

# 随机外磁场作用下 Ising 自旋体系的随机共振<sup>\*</sup>

邵元智 钟伟荣 林光明 李坚灿

(中山大学物理系 广州 510275)

(2003 年 10 月 13 日收到 2003 年 12 月 19 日收到修改稿)

通过采用数字仿真手段,研究了经平均场处理的 Ising 自旋体系在弱确定性周期外场和随机外场(噪声场)混合驱动下的动态响应行为,着重考察了不同强度混合驱动外场作用下,Ising 自旋体系的非平衡动态转变所表现出区别于单纯确定性周期场作用下的新特征——随机共振.选定体系非平衡动态转变的动态序参量  $Q$  为表征参量,系统模拟计算了混合驱动外场在多种参数组合下体系的动态响应特征,高场低温下的非连续动态转变和低场高温下的连续动态转变.模拟计算表明在适当混合驱动外场的作用下,Ising 自旋体系具有随机共振现象,并诱发形成非平衡动态转变.

关键词: Ising 自旋体系, 随机共振, 动态相变, 对称性

PACC: 7510H, 7620

## 1. 引 言

非线性系统魅力无穷,特别是在外场作用下所呈现出的丰富多彩的动态响应更是如此,它包含了物理体系在非平衡演化过程中确定性与随机性的辩证统一.在确定性的非线性系统里,确定性激励(确定性初始条件下的确定性驱动)可以激发出响应的随机运动(混沌运动);而有噪声激励的非线性系统里,适当地增加输入噪声的强度同样会增强系统响应的确定性运动,这就是随机共振过程(stochastic resonance)<sup>[1-10]</sup>.长期以来,人们为了达到好的效果,极力避免或降低噪声杂讯进入系统,然而噪声杂讯的发生却是很难避免的.直到最近才由一些现象,如随机共振,让科学家重新思考这个问题.例如,受到静电干扰的广播系统,如果加入一些噪声杂讯,信噪比(signal-to-noise ratio)可有效的被改善.相悖于对噪声所起作用的传统认识,在随机共振过程中噪声杂讯通过与体系之间非线性的合作性相互作用,而扮演“正面”和“建设性”作用<sup>[1,3]</sup>.事实上随机共振过程的产生不仅限于电子线路中噪声杂讯对电路信噪比的提高,从许多电子讯号处理程序到非线性光学、从半导体微电子器件到宏观大陆状冰河体积在百万年间的周期性演化、从化学反应到水栖动物的

神经回路都可发现随机共振的现象<sup>[1,11]</sup>.以人类的感官系统来说,甚至会借由生活环境的噪声,使得随机共振的现象得以发生<sup>[1,11]</sup>.正如前面所指出的那样,混沌运动和随机共振运动是非线性体系非平衡演化的两种表现形式、两个紧密相关的方面.但遗憾的是迄今有关随机共振现象的研究和所受到的关注还远不能与有关的混沌运动研究相比.确定性中包含了随机性意味着有序运动中可能的无序结果;反之,随机性中也隐藏着某种确定性,暗示了无序运动导致有序结果的产生.从非线性体系的非平衡运动的角度来看,不难理解这种非平衡耗散自组织结构形成,关键是对产生和维持这一动态组织结构的驱动外力的正确选择.

通常产生随机共振现象的基本要求是:1)体系存在具有阈值的激活能垒;2)体系受相干的弱调制驱动场的作用;3)体系具有内禀或外在噪声源;4)弱周期性调制作用不足以打破体系处于的破缺态.在众多的物理体系中都观察到了随机共振现象.事实上周期性驱动外场作用下的随机系统(periodically driven stochastic system)已成为近年来非线性科学、物理学科及交叉学科的研究热点之一<sup>[1,9]</sup>.不同的学科从不同的方面和层次切入到随机共振这个研究方向中来,也形成了有关随机共振研究内容的多样化.从最初通过引入噪声来增强体系内部有序弱信号到

<sup>\*</sup> 广东省自然科学基金(批准号 021693)资助的课题.

近期的引入噪声来克服体系内部的内禀噪声(即所谓的“以毒攻毒”),并有望推出应用产品<sup>[11]</sup>.

