

# 有球差多色高斯光束衍射引起的光谱开关<sup>\*</sup>

赵光普<sup>1</sup> 周 岩 吕百达<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ( 宜宾学院光电信息研究所, 宜宾 644007 )

<sup>2</sup> ( 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064 )

( 2003 年 12 月 16 日收到, 2004 年 5 月 15 日收到修改稿 )

从空间频率域交叉谱密度函数的传输公式出发, 推导出有球差多色高斯光束被硬边光阑衍射后轴上光谱的解析公式, 无像差的结果作为本公式的特例。对所得公式作了详细的数值计算和物理分析, 结果表明, 球差高斯光束被硬边光阑衍射后近场的光谱与无像差时比较有蓝移、红移, 也会出现光谱开关。着重分析了球差对光谱开关的影响。

关键词: 现代光学, 光阑衍射, 光谱开关, 球差, 多色高斯光束

PACC: 4255, 4200

## 1. 引言

众所周知, 光谱分析是自然科学中一种重要分析手段。在光谱分析中, 一个自然的假设是光在自由空间中传输时光谱不变。1986 年 Wolf 证明<sup>[1]</sup>, 仅当光源的相干度满足定标律时, 由这种光源辐射的光在自由空间传输时才能保持光谱不变。对这类相关诱导光谱变化已作了许多研究<sup>[2]</sup>。近年来的研究表明, 光阑衍射也会引起光谱变化<sup>[3]</sup>。并且, 在一些特定条件下还会出现光谱开关<sup>[4]</sup>。Foley 和 Wolf 将衍射引起的光谱开关归结为奇点光学的一类新现象<sup>[5]</sup>。迄今, 对完全空间和部分空间相干多色光衍射引起的光谱变化和光谱开关已进行了深入的理论研究和实验证实<sup>[6-13]</sup>, 并寻求开辟其应用途径<sup>[11, 12]</sup>。然而, 研究对象都限于理想无像差光束和无像差光学元件或系统。对实际应用十分有意义的问题是: 当有像差存在时会对光谱变化和光谱开关有何影响? 像差是否会引起实验结果和理想情况下的理论计算间有差异? 本文以有球差完全空间相干多色高斯光束通过硬边光阑后的光谱变化和光谱开关为例( 硬边光阑是指在光阑通光孔径内透过率为 1, 而在通光孔径外透过率为 0 的光阑 ), 研究球差对光谱变化和光谱开关的影响。对典型的数值计算结果做了分析讨论, 并与无像差情况做了比较。

## 2. 理论模型

设光腰宽度为  $w_0$  有球差的高斯光束入射到  $z = 0$  面上, 其交叉谱密度函数为<sup>[14]</sup>

$$W^{(0)}(r'_1, r'_2, z = 0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left[\frac{r'^2_1 + r'^2_2}{w_0^2}\right] \exp[i k C_4(r'^4_1 - r'^4_2)], \quad (1)$$

式中  $S^{(0)}(\omega)$  为源光谱,  $k = \omega/c$  为波数,  $\omega$  为圆频率,  $c$  为真空中光速,  $C_4$  为球差系数<sup>[15]</sup>。

设在  $z = 0$  面上有一半径  $a$  的圆孔光阑, 傍轴近似下, 场中任意点  $(r, z)$  的光谱可表示为<sup>[14]</sup>

$$S(r, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint_{\Sigma} W^{(0)}(r'_1, r'_2, z = 0, \omega) \times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r'^2_1 - r'^2_2 - 2r(r'_1 + r'_2))\right] \times dr'_1 dr'_2, \quad (2)$$

式中积分在光阑所在面  $\Sigma$  中进行。本文限于讨论轴上点的光谱, 将(1)式代入(2)式, 并令  $r = 0$ , 得

$$S(0, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 S^{(0)}(\omega) \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \int_0^a \exp\left[-\frac{r_1^2 + r_2^2}{w_0^2}\right] \times \exp[i k C_4(r_1^4 - r_2^4)]$$

