

飞秒强激光在充气毛细管中产生三次谐波的效率*

陈宝振 黄祖洽

(北京师范大学射线束技术与材料改性教育部重点实验室, 北京 100875)

(北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875)

(2003 年 12 月 29 日收到, 2004 年 3 月 26 日收到修改稿)

利用描写飞秒强激光在充气毛细管中产生三次谐波的一个理论模型讨论了三次谐波产生的信号-压强曲线. 结果发现: 在毛细管参量和激光参量确定的条件下, 三次谐波效率受管内气压, 三次谐波模式, 走离效应(walk-off)和相调制效应的影响. 同时, 发现, 得到的三次谐波效率接近实验值.

关键词: 效率, 三次谐波, 飞秒激光, 充气毛细管

PACC: 4250, 4265, 4281

1. 引 言

近年来, 非线性光学频率转换领域的新进展层出不穷^[1]. 特别值得关注的是飞秒激光在毛细管中产生的极端高阶的非线性光学过程和通常的高阶参量过程. 已有相当多的实验结果显示: 由于毛细管可以实现在无毛细管的情况下无法实现的相位匹配, 所以毛细管中高次谐波产生效率同无毛细管时高次谐波产生效率相比要提高 100—1000 倍^[2-5]. 本文利用飞秒强激光在充气毛细管中产生三次谐波的一个理论框架得到了三次谐波耦合方程组的近似解析解. 利用这个解析解我们讨论了影响三次谐波产生效率的一些因素. 最后, 利用本文的理论结果对有关实验结果做了说明. 得到的结论是: 本文的理论结果可以对实验得到的三次谐波产生效率给出大体一致的定量说明. 此外, 我们发现: 在气压 7.7×10^3 Pa 附近, 处于第三低阶导模的相位匹配的三倍频并不是 Durfee 实验中^[5]观测到的三倍频的重要组成部分; 处于最低阶导模和第二低阶导模的相位不匹配的三倍频却是 Durfee 实验中^[5]观测到的三倍频的主要组成部分; 在 4.6×10^3 Pa 附近(0, 3)模的贡献是主要的并且达到了最强的信号; 在气压 7.7×10^3 Pa 附近(5.3×10^3 Pa— 10.6×10^3 Pa)(0, 1)和(0, 2)模对三次谐波的贡献基本保持不变.

2. 飞秒强激光在充气毛细管中产生三次谐波过程的耦合方程组及其近似解析解

2.1. 光波在介质中传输的普适的波动方程

描写光波在介质中传输的普适的波动方程可以写为

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P^N(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$D(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t) + 4\pi P^{(1)}(\mathbf{r}, t),$$

$$P^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(1)} E(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

这里 $E(\mathbf{r}, t)$ 是光波电场振幅, $D(\mathbf{r}, t)$ 是电位移, $P^{(1)}(\mathbf{r}, t)$, $P^N(\mathbf{r}, t)$ 分别是介质的线性, 非线性电极化强度. 在得到方程(1)时已经假设介质中的自由电荷密度和电流密度为零. 进一步假设介质是各向同性的, 那么介质中可能发生的最低阶的非线性光学过程是三阶非线性过程. 这样可以将光波电场振幅和介质非线性电极化强度分别写为

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_1(\mathbf{r}, t) + \text{c. c.}] + \frac{1}{2} [E_3(\mathbf{r}, t) + \text{c. c.}], \quad (3)$$

$$P^N(\mathbf{r}, t) = P_{\omega}^{(3)}(\mathbf{r}, t) + P_{3\omega}^{(3)}(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

这里

$$P_{\omega}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = 3\chi^{(3)} | E_1(\mathbf{r}, t) |^2 E_1(\mathbf{r}, t) / 8,$$

* 国家自然科学基金(批准号 90103025)和教育部博士点基金(批准号:DPF20020027006)资助的课题.

$$P_{3\omega}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(3)} [6 | E_1(\mathbf{r}, t) |^2 E_3(\mathbf{r}, t) + E_1^3(\mathbf{r}, t)] \quad (8)$$

在得到(4)式时,采用了近似保留到 $E_3(\mathbf{r}, t)$ 的一次幂和 $E_1(\mathbf{r}, t)$ 的三次幂. 将(2)(3)(4)式代入(1)式,可以得到耦合方程组

$$\begin{aligned} & \nabla^2 E_1(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_1(\mathbf{r}, t) \\ & = \frac{3\pi}{c^2} \chi^{(3)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [| E_1(\mathbf{r}, t) |^2 E_1(\mathbf{r}, t)], \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \nabla^2 E_3(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_3(\mathbf{r}, t) \\ & = \frac{\pi}{c^2} \chi^{(3)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [| E_1^3(\mathbf{r}, t) | \\ & + 6 | E_1(\mathbf{r}, t) |^2 E_3(\mathbf{r}, t)]. \quad (6) \end{aligned}$$

耦合方程组(5)(6)是一个普适的方程组,是本文的出发点.