双稳态模型是最早、同时也是最为成功用于诠释随机共振现象的理论模型,迄今有关随机共振的理论和应用研究很多是围绕这一模型而展开的<sup>[1]</sup>. Ising 模型作为较为简单和广为研究的统计力学模型,有关其随机共振的研究也自然是必不可少的.近年来也有一些针对某种特殊应用的 Ising 模型的随机共振研究的报道<sup>[1,2,4,6-10,12,13]</sup>,从计算处理方案来看连续和离散两类处理方式都有<sup>[1]</sup>,但总体上还是远不及双稳态模型那么全面和详尽.迄今尚未见随机驱动场作用下 Ising 模型动态响应及其相变的报道.基于我们以往研究 Ising 自旋体系在多种确定性外场作用下的非平衡动态响应及其非平衡动态相变的工作基础,探讨了在弱信号周期场与随机外场(白噪声)综合作用下 Ising 自旋体系的动态转变新特征及其随机共振的实现.其目的不是要孤立地去详尽分析 Ising 模型中随机共振的方方面面,而更多是把它作为在一种特殊外场驱动下,考察体系相应的动态响应及其相变特征以及可能存在与其他确定性外场作用下的共性与个性.本文报道一些初步的计算结果.

## 2. 理论模型

为了便于清楚地阐述 Ising 自旋体系在随机外场(噪声)作用下的动态响应及其非平衡动态相变,特别是由于随机共振的缘故可能导致体系产生不同于常规确定性外场驱动下的新特征,有必要对随机共振和 Ising 自旋体系动态相变的一般特征作进一步说明.

### 2.1. 外场驱动下 Ising 自旋体系动态相变

Ising 自旋体系在驱动外场作用下将发生非平衡动态相变<sup>[14-20]</sup>.考察外场驱动下由  $N$  个相互作用自旋组成的动力学 Ising 自旋体系,其 Hamiltonian 可表述为

$$\hat{H} = -\frac{J}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \cdot S_j - H(\tau) \sum_i S_i, \quad (1)$$

$J$  为铁磁性自旋交换耦合常数,  $S_i = \pm 1$ ,  $\sum_{\langle i,j \rangle}$  和  $\sum_i$  分别代表对近邻自旋偶和整个自旋点阵的求和.  $H(\tau)$  为综合驱动外场,包括周期驱动场(正弦场  $h_0 \sin(\omega\tau)$ )和随机场(高斯白噪声  $\zeta(\tau)$ ),即

$$H(\tau) = h_0 \sin(\omega\tau) + \sqrt{2D}\zeta(\tau), \quad (2)$$

其中  $h_0$ ,  $\omega$  和  $\tau$  分别为驱动场的振幅强度、频率和体系在驱动外场作用下的演化时间.其中高斯白噪声

$$\langle \zeta(\tau) \rangle = 0, \quad \langle \zeta(\tau)\zeta(0) \rangle = 2D\delta(\tau). \quad (3)$$

(3) 式表明零平均和自相关关系,  $D$  为噪声强度,  $\delta$  函数  $\delta(\tau)$  满足

$$\delta(\tau - \tau') = \begin{cases} 1 & \tau = \tau' \\ 0 & \tau \neq \tau' \end{cases}, \quad (4)$$

采用平均场方法处理 Hamiltonian 中第一项,降低体系自旋自由度并获得符合 Glauber 动力学准则的动力学方程<sup>[14]</sup>

$$\frac{\partial m(\tau)}{\partial \tau} = K \left( \tanh \left[ \frac{m(\tau) + H(\tau)}{t} \right] - m(\tau) \right). \quad (5)$$

静态序参量  $m(\tau) = \langle S_i \rangle$  为全部自旋的系综平均,  $t$  为体系约化温度,  $K$  为唯象学常数.为了简化起见(5)式中的  $m(\tau)$ ,  $t$ ,  $h_0$  和  $D$  均采用无量纲的约化量.为了定量描述动态外场驱动下体系的动态响应及其相变过程,分别给出了动态序参量

$$Q = \frac{\omega}{2\pi} \oint m(\tau) d\tau, \quad (6)$$

和动态关联函数

$$C = \frac{\omega}{2\pi} \oint m(\tau) H(\tau) d\tau \quad (7)$$

的定义.

$Q$  参量为静态序参量  $m(\tau)$  对演化时间的周期平均值,  $Q=0$  和  $Q \neq 0$  分别对应对称性的动态顺磁相(P)和对称性破缺的动态铁磁相(F).选取随机初始化  $m(0)=0$  和有序初始化  $m(0)=1$  作为模拟计算的初始条件.图 1 给出了  $D=0$  的无噪声时选取上述两种初始条件时  $\sin$  驱动场作用下 Ising 自旋体系的典型动态相变相界.由动态相变的两个驱动因素外场振幅  $h_0$  和温度  $t$  组成的  $h_0-t$  相图清楚反映了动态相变相界的变化趋势.位于动态相界之上  $Q=0$  的 P 区为对称性的动态顺磁相区;而动态相界之下  $Q \neq 0$  的 F 区为对称性破缺的动态铁磁相区.图中的黑点为区分连续和非连续相变的三临界点(TCP)位置,在其左的相界为非连续一级相变而在其右为连续二级相变.相图中的内插图为两个区域典型的静态序参量  $m(\tau)$  和外场  $H(\tau)$  随时间  $\tau$  的演化过程.在  $Q=0$  的 P 区,静态序参量  $m(\tau)$  能以一定的相位差跟随驱动外场  $H(\tau)$  作对称性的变化,这导致  $Q=0$  的动态对称态的获得;而在  $Q \neq 0$

