

能谱在解释湍流能量级串中值得注意的一个问题*

孟庆国¹⁾ 蔡庆东^{2)†} 李存标²⁾

¹⁾ 国家自然科学基金委员会数理科学部, 北京 100085)

²⁾ 北京大学湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

(2004 年 1 月 14 日收到, 2004 年 5 月 13 日收到修改稿)

用简单的例子说明, 即使在动力学上表现为不存在的能量级串, 也在能谱上表现出相当充分的能量向高频或者低频传递的现象. 这些过去都是作为能量级串的证据而被广泛接受的. 结果表明, 利用能谱来分析能量级串时, 一定要明确是物理因素还是非物理因素造成的频率分布向低频或高频传递的现象, 不然就会出现真假难分的情况, 进而造成错误的分析结果.

关键词: 湍流能量级串, 能谱

PACC: 4725F, 4715C, 4715F

1. 引 言

自从湍流能量级串的概念在上个世纪初提出以来, 大多数科学家都是用能谱来说明能量的传递方向, 并认为能量在不同波数上的分布, 就是能量在不同尺度旋涡上的分布. 后来的研究又发现, 能量也会传递到大尺度方向, 即所谓的逆级串过程. 这两方面的研究, 都有大量的工作, Kolmogorov^[1]发现了湍流能量的 $-5/3$ 律, 后来的实验也证实了能谱的 $-5/3$ 律. 普遍的观点认为能谱是湍流能量从大尺度到小尺度级串的证据. 上世纪 80 年代的小波分析技术也给出了大小排列的涡流结构, 这似乎又找到了所谓湍流能量级串的证据. Lee^[2]做了大量的转换研究, 龚安龙等^[3]发现了一些有趣的现象, 即物理空间不存在的低频大尺度结构, 往往会在时间序列的频谱上出现. 经过仔细的小波分析和能谱分析, 对已知的确定动力学过程的分析结果表明, 时间相关的边界条件不同会对结构的产生位置有影响, 时间序列在测量上表现为间歇性, 一旦时间序列数据有间歇性, 就会在能谱上表现出低频率大幅值的能量结构. 这完全是数据处理造成的, 而不是真正存在一个能量的反级串过程^[4]. 关于级串和逆级串有大量的研究成果^[5]. 有鉴于此, 我们做了数据分析, 试图说明, 使用能谱来解

释能量的级串或者能量在大小尺度旋涡之间的传递时, 必须十分小心, 有可能给出虚假的结果.

2. 方 法

本文用能谱方法研究给定信号的能量分布情况, 通过对给定信号的人工干预, 在信号的幅值、相位上做微小的扰动, 模拟实验测量上可能出现的误差, 分析扰动前后的能谱变化规律. 在实验过程中, 噪声信号永远耦合在被测量的信号中, 一般情况下是不可能被分离开的, 这就会对数据信号的进一步处理结果带来影响. 文中分别把给定的扰动信号和真实的电噪声信号叠加在周期信号中进行能谱分析, 得到了有意义的结果.

3. 结 果

图 1 给出了一个周期函数及其能谱, 从能谱上看, 能量集中在一个波数上, 没有其他的含能结构. 我们对这一周期函数在某一段改变一点幅值, 图 2 给出了改变后的函数分布和对应的能谱, 显然, 除了图 1 中的能量主要含能波数外, 在很宽的波数范围内, 都有了能量分布, 能量分布即有向大尺度低波数方向移动的, 也有向小尺度高波数区移动的. 这个对

* 国家自然科学基金(批准号:10002001)资助的课题.

† 通讯作者.

周期时间序列的一个非常简单的扰动,引起能谱分布发生较大的变化.实际的湍流实验中,经常会出现局部的扰动,而这种扰动在时空上往往是小尺度的,可是有这种扰动的周期时间序列所对应的能谱产生的变化如图 2 所示,表现出能量的正级串和逆级串过程.