\* 四川省教育厅基金( 批准号 2003A166 )资助的课题。

† E-mail: ybzgphp@eyou.com; 电话 028-85412819。

$$\times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right] r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\theta_1 d\theta_2. \quad (3)$$

利用误差函数

$$\text{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-t^2) dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-y}^y \exp(-t^2) dt \quad (4)$$

公式稍为繁冗,但直接的积分计算得到球差多色高斯光束被硬边光阑衍射后轴上点光谱为

$$S(0, z, \omega) = S^0(\omega) M(0, z, \omega), \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} M(0, z, \omega) = & -\frac{\pi^2 \lambda_0}{8 C_4 w_0^4 \omega_0} \frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \exp\left[-\frac{\lambda_0}{2 C_4 w_0^4} \frac{z_0}{z}\right] \\ & \times \left\{ \text{erfi}\left[\frac{(-1)^{3/4}(\text{i}\pi\omega/\omega_0 + z/z_0)}{Q_1}\right] \right. \\ & - \text{erfi}\left[\frac{(-1)^{3/4}(z/z_0 + Q_2)}{Q_1}\right] \} \\ & \times \left\{ \text{erfi}\left[\frac{(-1)^{3/4}(-\text{i}\pi\omega/\omega_0 + z/z_0)}{Q_1}\right] \right. \\ & - \text{erfi}\left[\frac{(-1)^{3/4}(z/z_0 - Q_2)}{Q_1}\right] \} \}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$Q_1 = 2 \frac{w_0^2}{\sqrt{\lambda_0}} \sqrt{2\pi C_4 \frac{\omega}{\omega_0} \frac{z}{z_0}}, \quad (7)$$

$$Q_2 = \text{i}\pi \frac{\omega}{\omega_0} - 4\text{i}\pi\delta^2 C_4 \frac{w_0^4}{\lambda_0} \frac{z}{z_0} \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (8)$$

$$z_0 = \frac{w_0^2}{\lambda_0}, \quad (9)$$

$\omega_0$  为源光谱中心频率,  $\lambda_0$  为其对应的中心波长,  $\delta = a/w_0$  为截断参数.

设源光谱  $S^0(\omega)$  为高斯型

$$S^0(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (10)$$

$\sigma_0$  是源光谱谱宽, 将(10)式代入(5)式得

$$S(0, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] M(0, z, \omega). \quad (11)$$

在(3)式中令  $C_4 = 0$ , 即可得到无像差高斯光束被硬边光阑衍射后轴上点光谱

$$S(0, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] M(0, z, \omega), \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} M(0, z, \omega) = & -\pi^2 \exp[-\delta^2(1 + Q_3)] \\ & \times \{-1 + \exp[\delta^2(1 + Q_3)]\} \\ & \times \{-1 + \exp[\delta^2(-1 + Q_3)]\} \end{aligned}$$

$$\times [\pi^2 + (\omega_0/\omega)^2(z/z_0)^2]^{1/2}, \quad (13)$$

$$Q_3 = \text{i}\pi \frac{z_0}{z} \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (14)$$

(6) (11)式和(12) (13)式为本文所得主要解析结果. 由(6) (11)式可以看出, 有球差多色高斯光束被硬边光阑衍射后轴上点光谱为源光谱  $S^0(\omega)$  和光谱调制函数  $M(0, z, \omega)$  的乘积,  $M(0, z, \omega)$  与截断参数  $\delta$ 、球差系数  $C_4$  和相对位置  $z/z_0$  有关. 光阑衍射对光谱的影响表现为  $M(0, z, \omega)$  对源光谱  $S^0(\omega)$  的调制. 由于  $M(0, z, \omega)$  的作用, 轴上点的光谱一般不同于源光谱, 这即衍射引起的光谱变化, 此外, 比较(6) (11)式和(12) (13)式知, 球差系数  $C_4$  对轴上点的光谱变化会产生影响.