的 F 区, 静态序参量  $m(\tau)$  不能跟随驱动外场  $H(\tau)$  作对称性的变化而处于完全  $m(\tau) > 0$  的状态, 这直接导致  $Q \neq 0$  的动态破缺态的出现而形成动态有序. 作为动态转变的另一个重要判据的关联函数  $C$  在动态转变邻域将出现特征极小值<sup>[15]</sup>.

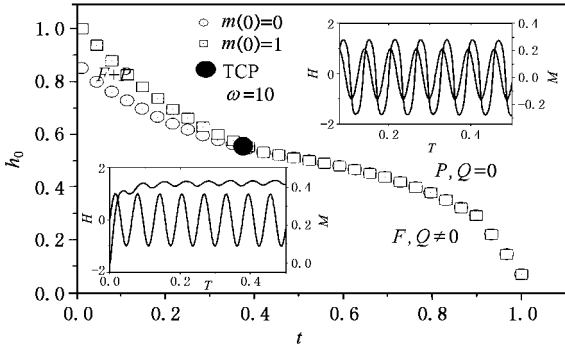


图1 零噪声 ( $D=0$ ) 时无序 ( $m(0)=0$ ) 和有序 ( $m(0)=1$ ) 初始化条件下的动态相界及 TCP 位置示意图 (相界的上下分别为动态无序顺磁  $P, Q=0$ ) 和动态有序铁磁 ( $F, Q \neq 0$ ) 相区. 内插图分别为动态对称和动态性破缺态下的静态序参量和外场随时间的演化)

驱动外场参数的选择对上述自旋体系的非平衡动态相变实现具有十分重要作用. 众所周知, 由于相互作用的合作自旋体系内禀弛豫滞后使其难于及时对驱动外场做出响应, 由此而产生磁滞后是普遍存在的非平衡动态现象<sup>[17]</sup>. 存在两种竞争的时间尺度, 即驱动外场的时间周期尺度  $2\pi/\omega$  和体系响应弛豫时间尺度  $\lambda$ . 只有当这两种时间尺度满足相互匹配时动态相变才能发生<sup>[18-20]</sup>. 考察多种条件下这两种时间尺度匹配及其变化规律是近年来动态相变研究的主要内容.

## 2.2. 随机共振

双稳态体系是随机共振现象中研究得最彻底体系, 关系式

$$\frac{\partial \chi(\tau)}{\partial \tau} = -\frac{\partial V(X)}{\partial X} + h_0 \sin(\omega\tau) + \zeta(\tau), \quad (8)$$

$$V(X) = -\frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{4}X^4 \quad (9)$$

给出典型双稳态体系在确定性周期场和噪声随机场综合作用下的动力学方程和自由能  $V(X)$  与序参量  $X$  的对称双势阱函数.

$\chi(\tau)$  和  $V(X)$  分别为序参量 (响应函数) 和约化对称双阱势函数. 受噪声激活的 Brownian 粒子在双势阱间作无规转跳动, 跳动转移频率  $\gamma_k$  由著名

的 Kramers 关系求得<sup>[1]</sup>

$$\gamma_k = \gamma_0 \exp(-\Delta V/D), \quad (10)$$

$\gamma_0$  为前因子常数,  $\Delta V$  和  $D$  分别代表能垒高度和噪声强度. 通常噪声强度  $D$  以玻尔兹曼常数  $k_B$  为比例因子与温度  $T$  成正比<sup>[1]</sup>, 即

$$D = k_B T. \quad (11)$$

(10) 式具有重要意义, 它表明改变噪声强度实际上同时具有调节 Brownian 粒子翻越能垒的幅度 (能力) 和跳动转移频率的双重作用. 显然这是随机场相异于确定性周期场的关键特征. 当同时存在随机场和确定性周期场时, 存在两种时间尺度: 1) 确定性周期场的振荡周期  $\tau_\omega$ ; 2) 噪声诱发 Brownian 粒子在能阱间发生两次转移跳动的统计平均等待时间  $\tau_k(D)$ . 显然

$$\tau_\omega = 2\pi/\omega, \quad \tau_k(D) = 1/\gamma_k. \quad (12)$$

当上述两种时间尺度接近时, 即满足所谓的时间尺度匹配条件时, 原本相互独立的随机性驱动和确定性周期驱动将出现统计意义上的同步变化, 由此而产生随机共振现象. 因此产生随机共振的时间尺度 (或频率) 匹配条件为

