第 54 卷 第 10 期 2005 年 10 月
1000-3290/2005/54(10)/4517-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 54, No. 10, October, 2005

一般 WGHZ 态和它的退纠缠与概率隐形传态

黄永畅[1)2)†]　刘　敏[1)]

1)(北京工业大学应用数理学院理论物理研究室,北京　100022)

2)(China Center of Advanced Science and Technology (World Laboratory), Beijing　100080)

(2004 年 10 月 27 日收到;2005 年 1 月 25 日收到修改稿)

给出了一般纠缠的 WGHZ 态,然后利用所得一般 WGHZ 态导出了一般纠缠的不同的 W 态,得到了不同退纠缠的条件,一般 WGHZ 态取不同的复系数为零时,有不同的退纠缠,并可得到不同的 W 态和不同的一般的 Bell 基,以上对退纠缠的讨论结果与通常用密度矩阵的可分性得的退纠缠条件一致.通过构造一个 5×5 对角投影变换矩阵,解决了使用一般纠缠量子信道并不再引入辅助态时,态畸变的恢复问题,并且这里的对角投影变换矩阵 U_M 也与以往文献的不同,而且还更直接,进而解决了不引入辅助态并使用一般纠缠信道纠缠的一般 WGHZ 态的概率隐形传态的问题,本文关于对角的投影变换矩阵 U_M 的变换方法等可以直接推广到任意一般纠缠信道的一般纠缠态的概率隐形传态.

关键词:隐形传态,纠缠,W 态,量子信道
PACC:0365

1. 引　言

由于量子力学的非局域性使得量子力学具有经典理论所没有的许多非常奇特且非常有用的性质,而且经典信息理论可以与量子理论结合,并已经给出了量子信息理论[1],文献[2]研究了量子隐形传态,已经有大量的工作集中在量子密码通信的研究[3].文献[4,5]给出了由经典和 EPR 通道传送未知量子态的研究,而且所给的隐形传态(teleportation)的方案也是满足量子力学中的定量的概率因果原理.隐形传态现在已成为量子信息理论重要的研究对象,并且可应用于远程量子计算[6]、量子远程克隆(Telecloning)[7]和量子远程控制[8]等.

经过仔细地研究可以发现,经典统计力学的一般的统计样本空间与量子力学的 Hilbert 空间有对应关系,故弄清经典统计力学和量子力学的对应关系,对我们真正理解它们的更一般的物理实质有着重要意义,文献[9]研究了经典统计力学和量子力学中统计对应关系,并且把经典不确定关系直接推广到了量子的情况.文献[10]依据满足定量因果原理的具有不失不得特性的同胚映射,给出了理想态、参考态和变形态的统一描述.而且研究量子力学中复杂问题还要注意到量子力学是满足概率性因果原理和幺正算符的操作对态的影响特性,特别是需要注意到幺正算符操作的可逆性等[11],而且量子力学中的概率性因果原理与量子力学的非局域性紧密相关.

由于存在量子不可克隆定律[1],人们没法完全复制量子力学的态,只能通过隐形传态把态从一处甚至超光速地传到另一处,故国内外有大量的研究工作集中在隐形传态上,文献[4]研究了通过其中一个粒子的隐形传态来传递量子纠缠态,许多工作如文献[12]研究了通过二粒子的隐形传态来传递纠缠态,文献[13,14]给出了 Greenberger-Horne- Zeilinger (GHZ)态多粒子的方案,文献[15]发现任意三粒子纠缠态的隐形传态可简化为纠缠 GHZ 态和纠缠 W 态的隐形传态.由于人们对多粒子纠缠的性质及其度量尚不完全清楚,文献[15]发现,对于三粒子纠缠,如果态的转化只通过随机性局域操作和经典通信(SLOCC)来进行,不要求每次得到确定的结果,则可将任意的三粒子纠缠态转换为纠缠 GHZ 态或纠缠 W 态的基本形式

† 联系人. E-mail:ychuang@bjut.edu.cn

$$|\Psi_{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle), \quad (1)$$

$$|\Psi_{W}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle). \quad (2)$$

文献[14]通过引进一个初态为$|0\rangle_A$的辅助态来构造一个特殊的幺正转换矩阵,使畸变的量子态得到恢复.最近郑亦庄等人给出了利用三个二粒子纠缠态作为量子信道来传送三粒子纠缠W态的方案[16],现在研究如何通过一般的量子信道来传送一个一般纠缠态已成了很有意义的课题.

