbf{r}_\perp, 0)$, 其角谱分布可由二维傅里叶变换得到^[12]

$$\tilde{E}_\perp(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{r}_\perp \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) E_\perp(\mathbf{r}_\perp, 0), \quad (5)$$

其中 $\tilde{E}_\perp = \tilde{E}_x\mathbf{e}_x + \tilde{E}_y\mathbf{e}_y$. 由边值条件可以得出

$$U_o = \frac{1}{k_{oz}} \tilde{E}_x(\mathbf{k}_\perp) + \frac{k_x k_y}{(n_o^2 k_0^2 - k_y^2) k_{oz}} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp),$$

$$U_e = \frac{-k_y}{n_e^2 k_0^2 - k_y^2} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp), \quad (6)$$

由角谱的方法, 即可以得到传输光场的通解形式

$$E(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \left[U_o \begin{pmatrix} k_{oz} \\ 0 \\ -k_x \end{pmatrix} + U_e \begin{pmatrix} k_x \\ -\frac{n_o^2 k_0^2 - k_y^2}{k_y} \\ k_{ez} \end{pmatrix} \right] e^{ik_{oz}z}$$

$$+ U_e \begin{pmatrix} k_x \\ -\frac{n_o^2 k_0^2 - k_y^2}{k_y} \\ k_{ez} \end{pmatrix} e^{ik_{ez}z} \Bigg] = E_o(\mathbf{r}_\perp, z) + E_e(\mathbf{r}_\perp, z), \quad (7)$$

(7) 式为我们提供了光束在单轴晶体中传输场的全矢量角谱表述. 这也是研究傍轴光束在单轴晶体中传输矢量问题的出发点. 事实上, 联立(5)–(7)式就可以由初始光场的横向分布 $E_\perp(\mathbf{r}_\perp, 0)$ 得到晶体中($z>0$)的光束传输严格解. 将(6)式代入(7)式得到

$$E_{o\perp}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2\mathbf{k}_\perp \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{oz}z) P_o \cdot \tilde{E}_\perp(\mathbf{k}_\perp), \quad (8a)$$

$$E_{e\perp}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2\mathbf{k}_\perp \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{ez}z) \times \left[-\frac{k_x}{k_{oz}} \left(\tilde{E}_x(\mathbf{k}_\perp) + \frac{k_x k_y}{n_o^2 k_0^2 - k_y^2} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp) \right) \right], \quad (8b)$$

$$E_{e\perp}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2\mathbf{k}_\perp \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{ez}z) P_e \cdot \tilde{E}_\perp(\mathbf{k}_\perp), \quad (8c)$$

$$E_{ez}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2\mathbf{k}_\perp \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + ik_{ez}z) \times \left(-\frac{k_x k_y}{n_o^2 k_0^2 - k_y^2} \right) \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp), \quad (8d)$$

其中

$$P_o = \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_x k_y}{n_o^2 k_0^2 - k_y^2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_e = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_x k_y}{n_o^2 k_0^2 - k_y^2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

在此引入张量 P_o 和 P_e 的目的是便于我们更容易去研究光场的传输特性. 注意到 P_o 和 P_e 满足关系式 $P_o^2 = P_o$, $P_e^2 = P_e$, $P_o + P_e = 1$, $P_o \cdot P_e = 0$, 所以 P_o 和 P_e 是一对正交完备的投影算符, 保证了任何偏振状态的横向光场 E_\perp 必可以表示为 o 光和 e 光分量的叠加.

3. 傍轴光束传输的矢量模型

下面讨论傍轴光束的传输. 由傍轴条件, 光束中的各个角谱成分都满足 $|\mathbf{k}_\perp| \ll k_0$. 所以可以将(8)