$$\tau_\omega = 2\tau_k(D), \quad \omega \approx \pi\gamma_k. \quad (13)$$

要实现时间尺度匹配, 可以通过改变确定性周期场的频率或者随机场的噪声强度来调节. 但一般在随机共振研究中, 通常是通过改变噪声强度来调节, 发挥噪音强度影响幅度和频率的双重效应, 这也是随机场情形下不同于确定性周期场的重要特征之一. 本文以考察非平衡动态响应及其相变为最终目的, 以噪声强度  $D$  为自变量, 选取了 (6) 和 (7) 式定义的动态序参量  $Q$  作为表征参量, 并以在某一特征值  $D_{SR}$  时  $Q$  取得峰值作为出现随机共振现象.  $D_{SR}$  被称为产生随机共振现象的最佳噪声强度.

确定性周期场驱动下 Ising 自旋体系的非平衡动态转变特征已逐渐明朗化, 近年来已得到较充分的研究<sup>[14-21]</sup>. 但起因于噪声随机外场的随机共振对 Ising 自旋体系的非平衡动态响应, 除文献 [3, 4, 7, 8, 13] 的一些近似报道之外, 目前尚未见更为详细的报道. 但有一点是十分清楚的, 那就是当时间尺度达到某种匹配时将诱发相应的动态相变. 通过以上分析, 可以清楚看到在受确定性周期场和随机性噪声场驱动的 Ising 自旋体系中, 应该存在三种特征时间尺度: 1) 体系本身对外场响应的弛豫时间尺度  $\lambda$ ; 2) 周期场调制变化振荡周期尺度  $2\pi/\omega$ ; 3) 由 Kramers 关系确定的噪声诱发转移跳动的统计平均等待时间

$\tau_k(D)$ . 其中 1) 2) 的匹配产生前面指出的常规非平衡动态相变, 而 2) 3) 的匹配形成随机共振现象, 若 1) 2) 3) 能达到某种匹配, 则可以实现具有随机共振特征的动态相变.

### 3. 模拟计算结果及其分析

正如前面所指出, 动态外场驱动下的 Ising 自旋体系在低温和高温阶段分别呈现出非连续和连续动态转变, 并直接体现在动态序参量  $Q$  的变化方式上. 以周期场振幅  $h_0$  和频率  $\omega$ 、随机场的噪声强度  $D$  为考察参变量, 初步模拟计算了  $Q$  参量在高低温区域对  $h_0$ ,  $\omega$  和  $D$  依赖变化关系. 基于线性响应理论处理的角度考虑, 对周期场振幅  $h_0$  的选择都严格限制在  $h_0 \leq 1$ , 而对频率  $\omega$  和噪声强度  $D$  则在较为广泛的范围取值. 下面是部分代表性计算结果.

图 2 给出的是低温非连续转变区域  $t = 0.3$ ,  $h_0 = 0.5$ ,  $\omega = 1$  时动态序参量  $Q$  随噪声强度  $D$  的变化关系曲线. 内插图为无噪声  $D = 0$  时, 在高温  $t = 0.7$  和低温  $t = 0.4$  下的  $Q-h_0$  图. 这里  $h_0$  和  $D$  同时作为动态转变的外在驱动因素. 高温下  $Q$  随  $h_0$  在转变区域连续变化, 而在低温下  $Q$  随  $h_0$  则在某一临界值  $h_{0c}$  以非连续突变方式完成动态转变. 不论是连续还是非连续方式变化,  $Q$  都以单调降方式随  $h_0$  从  $Q = 1$  的动态破缺态变为  $Q = 0$  的对称态. 引入噪声之后,  $Q$  值虽然仍然保持在某一临界值  $D_c$  的突变方式, 但不再是单调降趋势, 而是在  $D_c$  的邻域出现了剧烈的涨落. 这种  $Q$  值的涨落在  $D > D_c$  区域仍然存在, 但不如在临界值  $D_c$  处那么强烈. 图 3 给出的是相同温度和外场振幅但较小频率  $\omega = 0.1$  和  $\omega = 0.3$  下的  $Q-D$  曲线. 在某些特定的  $D$  值 (定义为  $D_{SR}$ ) 对  $Q$  出现了峰值, 这是典型的随机共振行为表现. 这里  $Q-D$  曲线所出现的双峰与文献 [4, 7] 中的  $R-T$  曲线所呈现的双峰有相似之处. 频率减小使得  $Q$  值双峰向小  $D$  值偏移, 而且原来较大  $D$  值处的  $Q$  值峰宽变小.