### 3. 数值计算结果和分析

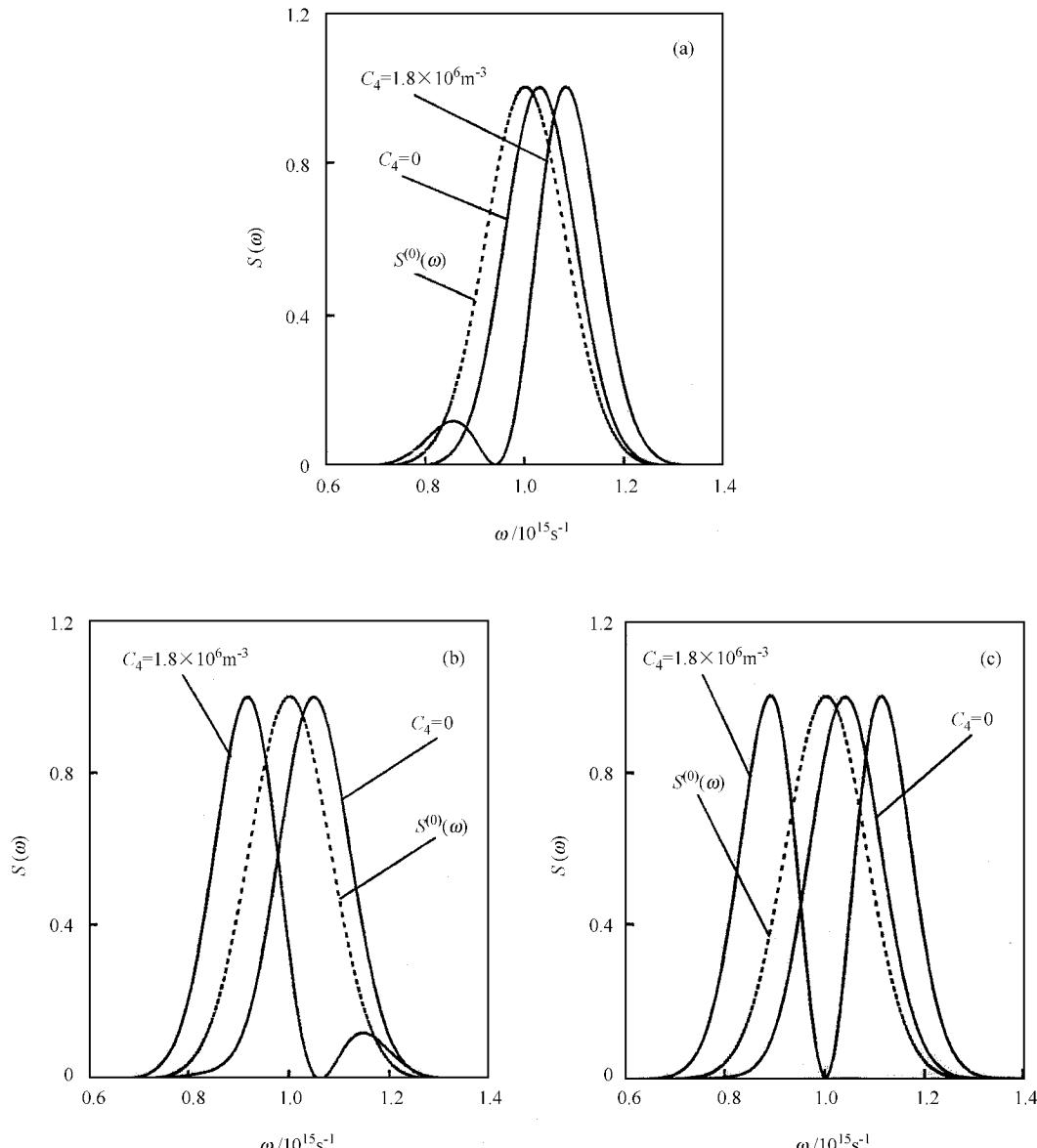
为说明球差对光谱变化的影响, 利用(6) (11), (12)和(13)式作了数值计算. 计算参数为  $\delta = 0.7$ ,  $w_0 = 10^{-3}$  m,  $\omega_0 = 10^{15}$  s<sup>-1</sup>,  $\sigma_0 = 0.08 \times 10^{15}$  s<sup>-1</sup>. 图 1 (a) (b) (c) 为  $z/z_0 = 0.19, 0.21, 0.20$  时, 被硬边光阑衍射后有球差的多色高斯光束 ( $C_4 = 1.8 \times 10^6$  m<sup>-3</sup>) 轴上点的归一化光谱  $S(\omega) = S(0, z, \omega)/S_{\max}(0, z, \omega)$  和无像差多色高斯光束 ( $C_4 = 0$ ) 的归一化光谱, 虚线为源光谱  $S^0(\omega)$ . 由图 1 知, 有球差的多色高斯光束被硬边光阑衍射后, 轴上点的近场光谱会发生变化. 例如, 相对于无球差 ( $C_4 = 0$ ) 时光谱, 在  $z/z_0 = 0.19$  时, 有蓝移 (图 1(a)); 在  $z/z_0 = 0.21$  时, 有红移 (图 1(b)); 在  $z/z_0 = 0.20$  