式中指数部分的根号展开,仅保留 $|k_{\perp}|/k_0$ 的二阶小量^[13]. 因为非傍轴效应对光束强度的影响在 $(|k_{\perp}|/k_0)^2$ 的量级,所以在傍轴近似条件下,也忽略了强度项中的三阶小量. 于是可以得到

$$\begin{aligned} E_{ox}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(in_0 k_0 z) \int d^2 \mathbf{k}_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left(i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} - i \frac{k_x^2 + k_y^2}{2n_0 k_0} z\right) \\ &\quad \times \left[\tilde{E}_x(\mathbf{k}_{\perp}) + \frac{k_x k_y}{n_0^2 k_0^2} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \right] \\ &= \exp(in_0 k_0 z) A_{ox}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \\ E_{oy}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= 0, \\ E_{oz}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(in_0 k_0 z) \int d^2 \mathbf{k}_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left(i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} - i \frac{k_x^2 + k_y^2}{2n_0 k_0} z\right) \\ &\quad \times \left(-\frac{k_x}{n_0 k_0} \right) \tilde{E}_x(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &= \exp(in_0 k_0 z) A_{oz}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_{ex}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(in_e k_0 z) \int d^2 \mathbf{k}_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left(i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} - i \frac{n_0^2 k_x^2 + n_e^2 k_y^2}{2n_0 n_e k_0} z\right) \\ &\quad \times \left(-\frac{k_x k_y}{n_0^2 k_0^2} \right) \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &= \exp(in_e k_0 z) A_{ex}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{ey}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(in_e k_0 z) \int d^2 \mathbf{k}_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left(i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} - i \frac{n_0^2 k_x^2 + n_e^2 k_y^2}{2n_0 n_e k_0} z\right) \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &= \exp(in_e k_0 z) A_{ey}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{ez}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(in_e k_0 z) \int d^2 \mathbf{k}_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left(i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} - i \frac{n_0^2 k_x^2 + n_e^2 k_y^2}{2n_0 n_e k_0} z\right) \\ &\quad \times \left(-\frac{n_e k_y}{n_0^2 k_0} \right) \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &= \exp(in_e k_0 z) A_{ez}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \end{aligned} \quad (11)$$

由(10)(11)式可以得到了慢变振幅 $A(\mathbf{r}_{\perp}, z)$ 的演化规律. 注意到傍轴传输的一些特性: 第一, o 光和 e 光的快变因子分别为 $\exp(in_0 k_0 z)$ 和 $\exp(in_e k_0 z)$, 表明它们经历的折射率分别是 n_0 和 n_e , 这与平面波分析的结果一致; 第二, 在一阶近似下, o 光和 e

光的偏振方向分别为 x 和 y 方向, 而有 $E_{oy}(\mathbf{r}_{\perp}, z) = 0$ 和 $E_{ex}(\mathbf{r}_{\perp}, z) = 0$, 所以 o 光和 e 光的传输是完全独立的. 特别是对于一般的傍轴光束有 $k_0 \sim k_{oz} \sim k_{ez} \gg k_{x,y}$, 所以它们所激发的纵向场远小于横向场.

由(10)(11)式还可以看出: 当入射光束是 o 光时 (x 方向偏振, $E_y(\mathbf{k}_{\perp}) = 0$), 晶体中只存在 o 光的横向 x 分量和纵向 z 分量, 而 e 光入射时 (y 方向偏振, $E_x(\mathbf{k}_{\perp}) = 0$), 晶体中不仅存在 e 光的横向 x, y 分量和纵向 z 分量, 同时会诱导出 o 光的横向 x 分量和纵向 z 分量. 这是与一般平面波传输模型不一样的地方.

用平面波模型处理单轴晶体中的光传输问题时, 入射平面波在晶体的界面就分解成 o 光和 e 光, 不存在一阶小量横向场和二阶小量纵向场. 此后在传输过程中, o 光和 e 光彼此独立传输. 而光束矢量传输模型不同之处完全在于光束本身的衍射效应. 光束衍射效应使其传输场各分量之间耦合, 于是在传输过程中各分量之间便存在着能量转移. 平面波传输模型实际上是矢量传输模型在取近似, 即在(10)(11)式取 $k_{x,y} \rightarrow 0$ 情况下得到的. 同时注意到, 由于单轴晶体的各向异性, 不同偏振方向的光束在晶体中的传输行为也就不同, 所以 e 光入射能诱导出 o 光的纵向和横向分量, 而反过来 o 光入射就不能诱导出 e 光的纵向和横向分量. 这一性质也是在设计光学元件时所要注意的重要性质.