图 4 给出的是高温连续转变区域  $t = 0.8$ ,  $h_0 = 0.5$  各种频率时的  $Q-D$  曲线. 区别于图 2 和图 3 显示低温非连续转变情形, 在广泛的  $D$  值变化区域 ( $10^{-3} < D < 10^3$ ) 内只得到单一共振峰或谷的变化趋势, 而且峰或谷的本底宽达 2 个数量级, 这远大于图

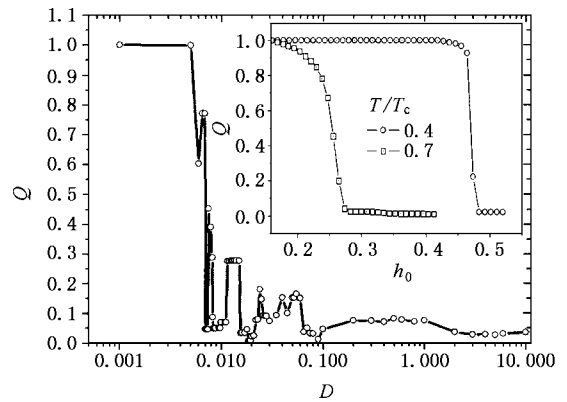


图 2 低温非连续转变区域  $t = 0.3$ ,  $h_0 = 0.5$ ,  $\omega = 1$  时动态序参量  $Q$  随噪声强度  $D$  的变化关系曲线. 内插图为无噪声  $D = 0$  时, 在高温  $t = 0.7$  和低温  $t = 0.4$  下的  $Q-h_0$  图

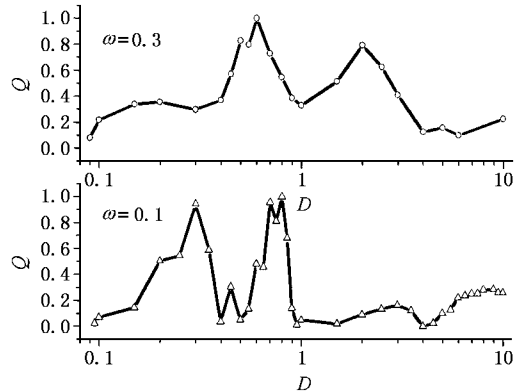


图 3 较小频率  $\omega = 0.1$  和  $\omega = 0.3$  下的  $Q-D$  曲线, 其余条件与图 2 中相同

3 中非连续转变情形. 随频率  $\omega$  的增加, 单峰向小  $D$  值处移动, 并最终变成单谷. 这一由单峰向单谷的变化过程也预示由原来定常动态对称态向定常动态破缺态的过渡.

上述的结果清楚显示了噪声强度  $D$  对动态转变的影响. 除  $D$  之外, 频率  $\omega$  也是一个影响动态转变的关键因素, 这在以往有关非噪声情形下动态转变研究中得到证实<sup>[14-20]</sup>. 但是在噪声环境下频率的影响作用还不十分清楚. 图 5 显示了低温非连续转变区域和高温连续转变区域中各种噪声强度下动态序参量  $Q$  与频率  $\omega$  的频谱关系曲线. 由图可见高低温下不同转变区域内频率的影响作用是很明显的. 在低温弱噪声 ( $D < 0.1$ ) 状态下, 体系以规则的动态对称和破缺二态方式存在, 并且随噪声强度  $D$  增加发生动态转变的临界频率  $\omega_c$  也有所提高. 但在较强

噪声强度 ( $D > 1$ ) 下, 高频区域出现  $Q$  参量无规的涨落. 高温情形下噪声强度  $D$  对  $Q$  的影响方式与低温状态的相似但效果更明显, 相同的噪声强度  $D = 0.1$  时高温状态下  $Q$  的无规涨落已完全取代了低温下的动态对称和破缺二态方式, 并且即使在弱噪声强度 ( $D = 0.01$ ) 下也具有较大的临界频率  $\omega_c$ .

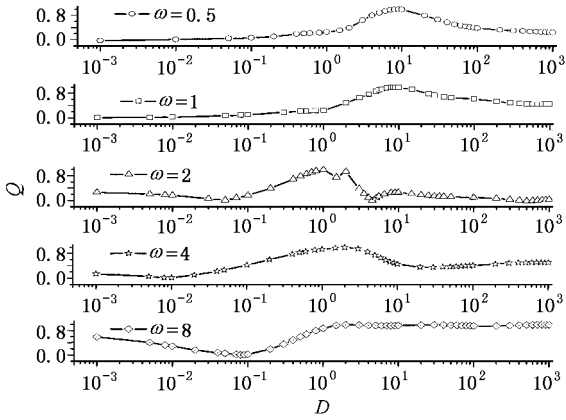


图4 高温连续转变区域  $t = 0.8, h_0 = 0.5$  内不同频率下的  $Q-D$  曲线

在无噪声随机外场作用时, 周期性确定场是诱发动态转变的唯一因素, 此时周期调制外场的振幅  $h_0$ 、频率  $\omega$  和体系温度  $t$  的选择将决定体系动态相区(包括动态相界)存在具体形式和转变类别. 当引