时, 光谱会一分为二, 出现两个等高的峰 (图 1(c)), 这即光谱开关<sup>[4]</sup>, 但  $C_4 = 0$  时, 在  $z/z_0 = 0.20$  位置处, 相对于源光谱仅有蓝移, 而无光谱开关. 定义出现光谱开关的诸位置  $z_c/z_0$  中, 离光阑最远的  $z_c/z_0$  处出现的光谱开关为一阶光谱开关, 随  $z_c/z_0$  的减小, 依次称为 2, 3, ..., n 阶光谱开关. 图 2(a) (b) 是截断参数分别为  $\delta = 0.7, 0.8$  时, 1, 2 阶光谱开关出现的位置  $z_c/z_0$  随球差系数  $C_4$  的变化曲线. 由图知, 出现二阶光谱开关比出现一阶开关  $C_4$  的变化范围要大. 出现光谱开关的临界位置  $z_c/z_0$  随球差系数  $C_4$  的增加而减小, 且当  $C_4$  大到一定值时, 光谱开关会消失. 图 3 为  $C_4 = 0, 1.8 \times 10^6$  m<sup>-3</sup>,  $3.2 \times 10^6$  m<sup>-3</sup> 时, 出现一阶光谱开关时的归一化光谱, 对应的光谱参数见表 1, 表中相对光谱移动定义为  $\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0)/\omega_0$ , 其