从(10)和(11)式容易得出 A_{ox} 和 A_{ey} 分别满足以下两个方程:

$$\begin{aligned} \left[i \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2n_0 k_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] A_{ox}(x, y, z) &= 0, \quad (12) \\ \left[i \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2n_0 n_e k_0} \left(n_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_e^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] A_{ey}(x, y, z) &= 0, \quad (13) \end{aligned}$$

这里 o 光和 e 光分别满足各自的抛物线型传输方程, 彼此独立传输. 我们还可以得出纵向场 A_{oz} 和 A_{ez} 分别满足

$$\begin{aligned} A_{oz} &= \frac{1}{in_0 k_0} \frac{\partial A_{ox}}{\partial x} \\ A_{ez} &= \frac{n_e}{in_0^2 k_0} \frac{\partial A_{ey}}{\partial y}, \end{aligned} \quad (14)$$

从(14)式可以看出 o 光和 e 光的纵向场可以由横向场的一阶偏微分得到.

注意到当 e 光入射时会激发二阶小量的横向场

(x 方向) A_{ox} 和 A_{ex} . 首先利用(11)式可以得到

$$A_{ex} = \frac{1}{n_o^2 k_0^2} \frac{\partial^2 A_{ey}}{\partial x \partial y}, \quad (15)$$

可以看出 e 光所激发的横向场 A_{ex} 可以由入射横向场的二阶偏微分得到. 至于二阶小量 A_{ox} 的求解就必须作不同的处理, 因为 A_{ox} 满足的是 o 光的传输方程, 不能直接由 A_{ey} 的微分形式得到. 由(10)(11)式可以知道在 $z = 0$ 处有 $A_{ex} = -A_{ox}$. 这样就可以由 A_{ex} 得到 A_{ox} 在 $z = 0$ 处的值, 代入(12)式便可以得到二阶小量 A_{ox} 传输方程.

综合(12)–(15)式就为我们提供了研究傍轴光束在晶体中垂直光轴传输的矢量模型. 利用这一矢量模型, 就可以非常方便地解决光束在单轴晶体中的矢量传输问题.

4. 高斯光束在晶体中的传输

在以上所得到的矢量模型基础上, 以高斯光束为例研究光束在单轴晶体中的传输现象. 首先, 考虑入射光场沿垂直光轴方向(x 轴)偏振, 即 o 光入射, e 光的各分量为零. 由(12)式可以容易地得到 o 光光束的场分布

$$A_{ox}(x, y, z) = \frac{q_o(0)}{q_o(z)} \exp\left[i n_o k_0 \frac{x^2 + y^2}{2q_o(z)} \right], \quad (16)$$

$$A_{oz}(x, y, z) = \frac{q_o(0)}{q_o(z)q_o(z)} x \exp\left[i n_o k_0 \frac{x^2 + y^2}{2q_o(z)} \right], \quad (17)$$

其中 $q_o(z) = z - iz_{R0}$ 是高斯光束的 q 参量, 相应的瑞利距离 $z_{R0} = n_o k_0 w_0^2/2$, w_0 是束腰处的光束宽度. 这里横向分量 A_{ox} 与均匀各向同性介质的高斯光束是一样的, 而纵向分量 A_{oz} 是一阶厄米-高斯光束的形式, 所以 $|A_{ox}|$ 和 $|A_{oz}|$ 的形状在传输过程中保持不变, 仅仅是光束宽度和强度变化. 为处理问题的方便, 引入归一化坐标 $X, Y = x/w_0, y/w_0, Z = z/z_{R0}$. 于是(16)(17)式可化为

$$A_{ox}(X, Y, Z) = \frac{-i}{Z-i} \exp\left[i \frac{X^2 + Y^2}{Z-i} \right], \quad (18)$$

$$A_{oz}(X, Y, Z) = \frac{-i}{Z-i} \frac{X\Theta_o}{Z-i} \exp\left[i \frac{X^2 + Y^2}{Z-i} \right] \quad (19)$$

其中 $\Theta_o = 2/n_o k_0 w_0$ 为 o 光光束在单轴晶体中传输的远场发散角. 注意到, 当远场发散角 Θ_o 越大, 则纵向场 A_{oz} 也越大, 亦说明光束的矢量效应也越明显; 由于平面光波的远场发散角为零, 则它的纵向分

量也为零. 这一点说明所给出的傍轴矢量模型是完全自洽的. 若设远场发散角 $\Theta_o = 0.01$. 于是可以给出在 $Z = 1$ 处高斯光束横向场和纵向场的分布(图1).