2. 一般WGHZ态和退纠缠条件

由于可将三粒子纠缠态[17]转换为两种基本形式——纠缠GHZ态(1)或纠缠W态(2)[8],而且(1)和(2)式都具有最大的对称性,特别是它们都具有置换对称性.为推广(1)和(2)到一般的态,可把其常系数推广为一般的复系数,进一步根据态叠加原理,我们可将所得到的一般复系数态叠加,则可得三粒子的具有五个参数的一般对称态

$$\begin{aligned}|\Phi_{WGHZ}\rangle_{123} = {}& \alpha_1|001\rangle_{123} + \alpha_2|010\rangle_{123} \\ & + \alpha_3|100\rangle_{123} + \alpha_4|000\rangle_{123} \\ & + \alpha_5|111\rangle_{123}, \left(\sum_{i=1}^{5}|\alpha_i|^2 = 1\right). \quad (3)\end{aligned}$$

其中我们已定义(3)式为一般的WGHZ态.当$\alpha_i = 1/\sqrt{5}$,$i = 1,2,3,4,5$时,(3)式具有一般的置换对称性,则可定义这时的(3)式为等系数的WGHZ态.

现利用所得三粒子纠缠的一般WGHZ态来讨论其不同的退纠缠.

当$\alpha_5 = 0$,(3)式退化为

$$\begin{aligned}|\Psi_{W0}\rangle = {}& \alpha_1|001\rangle_{123} + \alpha_2|010\rangle_{123} \\ & + \alpha_3|100\rangle_{123} + \alpha_4|000\rangle_{123}, \\ & \left(\sum_{i=1}^{4}|\alpha_i|^2 = 1\right). \quad (4)\end{aligned}$$

(4)式正是一些文献称的一般的W态[16],为研究方便可称(4)式为一般的$W0$态.

当$\alpha_4 = 0$,(3)式退化为

$$\begin{aligned}|\Psi_{W1}\rangle = {}& \alpha_1|001\rangle_{123} + \alpha_2|010\rangle_{123} \\ & + \alpha_3|100\rangle_{123} + \alpha_5|111\rangle_{123}, \\ & \left(\sum_{i=1}^{3}|\alpha_i|^2 + |\alpha_5|^2 = 1\right) \quad (5)\end{aligned}$$

为研究方便可称(5)式为一般的$W1$态,这样不同的W态就不会搞混了.而且当(4)和(5)式中的系数分别都为$1/\sqrt{4}$,则(4)和(5)式分别都有置换对称性.

当α_1,α_2和α_3中的任意一个或两个等于零,(3)式中的三粒子不会有退纠缠.

当$\alpha_1 = \alpha_5 = 0$,(3)式退纠缠为

$$\begin{aligned}|\Phi'_{WGHZ}\rangle_{123} = {}& (\alpha_2|01\rangle_{12} + \alpha_3|10\rangle_{12} \\ & + \alpha_4|00\rangle_{12})|0\rangle_3 = |\Phi_W\rangle_{12}|0\rangle_3, \quad (6)\end{aligned}$$

则第3量子位粒子退出三粒子的纠缠.这是因为根据文献[1],当它们的密度算符可分时,即当$\rho = |\Phi_W\rangle_{12}|0\rangle_{33}\langle 0|_{12}\langle\Phi_W| = \rho_{W12}\rho_3$时,第3量子位态退出纠缠,可见这两种方法的讨论自洽.进一步当$\alpha_4 = 0$,(6)式可退化为一个一般的Bell基

$$|\Phi_W\rangle_{12} = \alpha_2|01\rangle + \alpha_3|10\rangle_{12} \quad (7)$$

在(6)式中,当$\alpha_3 = 0$,故可有

$$|\Phi'_W\rangle_{12} = |0\rangle_1(\alpha_2|1\rangle_2 + \alpha_4|0\rangle_2) \quad (8)$$