入噪声随机外场作用后, 综合确定性和随机性这两种驱动外场来考察体系的动态相变是非常有意义的. 图6显示的是频率  $\omega = 1$  时在振幅  $h_0$  和噪声强度  $D$  参数空间中低温  $t = 0.3$  和高温  $t = 0.8$  下的动态序参量  $Q$  的变化趋势. 由于计算条件时间的限制, 同时也为了有利于数据图形观察, 图中选择了数据曲面方式来表现数据的变化趋势, 但由此的数据光滑作用使得原始数据围绕数据曲面的涨落被抹平. 因此图6中的数据面光滑(特别是转变区域的光滑)是不真实的, 但数据面总体的变化趋势是真实的. 注意到图6中低温和高温时  $Q-(h_0, D)$  变化趋势的差异. 图中清楚显示在低温下  $h_0-D$  参数空间中动态序参量的破缺 ( $Q \neq 0$ ) 和对称状态 ( $Q = 0$ ) 存在的稳定区域. 低温下, 当  $h_0$  和  $D$  取小值 ( $h_0 < 0.3, D < 0.1$  范围), 体系处于完全的破缺状态(平台状), 这类似常规非噪声状态下的动态破缺; 当  $h_0$  和  $D$  取大值 ( $h_0 > 0.5, D > 0.1$  范围), 体系具有共振特征的动力学破缺变化趋势(峰状), 这是新的动态转变特征. 高温下, 原来小  $h_0$ 、小  $D$  取值范围内的完全破缺(平台状)区域明显缩小, 而峰状共振特征的破缺区域显著扩大, 并且随  $h_0$  的增加  $Q$  共振峰对应的特征噪声强度  $D_{SR}$  也从原来的  $D_{SR} = 1$  右移到  $D_{SR} > 10$ . 图中只显示了部分共振峰, 但从图5中的结果 ( $\omega = 1$ ) 来判断,  $D_{SR} > 10$ .

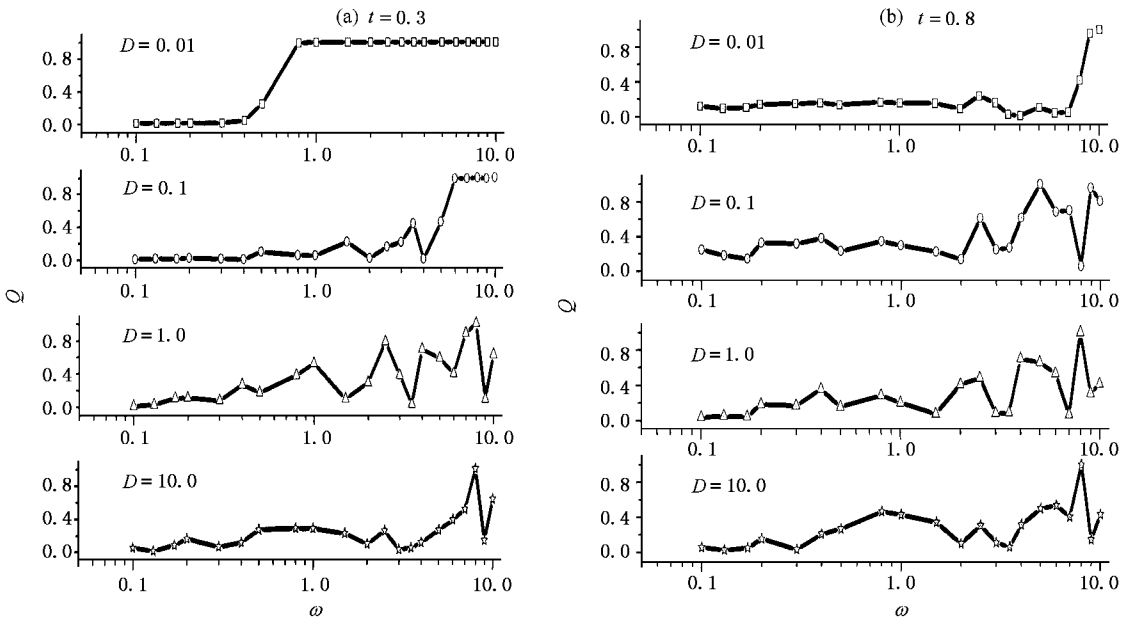


图5  $h_0 = 0.5$  时, 低温  $t = 0.3$  和高温  $t = 0.8$  时不同噪声强度  $D$  下的动态序参量  $Q$  频谱图