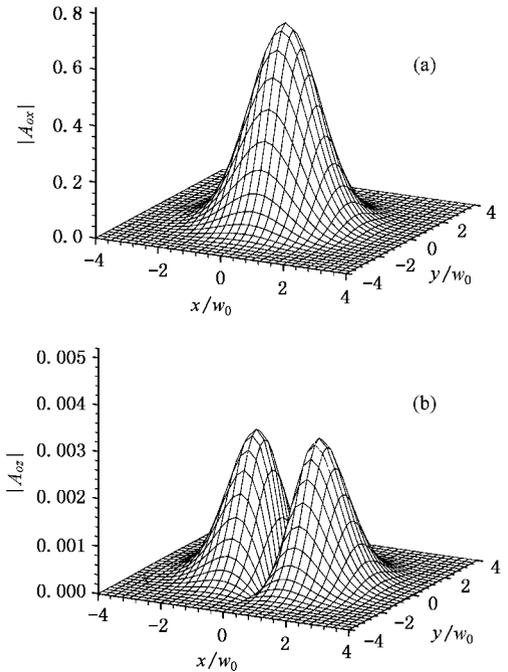


图1 o 光光束在平面 $z = z_{R0}$ 的分布 (a) 横向分量 $|A_{ox}|$ (b) 纵向分量 $|A_{oz}|$

下面考虑入射光束的偏振方向沿光轴方向(y 轴)偏振, 即 e 光入射. 同样由(13)(14)式可以得到 e 光光束的场分布

$$A_{ey}(x, y, z) = \sqrt{\frac{q_x(0)q_y(0)}{q_x(z)q_y(z)}} \times \exp\left[i n_e k_0 \frac{x^2}{2q_x(z)} + i \frac{n_o^2}{n_e} k_0 \frac{y^2}{2q_y(z)} \right], \quad (20)$$

$$A_{ez}(x, y, z) = \sqrt{\frac{q_x(0)q_y(0)}{q_x(z)q_y(z)}} \frac{y}{q_y(z)} \times \exp\left[i n_e k_0 \frac{x^2}{2q_x(z)} + i \frac{n_o^2}{n_e} k_0 \frac{y^2}{2q_y(z)} \right], \quad (21)$$

其中 $q_x(z) = z - iz_{Rx}$ 和 $q_y(z) = z - iz_{Ry}$ 分别是 x, y 方向的 q 参量, 瑞利距离为 $z_{Rx} = n_e k_0 w_0^2/2$ 和 $z_{Ry} = n_o^2 k_0 w_0^2/2n_e$ [14]. 将(20)(21)式作同样的归一化处理分别得到

$$A_{ey}(X, Y, Z) = \frac{-i}{\sqrt{(Z/\gamma - i)(\gamma Z - i)}}$$

$$\times \exp\left[i \frac{X^2}{Z/\gamma - i} + i \frac{Y^2}{\gamma Z - i}\right], \quad (22)$$

$$A_{ez}(X, Y, Z) = \frac{-i}{\sqrt{(Z/\gamma - i)(\gamma Z - i)}} \frac{Y\Theta_y}{(\gamma Z - i)} \times \exp\left[i \frac{X^2}{Z/\gamma - i} + i \frac{Y^2}{\gamma Z - i}\right], \quad (23)$$

其中 $\gamma = n_e/n_o$, $\Theta_y = \gamma\Theta_o$, 为不失一般性, 取 $\gamma = 1.11$ (金红石晶体, $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$). 图 2 给出了在 $z = z_{R0}$ ($Z = 1$) 处的 e 光光束横向场和纵向场的分布, 其纵向场可以看成 x 方向的高斯光束与 y 方向的厄米-高斯光束的组合.