2.2. 描写飞秒强激光在充气毛细管中三阶非线性光学过程的耦合方程组

由耦合方程组(5)(6)得到描写飞秒强激光在充气毛细管中三阶非线性光学过程的耦合方程组是一个有标准答案的问题. 在这里只列出最简单情况下的最主要的步骤.

抽运光波的电场振幅和三次谐波的电场振幅的形式可写为^[6]

$$E_1(\mathbf{r}, t) = \sum_{\sigma} A_{1\sigma}(z, t) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}(r, \vartheta) \exp[i\beta_{1\sigma} z - i\omega_1 t], \quad (7)$$

$$E_3(\mathbf{r}, t) = \sum_{\sigma} A_{3\sigma}(z, t) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}(r, \vartheta) \exp[i\beta_{3\sigma} z - i\omega_3 t], \quad (8)$$

这里 $\tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}(r)$ 及 β_{σ} 分别是频率为 ω_n 的第 σ 个导模在垂直于传输方向平面内的电场分布函数及传输常数. $A_{\sigma}(z, t)$ 为对应的导模振幅. 由于在一阶近似下不同频率的同一导模的电场分布函数是一样的,所以在(7)(8)式中略去了频率指标.

将(7)和(8)式代入(5)和(6)式,在导模振幅慢变近似下可以得到

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{g1}} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_{1\sigma}(z, t) \\ & = i \sum_{\sigma'} \gamma_{1\sigma'} | A_{1\sigma'}(z, t) |^2 A_{1\sigma}(z, t), \quad (9) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{g3}} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_{3\sigma}(z, t)$$

$$\begin{aligned} & = i \sum_{\sigma'} \gamma_{3\sigma'} | A_{1\sigma'}(z, t) |^2 A_{3\sigma}(z, t) \\ & + i \sum_{\sigma' \sigma''} \gamma_{1\sigma' \sigma''} A_{1\sigma'}(z, t) A_{1\sigma''}(z, t) A_{1\sigma}(z, t) \\ & \times e^{i\omega_{1\sigma' \sigma''} t}, \quad (10) \end{aligned}$$

这里

$$\gamma_{1\sigma} = \gamma_{\sigma} \chi^{(3)} \frac{3\pi\omega_1^2}{2\beta_{1\sigma} c^2},$$

$$\gamma_{3\sigma} = \gamma_{\sigma} \chi^{(3)} \frac{3\pi\omega_3^2}{\beta_{3\sigma} c^2},$$

$$\gamma_{1\sigma' \sigma''} = \gamma_{\sigma' \sigma''} \chi^{(3)} \frac{\pi\omega_3^2}{2\beta_{3\sigma} c^2},$$

$$\Delta_{1\sigma' \sigma''} = \beta_{1\sigma'} + \beta_{1\sigma''} + \beta_{1\sigma''} - \beta_{3\sigma},$$

$$\gamma_{\sigma' \sigma''} = \frac{\int \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma'}(r, \vartheta) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma''}(r, \vartheta) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma'}(r) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma''}(r, \vartheta) r dr d\vartheta}{D_{\sigma'} D_{\sigma''} D_{\sigma'} D_{\sigma''}}$$

$$\gamma_{\sigma} = \frac{\int \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}^2(r, \vartheta) \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}^2(r, \vartheta) r dr d\vartheta}{D_{\sigma}^2 D_{\sigma}^2}$$

$$A_{j\sigma}(z, t) = A_{j\sigma}(z, t) D_{\sigma}, \quad j = 1, 3,$$

$$D_{\sigma}^2 = \int \tilde{\mathcal{E}}_{\sigma}^2(r, \vartheta) r dr d\vartheta,$$

v_{gn} 是中心频率为 ω_n 光束的群速.

(10)式右边的第一项描述抽运光对三倍频的调制,第二项是三倍频的源项.

2.3. 方程组的近似解析解

我们注意到方程(9)的解独立于方程(10). 而方程(10)的解则依赖于方程(9). 容易得到方程(9)的形式解为

$$\begin{aligned} & A_{1\sigma}(z, \eta_1 + z/v_{g1}) \\ & = A_{1\sigma}^{(0)}(\eta_1) \exp\left[i \sum_{\sigma_1} \gamma_{1\sigma_1} | A_{1\sigma_1}^{(0)}(\eta_1) |^2 z \right], \quad (11) \end{aligned}$$

这里 $\eta_1 = t - \frac{z}{v_{g1}}$.