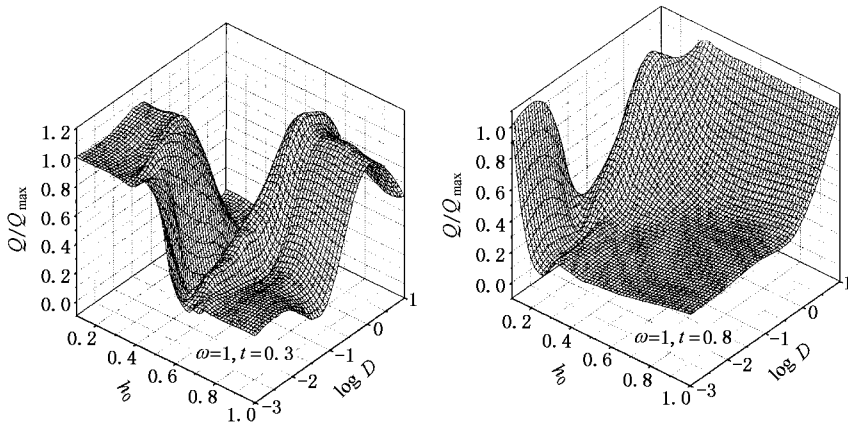


图6 频率  $\omega=1$  时低温  $t=0.3$  和高温  $t=0.8$  驱动场振幅  $h_0$  和噪声强度  $D$  组成的参数空间中动态序参量  $Q$  变化趋势

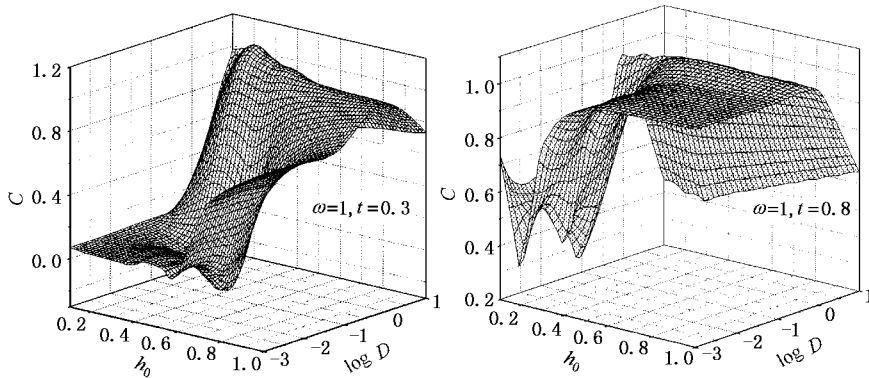


图7 频率  $\omega=1$  时低温  $t=0.3$  和高温  $t=0.8$  驱动场振幅  $h_0$  和噪声强度  $D$  组成的参数空间中关联函数  $C$  变化趋势

为了清楚展示  $h_0$ - $D$  参数空间中动态转变发生的区域,根据(7)式的定义计算了动态关联函数  $C$  并在图7中给出初步计算结果.图中关联函数  $C$  取极小值的区域为产生动态相变的区域.相对于低温态,温度的升高使得转变区域缩小,而且区域中心向低外场振幅方向移动( $h_{0c}$ 从0.5下降到0.1),但对应的临界噪声强度  $D_c$  则几乎没有变化,仍然维持在  $D=0.1$  的水平.高温情形下具有较低的临界外场振幅  $h_{0c}$  的这一结果与无噪声作用的单纯确定外场驱动下的动态相变是一致的.需要特别指出的是有关噪声  $D$  的两个特征量  $D_c$  和  $D_{SR}$  有完全不同的物理含义, $D_c$  对应关联函数  $C$  取极小值,即发生转变的临界状态,而  $D_{SR}$  则对应动态序参量  $Q$  取最大值,即随机共振峰的状态.

## 4. 结 论

在适当的驱动外场和温度条件下,受小振幅确定性周期外场和白噪声类随机性外场综合驱动下的 Ising 体系呈现出显著的随机共振现象.与单纯确定性外场作用的情形相似,在适当随机外场作用下的 Ising 体系同样会发生非平衡动态相变.相变特征也具有低温非连续和高温连续两种方式,并且产生动态对称性破缺的临界场  $h_{0c}$  也随温度的升高而下降.这些是 Ising 体系在不同性质外场作用下所表现出的共性.在引入噪声类随机外场之后,由于噪声强度  $D$  包含了振幅强度和频率的两种作用效果,因此噪声随机场作用下 Ising 体系的动态转变又具有鲜明的个性.其中随噪声强度  $D$  的增加,在某些特定的

噪声强度  $D_{SR}$  时动态序参量  $Q$  呈现出共振特征的单峰(高温连续转变区域)或双峰(低温非连续转变区域),直观地展现出了非平衡动态转变对噪声的依赖关系.确定性外场振幅强度  $h_0$  和频率  $\omega$  的变化不仅导致随机共振峰位的移动,同时也改变随机共振峰的尖锐程度,甚至从单峰状完全过渡到单谷状.这一由单峰向单谷的变化过程预示由原来定常动态对称态向定常动态破缺态的过渡.体系温度  $t$  和噪声强度  $D$  对临界频率  $\omega_c$  的影响比较明显,高温和较强

的噪声均导致临界频率  $\omega_c$  的增加.