使人们把这种虚假的级串和反级串过程误认为是物理上真实的动力学过程.图 3(a)中,我们将 A 和 B 两点附近得幅值增加 10%,就会在主频(波数 $k = 20$)两侧产生丰富的“含能”结构,表现为形式上的级串和逆级串.

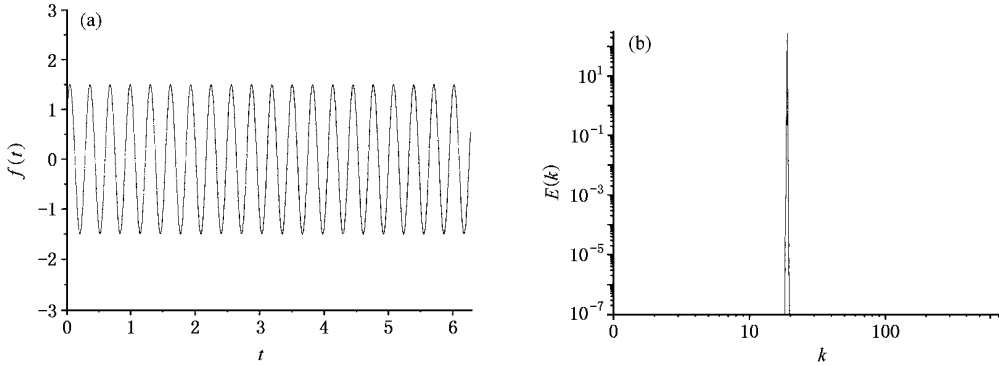


图 1 只有一个波数的周期函数及其对应的能谱

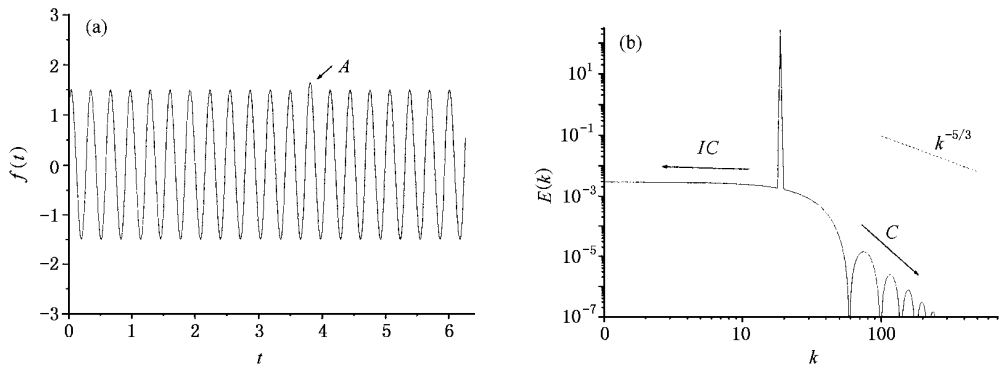


图 2 周期函数某一位置中出现扰动后,所对应的能谱 (a) A 指向一个增幅 10% 的扰动所出现的位置 (b) 能谱显示出能量的正级串和逆级串,能量分布广泛

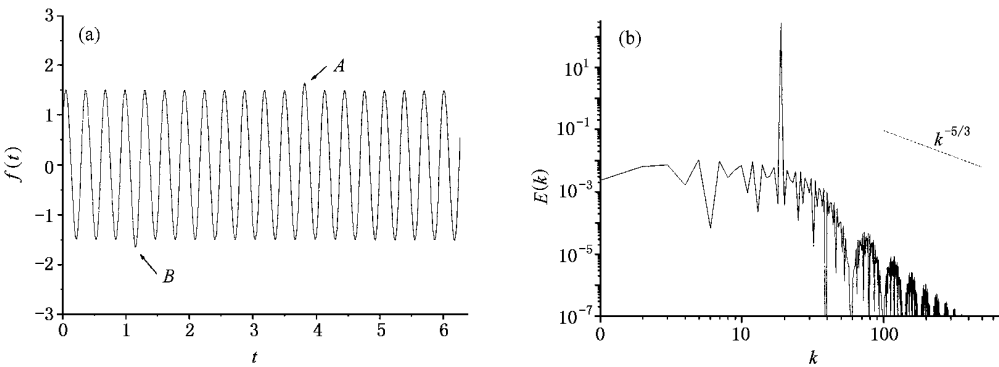


图 3 周期函数在 A, B 两点出现扰动,幅值增加 10%,对应的能谱上表现出更宽波数上的能量分布,能量向小尺度和大尺度的传递都很明显

图 4 给出了两个周期函数在小扰动调制下的对应能谱,波数 $k_1 = 20, k_2 = 80$,幅值 $A_1/A_2 = 1.25$,在 A 和 B 两点附近,扰动的幅值都比原来的幅值放大

10%,在能谱上,看到明显的接近 $-5/3$ 的能谱规律.从这么简单的数字信号分析过程可以看出,微小的扰动会带来对湍流能量级串的误解,而这种扰动是