则1,2两量子位粒子最后退出纠缠.其它的不同退纠缠(如(5)式的不同退纠缠)可类似地讨论,故不多述.因此我们得到对于三粒子纠缠的一般WGHZ态(3)而言,其取不同的复系数为零时,有不同的退纠缠,而且还可得到不同的W态和不同的一般Bell基,即不同的复系数所对应的态在该系统纠缠中起着重要作用.

3. 使用非最大纠缠量子信道的三粒子纠缠的一般WGHZ态的隐形传态

在实际的量子通信实验中,研究一般纠缠的量子信道的隐形传态特性是有重要现实意义的,这是因为实验中的损耗和消相干等的存在,使一个体系的最大纠缠态很难保持不变,所以现进一步研究一般纠缠信道的隐形传态.根据Bennett的理论[4],量子隐形传态的实现是Alice和Bob要共享由纠缠态粒子对构成的量子信道.

设在开始时,Alice拥有纠缠态粒子(1,2,3),并且和Bob共同拥有纠缠态(4,5),(6,7)和(8,9),其中粒子4,6,8在Alice处,粒子5,7,9在Bob处.其具体测量过程是:Alice首先对粒子1,4进行Bell测量后,在粒子2,3,5之间建立纠缠;然后,Alice对粒子2,6进行Bell测量后,在粒子3,5,7之间建立纠缠;最后,Alice对粒子3,8进行Bell测量后,在粒子5,7,9之间建立新的纠缠.即Alice和Bob事先建立了以下三个二粒子对的一般纠缠信道

$$|\Phi\rangle_{i,i+1} = x_i|00\rangle_{i,i+1} + x_{i+1}|11\rangle_{i,i+1},$$

$$|x_i|^2 + |x_{i+1}|^2 = 1,$$
$$i = 4 + 2k,\ k = 0,1,2 \tag{9}$$

其中可记 $x_4 = a$，$x_5 = b$，$x_6 = c$，$x_7 = d$，$x_8 = e$，$x_9 = f$. 要传送的这一般纠缠的三个粒子 1，2，3 的态与以上三个二粒子纠缠对(4,5)，(6,7)和(8,9)所构成的量子体系的总量子态是

$$|\Psi_T\rangle = |\Phi_{\mathrm{WGHZ}}\rangle_{123} \otimes |\Phi\rangle_{4,5} \otimes |\Phi\rangle_{6,7} \otimes |\Phi\rangle_{8,9}. \tag{10}$$

其中 $|\Phi_{\mathrm{WGHZ}}\rangle_{123}$ 是三粒子的一般(或叫未知) WGHZ 态. Alice 利用 Bell 基

$$|\Phi^{\pm}\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{ij} \pm |11\rangle_{ij}), \tag{11}$$

$$|\Psi^{\pm}\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{ij} \pm |10\rangle_{ij}), \tag{12}$$

对粒子 $(i,j)=(1,4)$，$(2,6)$ 和 $(3,8)$ 分别进行 Bell 测量，经过各种可能的测量后，Bob 处所有可能的结果为如下的 64 种

$$\langle\Phi^{\pm}|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 acf|001\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 aed|010\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 bce|100\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 ace|000\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 bdf|111\rangle_{5,7,9}), \tag{13}$$

$$\langle\Psi^{\pm}|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 ace|000\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 adf|011\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 bcf|101\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 acf|001\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 bde|110\rangle_{5,7,9}), \tag{14}$$

$$\langle\Phi^{\pm}|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 adf|011\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 ace|000\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 ace|000\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 aed|010\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 bcf|101\rangle_{5,7,9}), \tag{15}$$

$$\langle\Phi^{\pm}|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 bcf|101\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 bde|110\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 bce|100\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 bce|100\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 adf|011\rangle_{5,7,9}), \tag{16}$$