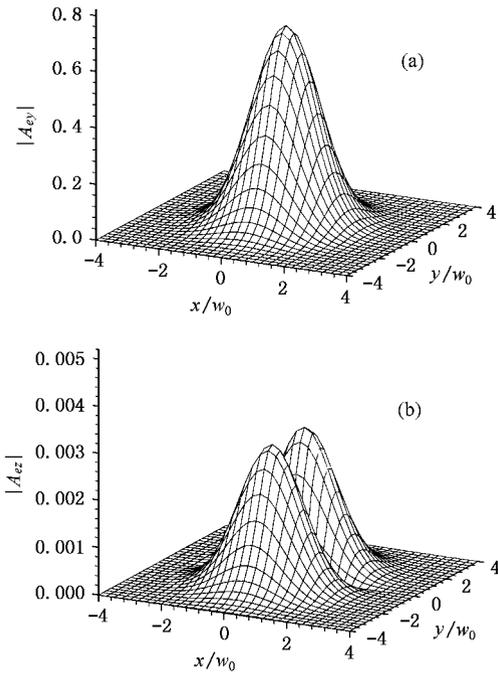


图 2 e 光光束在平面 $z = z_{R0}$ 的分布 (a) 横向分量 $|A_{ey}|$ (b) 纵向分量 $|A_{ez}|$

从 (22) 式还可以看出 e 光光束在传输过程中会出现像散. 因为 e 光光束在传输时 x, y 方向的衍射强弱不同, 光束将不再保持轴对称分布, 其中一个方向发散较快, 光束横截面变成椭圆. 对正单轴晶体有 $\gamma > 1$ ($n_e > n_o$), 所以 $z_{Rx} > z_{R0} > z_{Ry}$, 即 e 光沿光轴方向发散最快, 沿 x 方向发散最慢, 而 o 光的发散速度界于两者之间. 对负单轴晶体有 $\gamma < 1$ ($n_e < n_o$), e 光在 x, y 方向发散快慢程度则相反. 远场发散角 Θ_x, Θ_y 满足关系 $\Theta_x/\Theta_y = n_o^2/n_e^2$, 远场椭圆光斑的偏心率 $\sqrt{n_e^2 - n_o^2}/n_e$.

由 (15) 式还可以得出 e 光所激发的横向场 A_{ox} 和 A_{ex} 分别满足

$$A_{ox}(X, Y, Z) = \frac{iXY\Theta_o^2}{(Z - i)^2} \exp\left[i \frac{X^2 + Y^2}{Z - i}\right], \quad (24)$$

$$A_{ex}(X, Y, Z) = \frac{-iXY\Theta_x\Theta_y}{[(Z/\gamma - i)(\gamma Z - i)]^{3/2}} \times \exp\left[i \frac{X^2}{Z/\gamma - i} + i \frac{Y^2}{\gamma Z - i}\right], \quad (25)$$

其中 $\Theta_x = \Theta_o/\gamma$, 可以看成是一阶厄米-高斯光束形式, 而它们的快变因子分别为 $\exp(in_o k_0 z)$ 和 $\exp(in_e k_0 z)$. 图 3 给出了在 $z = z_{R0}$ ($Z = 1$) 处的 e 光光束所激发的横向场的分布.

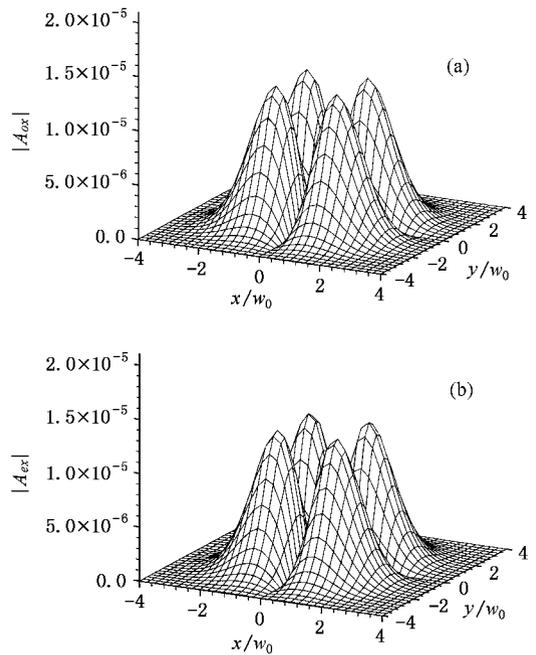


图 3 e 光光束所激发的横向二阶小量在平面 $z = z_{R0}$ 的分布 (a) o 光的二阶小量 $|A_{ox}|$ (b) e 光的二阶小量 $|A_{ex}|$

应当指出的是: o 光和 e 光所诱导的纵向场和横向场分布和激光器所产生的模式场分布非常相似, 但是两者的本质是完全不同的. 激光器的模式场分布完全由激光器谐振腔结构决定的^[14,15], 而在处理单轴晶体的傍轴光束传输问题中, o 光和 e 光所诱导的低阶场分布完全是由于单轴晶体的各向异性和光束的矢量效应引起的.