方程(10)的近似解析解可以表达为^[6,7]

$$\begin{aligned} & A_{3\sigma}(z, \eta_3) = \exp\left[- \int_0^z \rho(z') dz' \right] \left\{ \int_0^z Q(z') \right. \\ & \quad \times \exp\left[\int_0^{z'} \rho(z'') dz'' \right] dz' \left. \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

这里

$$\rho(z) = - i \sum_{\sigma'} \gamma_{3\sigma'} | A_{1\sigma'}^{(0)}(\eta_{31}) |^2,$$

$$\eta_3 \equiv t - z/v_{g3},$$

$$\eta_{31} \equiv \eta_3 - z(1/v_{g1} - 1/v_{g3}),$$

$$Q(z) = i \sum_{\sigma' \sigma''} \gamma_{1\sigma'}^{\sigma' \sigma''} A_{1\sigma'}^{(0)}(\eta_{31}) A_{1\sigma''}^{(0)}(\eta_{31}) A_{1\sigma}^{(0)}(\eta_{31}) \times \exp \left[i \Delta_{1\sigma'}^{\sigma' \sigma''} + \sum_{\sigma_1} \Gamma_{\sigma' \sigma''}^{\sigma_1} z \right],$$

$$\Gamma_{\sigma' \sigma''}^{\sigma_1} = \gamma_{1\sigma'}^{\sigma' \sigma''} |A_{1\sigma'}^{(0)}(\eta_{31})|^2 + \gamma_{1\sigma''}^{\sigma' \sigma''} |A_{1\sigma''}^{(0)}(\eta_{31})|^2 + \gamma_{1\sigma}^{\sigma' \sigma''} |A_{1\sigma}^{(0)}(\eta_{31})|^2. \quad (13)$$

在一个脉冲内,处于 σ 模的三次谐波流出毛细管出口端面的能量 W_σ 为

$$W_\sigma = \frac{c}{2\pi} \int_{-T_0}^{T_0} |E_{3\sigma}(\mathbf{r}, t)|^2 dt r d\vartheta, \quad (14)$$

产生处于 σ 模的三次谐波的效率 κ_σ 为

$$\kappa_\sigma = W_\sigma / W_0, \quad (15)$$

这里, W_0 是在一个脉冲内进入毛细管的抽运光能量.

3. 数值结果和讨论

利用(12)式,在管气压 $2 \times 10^3 \text{ Pa} - 10.6 \times 10^3 \text{ Pa}$ 的范围内计算了 K_r 的信号-气压曲线.计算采用了下面的参数和近似假设:1)参数:抽运光脉宽 25 fs ($T_0 = 12.5 \text{ fs}$),每个脉冲抽运光注入毛细管的能量 $W_0 = 145 \mu\text{J}$,毛细管长度 30 cm ,毛细管内半径 $76.5 \mu\text{m}$.为了同实验结果比较,这里所取的参数就是Durfee实验条件.2)近似假设:抽运光只激发毛细管最低阶导模.3)被产生的三次谐波导模只取四个最低阶导模,它们的模指标为 $(0,1)$ 、 $(0,2)$ 、 $(0,3)$ 、 $(0,4)$.关于模指标的意义参见文献[7].计算结果放在图1和图2中.图1由(12)式的简化式得到,所谓(12)式的简化式就是不计走离和相调制的(12)式.图2由(12)式得到.

由图1可以看到:1)在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时,相位匹配的 $(0,3)$ 模达到最大值.它给出三次谐波的主要贡献.2)在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时, $(0,4)$ 模的贡献可以忽略不计, $(0,1)$ 、 $(0,2)$ 模的贡献是不可忽略的.由于图1是在不计走离和相调制的情况下得到的,所以不能用图1的结果去说明实验结果.

由图2可以看到:1)在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时,三次谐波的主要贡献来自于 $(0,1)$ 和 $(0,2)$ 模.这一结论同Durfee等人的结论是不同的(Durfee等人似乎认为三次谐波的主要贡献来自于相位匹配的 $(0,3)$ 模^[5]).2)在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时, $(0,3)$ 模的贡献不是主要的, $(0,4)$ 模的贡献是可以忽略不计的.3)由于走离和相调制的作用, $(0,3)$ 模的峰位由