中  $\omega_{\max}$  为光谱最大值对应的频率,  $S_{\min}/S_{\max}$  为归一化光谱最小值与最大值的比。图 4 为出现一阶光谱开关时归一化光谱的光谱跃迁量  $\Delta$  ( 定义光谱跃迁量  $\Delta$  为光谱中两个极大值对应的相对频率的差值 ) 随球差系数  $C_4$  的变化曲线。图 5 为出现一阶光谱开关时  $S_{\min}/S_{\max}$  随球差系数  $C_4$  的变化曲线。由图 3—5 和表 1 知,  $S_{\min}/S_{\max}$  和光谱跃迁量  $\Delta$  随球差系数  $C_4$  变化, 但并不是单调的。对一阶光谱开关, 当  $C_4$  在  $[0, 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}]$  范围内逐渐增加时,  $S_{\min}/S_{\max}$  减小,  $\Delta$  增大; 但当  $C_4$  在  $[1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}, 4.4 \times 10^6 \text{ m}^{-3}]$  范围内逐渐增加时,  $S_{\min}/S_{\max}$  增加,  $\Delta$  减小; 当  $C_4 = 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$  时,  $S_{\min}/S_{\max}$  增加,  $\Delta$  取最大值, 此时开关效

应最为明显; 当  $C_4 = 4.6 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$  时, 一阶光谱开关消失。图 6 为  $\delta = 0.7$ ,  $\sigma_0 = 0.08 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $C_4 = 0, 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}, 3.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$  时, 相对光谱移动  $\delta\omega/\omega_0$  随  $z/z_0$  的变化曲线。由图知, 改变球差系数  $C_4$  的大小对一阶光谱开关产生的位置  $z_c/z_0$  和光谱跃迁量  $\Delta$  影响最大, 随着阶数的增加, 影响减小。

表 1 图 3 的光谱参数

$C_4/10^6 \text{ m}^{-3}$	0	1.8	3.2
$z_c/z_0$	0.245	0.200	0.177
$\omega_{\max}/10^{15} \text{ s}^{-1}$	1.079, 0.921	1.111, 0.890	1.100, 0.900
$\delta\omega/\omega_0$	0.079, -0.079	0.111, -0.110	0.100, -0.100
$S_{\min}/S_{\max}$	0.818	0	0.449
$\Delta$	0.158	0.221	0.200

图 1 有球差 ( $C_4 = 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$ ) 和无球差 ( $C_4 = 0$ ) 多色高斯光束轴上不同位置的归一化光谱 (a)  $z/z_0 = 0.19$  (b)  $z/z_0 = 0.21$  (c)  $z/z_0 = 0.20$

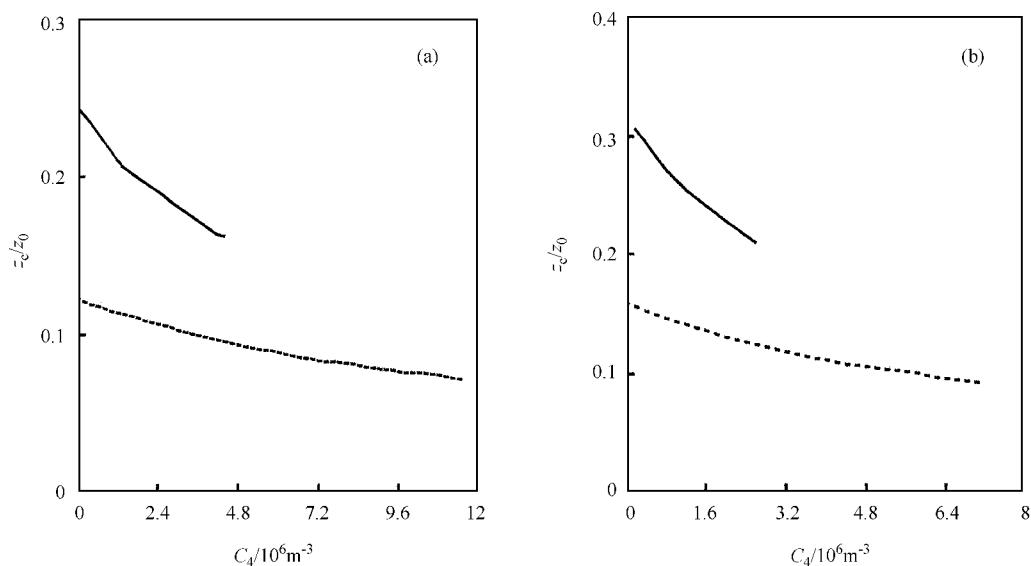


图2 一阶光谱开关(实线)、二阶光谱开关(虚线)出现的位置  $z_c/z_0$  随球差系数  $C_4$  的变化曲线。(a)  $\delta = 0.7$  (b)  $\delta = 0.8$