不可能从湍流信号上除掉的. 而能谱又是实验和理论研究中常用来说明能量传递和分布的主要证据^[6].

总之, 上述多图表明了耗散对能谱的贡献, 基本可以认为, 有噪声的情况下, 用能谱来作为能量级串的证据是相当令人担心的.

图 5 (a) 给出一个周期函数在 A 点附近形状上稍有差别, 在物理上, 这可以解释为微小的局部色散造成的误差, 包含此误差的能谱如图 5 (b) 所示, 表

现出明显的能量级串和逆级串过程.

在物理实验上真正采集到的数据, 除了真实的物理信号外, 往往包含宽频的低幅值噪声信号. 图 6 (a) 给出波数为 20 的周期函数迭加上实验中所测量的电噪声信号, 电噪声的均方根为周期函数幅值的 3%, 采样频率为 100Hz. 图 6 (b) 是对应的能谱, 从能谱上看, 能量在不同波数上的分布相当复杂. 而这些负责的分布大都是和真正意义上的结构信号相耦合, 一般情况下是分辨不清楚的.

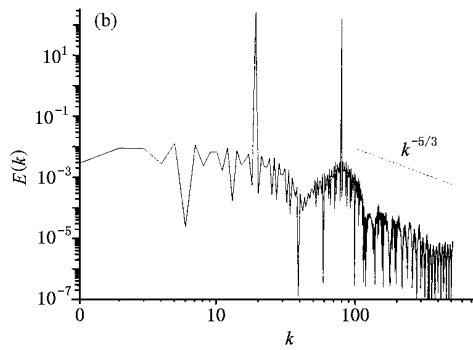
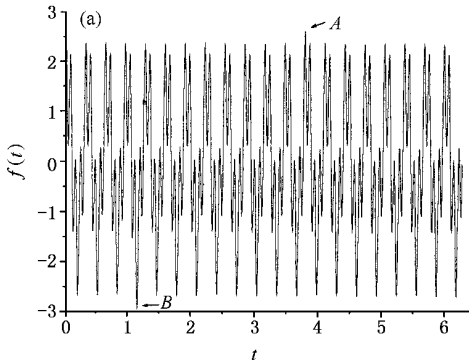


图 4 具有两个波数的周期函数在 A, B 两点出现扰动, 幅值增加 10%, 引起对应能谱分布的复杂化

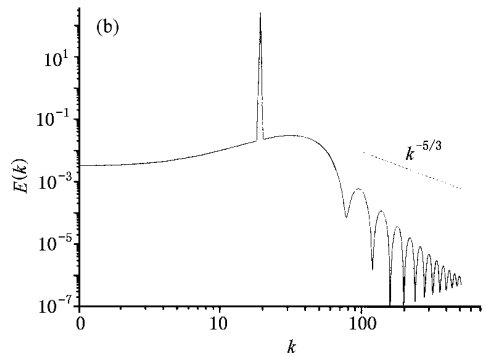
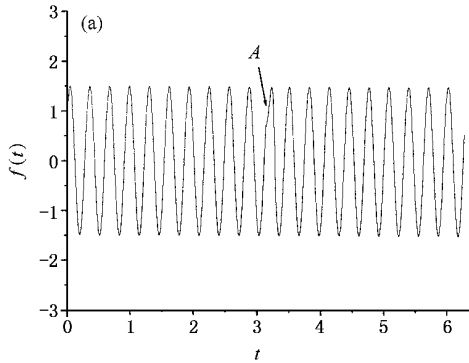