5. 结 论

本文研究了垂直光轴入射的傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量性质. 通过角谱的方法得到了 o 光和 e 光在晶体中传输的一般严格解, 并得到了傍轴

传输条件下的近似解。o 光和 e 光的横向分量分别满足两个无耦合的抛物线方程,其中 e 光在两个横向方向(x, y 方向)的衍射程度不一样,光束不再保持轴对称分布。o 光和 e 光的电场纵向分量是横向分量的一阶小量,可写为横向场的一阶微分形式。当考虑二阶小量时,平行光轴偏振的入射的 e 光在晶

体中会激发一个二阶小量 o 光。作为应用,我们以高斯光束为例,分析了 o 光和 e 光光束在传输中出现的相互激发等特性。

感谢与 Alessandro Ciattoni 博士的有益讨论。

- [1] Agrawal G P 1995 *Nonlinear Fiber Optics* 2nd ed (San Diego : Academic)
- [2] Yariv A 1985 *Optical Electronics*(New York : Holt)
- [3] Born M and Wolf E 1999 *Principles of Optics* 6th ed (Cambrige : Cambridge University Press)
- [4] Yariv A , Yeh P 1984 *Optical Waves in Crystals*(New York : Wiley)
- [5] Stammes J J and Sherman G C 1976 *J. Opt. Soc. Am.* **66** 780
- [6] Fleck J A , Jr. and Feit M D 1983 *J. Opt. Soc. Am.* **73** 920
- [7] Ciattoni A , Crosignani B and Porto P D 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 1656
- [8] Guo Q and Shi Z W 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 2462 (in Chinese)
[郭 旗、石智伟 2002 物理学报 **51** 2462]
- [9] Goodman J W 1 9 9 6 *Introduction to Fourier Optics* 2 nd ed (New York : McGraw-Hill)
- [10] Ciattoni A , Crosignani B and Porto P D 2000 *Opt. Commun.* **177** 9
- [11] Ciattoni A , Porto P D , Crosignani B and Yariv A 2000 *J. Opt. Soc. Am. B* **17** 809
- [12] Bracewell R N 2000 *The Fourier Transform and Its Applications* 3rd ed (New York : McGraw-Hill)
- [13] Lax M , Louisell W H and McKnight W B 1975 *Phys. Rev. A* **11** 1365
- [14] Siegman A E 1986 *Lasers*(Mill Valley , CA : University Science Books)
- [15] Koechner W 1999 *Solid-State Laser Engineering* (New York : Springer-Verlag)

The vectorial properties of paraxial beams propagating in a uniaxial crystal^{*}

Luo Hai-Lu Hu Wei[†] Yi Xu-Nong Zhu Jing

(Laboratory of Light Transmission Optics , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China)

(Received 10 June 2003 ; revised manuscript received 24 December 2003)

Abstract

The vectorial properties of paraxial beams propagating perpendicular to the optical axis of a uniaxially anisotropic crystal are investigated. By relying on a suitable plane-wave angular spectrum representation of the electromagnetic field, we obtain the analytical expressions of optical fields. The longitudinal component is expressible in terms of the first correction of the transverse field. Moreover, the extraordinary beams can induce ordinary beams in terms of the second correction of the transverse field.

Keywords : paraxial propagation , anisotropic crystal , vectorial effect

PACC : 4210Q , 4225F

^{*}Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60278013), the Team Project of Natural Science Foundation of Guangdong Province(Grant No. 20003061), the Fok Yin-Tong High Education Foundation of the Ministry of Education of China(Grant No. 81058), the National Hi-Tech Development Program of China.

[†]E-mail : huwei@snu.edu.cn ; Tel : (86)-20-85211920.