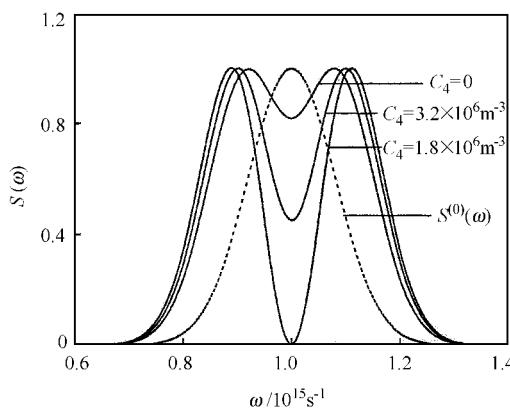


图3 不同球差系数多色高斯光束一阶光谱开关出现位置  $z_c/z_0 = 0.245, 0.200, 0.177$  时的归一化光谱  $S(\omega)$

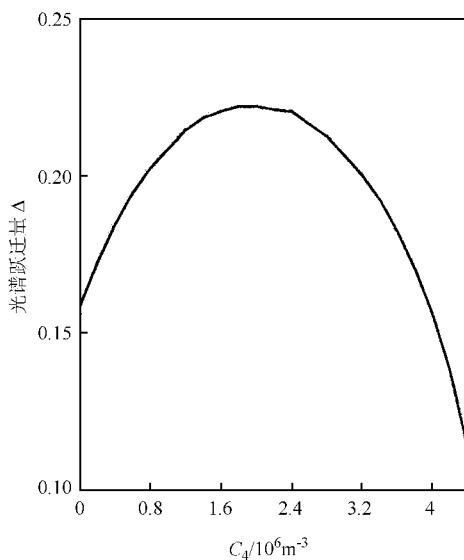


图4 一阶光谱开关光谱跃迁量  $\Delta$  随球差系数  $C_4$  的变化曲线

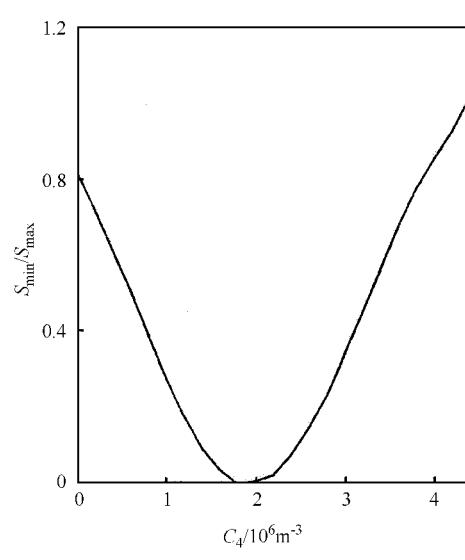


图5 一阶光谱开关最小值与最大值比值  $S_{\min}/S_{\max}$  随球差系数  $C_4$  变化曲线

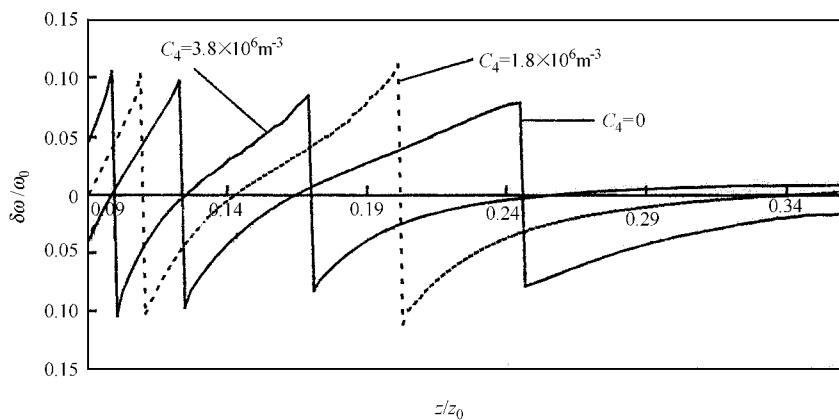


图 6 不同球差系数多色高斯光束相对光谱移动  $\delta\omega/\omega_0$  随相对位置  $z/z_0$  变化曲线

## 4. 结 论

本文基于部分相干光理论,对有球差完全空间相干多色高斯光束衍射引起近场轴上点的光谱变化和光谱开关作了研究,回答了引言中所提出的问题,分析了球差对光谱变化和光谱开关的影响.研究表明,相对于无球差光谱,球差会引起光谱蓝移或红移.特别是,球差会对光谱开关产生影响.球差使光谱开关出现的位置  $z_c/z_0$  发生变化,当球差系数  $C_4$

大于某一值时,光谱开关会消失.光谱开关出现时光谱的极小值  $S_{\min}$  也与  $C_4$  有关,适当选取  $C_4$ ,可使  $S_{\min} = 0$ ,  $\Delta$  取得最大值,但当  $C_4 = 0$ (无球差)时,近场轴上光谱  $S_{\min} \neq 0$ .本文所得结果说明像差是引起光谱异变的实验和理论结果定理上出现差异<sup>[7]</sup>的一个可能的物理解释.最后(6)和(11)式表明,除球差外,截断参数  $\delta$  和带宽  $\sigma_0$  都会对光谱变化产生影响.光阑衍射( $\delta$  参数)是完全空间相干光产生光谱开关的物理原因.我们对此问题的详细分析请见文献[6].

- [1] Wolf E 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 1370
- [2] Wolf E and James D F V 1996 *Rep. Prog. Phys.* **59** 771
- [3] Foley J T 1990 *Opt. Commun.* **75** 347
- [4] Pu J Zhang H and Nemoto S 1999 *Opt. Commun.* **162** 57
- [5] Foley J T and Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 2510
- [6] Lü B and Pan L 2003 *Science in China G*, **5** 454 (in Chinese) 吕百达、潘留占 2003 *中国科学 G* **5** 454
- [7] Popescu G and Dogariu A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 183902
- [8] Kandpal H C 2001 *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.* **3** 296
- [9] Lü B and Pan L 2002 *IEEE J. Quantum Electron.* **38** 340
- [10] Pan L and Lü B 2001 *IEEE J. Quantum Electron.* **37** 1377
- [11] Ponomarenko S A and Wolf E 2002 *Opt. Lett.* **27** 1211