图 5 周期函数幅值不变, 在频域上有小的噪声影响, 从能谱上看, 能量也会向正反两个方向传递

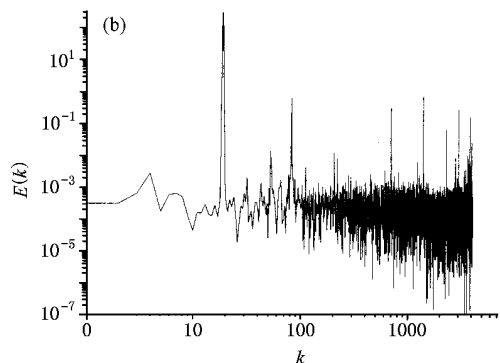
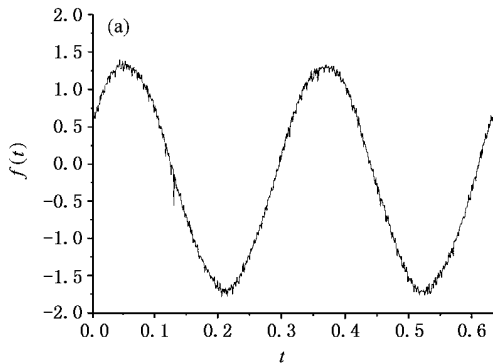


图 6 周期函数叠加上真正在实验中测得的电噪声信号及其所对应的能谱 (a) 图仅绘出整个序列的一小部分

4. 讨 论

本文指出了用湍流能谱为依据来研究能量级串过程可能存在的问题,局部的扰动可以在能谱上表现出虚假的能量传递现象.出现这种情况的原因是

信号的非周期性产生的,因为在数学上,Fourier 分析成立的基本条件是要求信号具有周期性,而湍流信号大多是非周期信号,因此出现假的能量分布是可以理解的,这在物理上会带来很大的麻烦.因此,仅用能谱来研究物理空间上大小尺度结构上能量传递可能是不充分的.

[1] Kolmogorov A N 1941 *Dokl Akad Nauk SSSR* **30** 301

[2] Lee C B 2003 *Chin. Phys.* **12** 1429

[3] Gong A L *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1068 (in Chinese) [龚安龙等 2002 物理学报 **51** 1068]

Lee C B 2000 *Phys. Rev. E* **62** 3659

Lee C B 1999 *Phys. Lett. A* **247** 397

[4] Fjortoft R 1953 *Tellus* **5** 225

[5] Kraichnan R H 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 575

[6] Frisch U 1996 *Turbulence* (Cambridge University Press)

Limitation for the energy spectrum analysis for the understanding of the turbulent cascade *

Meng Qing-Guo¹⁾ Cai Qing-Dong^{2)†} Lee Cun-Biao²⁾

¹⁾(National Natural Science Foundation of China , Beijing 100085 ,China)

²⁾(State Key Laboratory for Turbulence and Complex System , Peking University , Beijing 100871 ,China)

(Received 14 January 2004 ; revised manuscript received 13 May 2004)

Abstract

Simple examples were applied to show that the “ cascade ” and “ inverse cascade ” presented in an energy spectrum even without real physical cascade processes. The misleading comprehension should appear if energy spectrum was considered as a unique evidence of the energy cascade in turbulence.

Keywords : turbulent energy cascade , energy spectrum

PACC : 4725F , 4715C , 4715F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10002001).

† To whom the corresponding should be addressed.