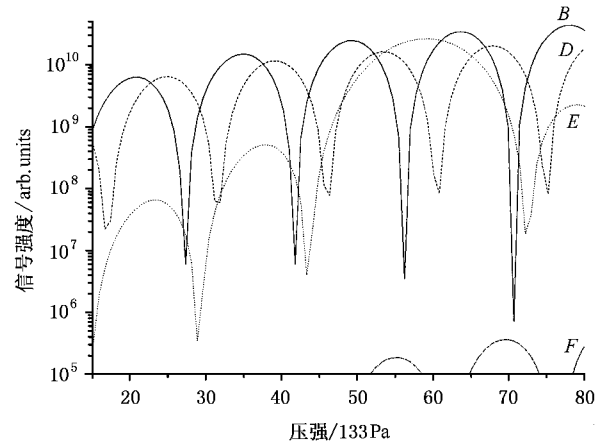


图1 信号-压强曲线(不计走离和相调制) $B(0,1)$ 导模; $D(0,2)$ 导模; $E(0,3)$ 导模; $F(0,4)$ 导模

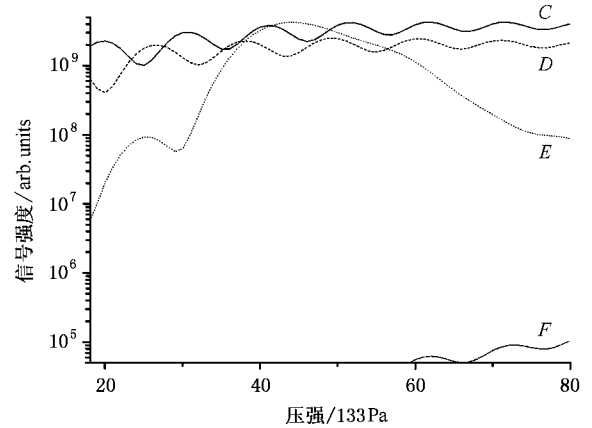


图2 信号-压强曲线(考虑走离和相调制) $C(0,1)$ 导模; $D(0,2)$ 导模; $E(0,3)$ 导模; $F(0,4)$ 导模

图1中的 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 移到了图2中的 $5.3 \times 10^3 \text{ Pa}$ 附近.在 $5.3 \times 10^3 \text{ Pa}$ 附近 $(0,3)$ 模的贡献是主要的并且达到了最强的信号.4)在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 附近($5.3 \times 10^3 \text{ Pa} - 10.6 \times 10^3 \text{ Pa}$) $(0,1)$ 和 $(0,2)$ 模对三次谐波的贡献基本保持不变.

在考虑走离和相调制影响的情况下,利用(14)和(15)式,我们可以得到在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 处被产生的三次谐波的效率约为 0.15% .这个结果和实验结果(0.2%)很接近.

在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 时,三次谐波的主要贡献是来自于 $(0,1)$ 和 $(0,2)$ 模还是来自于 $(0,3)$ 模?在气压为 $7.7 \times 10^3 \text{ Pa}$ 附近($5.3 \times 10^3 \text{ Pa} - 10.6 \times 10^3 \text{ Pa}$) $(0,1)$ 和 $(0,2)$ 模对三次谐波的贡献是否基本保持不变?最强的信号是否应在 $5.3 \times 10^3 \text{ Pa}$ 附近出现并主要来自 $(0,3)$ 模的贡献?这些问题是很有意义

的,值得进一步的实验来验证.

-
- [1] Tempea G *et al* 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 545
[2] Rundquist A *et al* 1998 *Science* **280** 1412
[3] Spielmann C *et al* 1997 *Science* **278** 661
[4] Misoguti L *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 013601
[5] Durfee C G *et al* 1997 *Opt. Lett.* **22** 1565
[6] Zheltikov A M *et al* 1999 *JETP* **88** 857
[7] Chen B Z and Huang Z Q 2003 *J. Beijing Normal University* **39** 72
(in Chinese) [陈宝振、黄祖洽 2003 北京师范大学学报(自然科学版) **39** 72]

Efficiency of the third-order harmonic in gas-filled capillary driven by fs laser pulses^{*}

Chen Bao-Zhen Huang Zu-Qia

(Key Laboratory of Beam Technology and Material Modification of Ministry of Education ,Beijing Normal University ,Beijing 100875 ,Chian)

(Institute of Low Energy Nuclear Physics , Beijing Normal University ,Beijing 100875 ,China)

(Received 29 December 2003 ; revised manuscript received 26 March 2004)

Abstract

Using a theoretical model for generation of the third-order harmonic in a gas-filled capillary driven by fs laser pulses , the signal-pressure curves of the third-order harmonic generation in a gas-filled capillary driven by fs laser pulses are discussed . It is found that when the parameters of the capillary and laser pulse are given , the generation efficiency of the third harmonic is influenced by the waveguide modes of the third harmonic , the pressure , the walk-off and the phase modulation , and that the theoretical value of the generation efficiency of the third harmonic , which is given in this paper , approaches the experimental one .

Keywords : efficiency , third harmonic , fs laser pulses , gas-filled capillary

PACC : 4250 , 4265 , 4281

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No.90103025) , the Doctorate Foundation of the State Education Ministry of China(Grant No.DPF20020027006) .