- [12] Pu J and Nemoto S 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 339
- [13] Pan L Z and Lü B D 2004 *Chin. Phys.* **13** 637
- [14] Mandel L and Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge U. Press, Cambridge, UK)
- [15] Siegman A E 1993 *Appl. Opt.* **32** 5893

# Diffraction-induced spectral switches of spherically aberrated polychromatic Gaussian beams<sup>\*</sup>

Zhao Guang-Pu<sup>1,2)†</sup> Lü Bai-Da<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Institute of Optoelectronic Information, Yibin University, Yibin 644007, China

<sup>2)</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China

(Received 16 December 2003; revised manuscript received 15 May 2004)

## Abstract

Starting from the propagation law of the cross-spectral density function, an analytical expression for the on-axis spectrum of spherically aberrated polychromatic Gaussian beams diffracted at an aperture is derived, the aberration-free result is obtained as a special case treated in the paper. Detailed numerical calculations and physical analysis are presented. It is shown that the on-axis spectrum in the near field may be redshifted and blueshifted in comparison with the aberration-free case, and the spectral switch may also take place. In particular, the influence of spherical aberration on the behavior of spectral switches is illustrated.

**Keywords** : modern optics, aperture diffraction, spectral switch, spherical aberration, polychromatic Gaussian beam

**PACC** : 4255, 4200

<sup>\*</sup> Project supported by the Foundation of Education Commission of Sichuan Province, China (Grant No. 2003A166).

<sup>†</sup> E-mail: ybzgphp@eyou.com; Tel: 028-85412819.