由于计算条件和时间的限制,我们目前所得到计算结果尚不足以完整确定出  $h_0-t-D$  三维空间的动态相界,也就不能像图 1 所示的单纯确定性外场驱动情形那样从  $h_0-t$  相图中的动态相界上描绘 TCP 的变化.不过通过本文的计算结果和分析讨论已可以对  $h_0-t-D$  三维空间的动态相界变化趋势有一个粗略了解.进一步的系统计算和理论分析工作是必须的.

- [ 1 ] Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P and Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [ 2 ] Neda Z 1996 *Phys. Rev. E* **51** 5315
- [ 3 ] Ruzsyczynski P, Schimansky-Geier L and Dikshtein I 2000 *Eur. Phys. J. B* **14** 569
- [ 4 ] Kim B J *et al* 2001 *Euro Phys. Lett.* **56** 333
- [ 5 ] Pikovsky A, Zaikin A and Casa M A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 050601
- [ 6 ] Xu Y and Wang C 2000 *J. Tsinghua University* **40** 7 (in chinese)  
[ 徐云,王超. 2000 清华大学学报 **40** 7 ]
- [ 7 ] Hong H, Kim B J and Choi M Y 2002 *Cond-mat/0205608*
- [ 8 ] Leung K T and Neda Z 1999 *Phys. Rev. E* **59** 2730  
Leung K T and Neda Z 1998 *Phys. Lett. A* **246** 505
- [ 9 ] Phillips J C and Schulten K 1995 *Phys. Rev. E* **52** 2473
- [ 10 ] Mahato M C and Shenoy S R 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2503
- [ 11 ] Vilar J M G and Rubi J M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 950
- [ 12 ] Jeon G S *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **66** 024511
- [ 13 ] Sides S W, Ramos R A, Rikvold P A and Novotny M A 1997 *J. Appl. Phys.* **81** 5597
- [ 14 ] Tome T and Oliveira M J 1990 *Phys. Rev. A* **41** 4251
- [ 15 ] Acharyya M 1999 *Phys. Rev. E* **59** 218  
Acharyya M 1998 *Phys. Rev. E* **58** 179
- [ 16 ] Korniss G, Rikvold P A and Novotny M A 2002 *Phys. Rev. E* **66** 056127
- [ 17 ] Chakrabarti B K and Acharyya M 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 847
- [ 18 ] Sides S W, Rikvold P A and Novotny M A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 834
- [ 19 ] Korniss G, White C J, Rikvold P A and Novotny M A 2000 *Phys. Rev. E* **63** 016120
- [ 20 ] Acharyya M and Chakrabarti B K 1995 *Phys. Rev. B* **52** 6550
- [ 21 ] Liu W M, Zhong W S, Pu F S and Zhou X 1999 *Phys. Rev. B* **60** 12893

# Stochastic resonance of an Ising spin system driven by stochastic external field<sup>\*</sup>

Shao Yuan-Zhi Zhong Wei-Rong Lin Guang-Ming Li Jian-Can

( *Department of Physics , Zhongshan University , Guangzhou 510275 , China* )

( Received 13 October 2003 ; revised manuscript received 19 December 2003 )

## Abstract

The study on interesting stochastic resonance of the Ising spin system ( ISS ), subject to a joint external field of weak sinusoidal modulation and stochastic white-noise , was carried out through solving the mean-field equation of motion based on Glauber dynamics , and some new features in the dynamic response and stochastic resonance of the above ISS were also revealed. The periodically driven stochastic ISS shows the occurrence of characteristic non-equilibrium dynamic phase transition when the frequency and amplitude of driving field , the temperature of system and noise intensity attain a specific accordance in quantity. Somewhat similar to the situation in sole sinusoidal field , our primary result indicates that the dynamic transition of ISS in an applying stochastic field retains probably the feature of both discontinuous transition at low temperatures and continuous transition at high temperatures. The analysis was made concerning the non-equilibrium dynamic transition induced in the Ising spin system by external stochastic force in detail.

**Keywords :** Ising spin system , stochastic resonance , dynamic phase transition , symmetry

**PACC :** 7510H , 7620

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Science Foundation of Guangdong Province ,China( Grant No. 021693 ).