$$\langle\Psi^{\pm}|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 aed|010\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 acf|001\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 bdf|111\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 adf|011\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 bce|100\rangle_{5,7,9}), \tag{17}$$

$$\langle\Psi^{\pm}|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 bce|100\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 bdf|111\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 acf|001\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 bcf|101\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 aed|010\rangle_{5,7,9}), \tag{18}$$

$$\langle\Phi^{\pm}|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 bdf|111\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 bce|100\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 aed|010\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 bde|110\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 acf|001\rangle_{5,7,9}), \tag{19}$$

$$\langle\Psi^{\pm}|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}|_{1,4}\Psi_T\rangle$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\pm\alpha_1 bde|110\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_2 bcf|101\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_3 adf|011\rangle_{5,7,9} + \alpha_4 bdf|111\rangle_{5,7,9} \pm \alpha_5 ace|000\rangle_{5,7,9}), \tag{20}$$

则经过以上所讨论的 Bell 测量后，要传送的三个粒子 1，2，3 间纠缠的一般 WGHZ 态消失了，而在粒子 5,7,9 中建立起新的纠缠的一般态.

4. 畸变态的恢复和隐形传态概率

Alice 进一步通过经典信道把测量结果通知 Bob，但是这时 Bob 不可能像到现在为止已知的文献那样通过简单的幺正变换得到原来纠缠的一般 WGHZ 态(3)，因为一般纠缠信道已使得被传送的量子态出现了有规律的畸变，并且这畸变的态中含有一般的信道参数 x_i $(i = 4, 5, \cdots, 9)$. 经计算可得上节(13)—(20)式中各种情况下 α_5 前面的符号与 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的符号相关，具体如表 1.

表 1　各种情况下 α_5 的符号

粒子 5,7,9 的态中 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 前的符号	α_s 的符号
$+\alpha_1, +\alpha_2, +\alpha_3$	$+\alpha_5$
$+\alpha_1, +\alpha_2, -\alpha_3$	$-\alpha_5$
$+\alpha_1, -\alpha_2, +\alpha_3$	$-\alpha_5$
$-\alpha_1, +\alpha_2, +\alpha_3$	$-\alpha_5$
$+\alpha_1, -\alpha_2, -\alpha_3$	$+\alpha_5$
$-\alpha_1, -\alpha_2, +\alpha_3$	$+\alpha_5$
$-\alpha_1, +\alpha_2, -\alpha_3$	$+\alpha_5$
$-\alpha_1, -\alpha_2, -\alpha_3$	$-\alpha_5$

为了克服(例如：像文献[18,19]那样)引入物理的辅助态(如：$|0\rangle_A$)、简化复杂的幺正矩阵和使用

一般纠缠信道的一般纠缠的 WGHZ 态的概率隐形传态的困难,可进一步对粒子 5,7,9 作幺正变换

$$U_{zx} = U(\sigma_z)\,U(\sigma_x), \tag{21}$$

$U(\sigma_x)$和 $U(\sigma_z)$进一步对上节(13)—(20)中各式的变换结果除保留含有一般的信道参数 x_i($i=4,5,\cdots,9$)外就与(3)一致,(13)—(20)中各式的变换所对应的操作 $U(\sigma_x)$和 $U(\sigma_z)$分别由表 2 和表 3 给出.

表 2 各种情况下 $U(\sigma_x)$所对应的操作

粒子 5,7,9 的态	相应的幺正变换 $U(\sigma_x)$
$\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	I
$\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_9$
$\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_7$
$\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_5$
$\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_7(\sigma_x)_9$
$\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_5(\sigma_x)_9$
$\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_5(\sigma_x)_7$
$\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$(\sigma_x)_5(\sigma_x)_7(\sigma_x)_9$

表 3 各种情况下 $U(\sigma_z)$ 所对应的操作

粒子 5,7,9 的态中 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 前的符号	相应的幺正变换 $U(\sigma_z)$
$+\alpha_1,+\alpha_2,+\alpha_3$	I
$-\alpha_1,+\alpha_2,+\alpha_3$	$(\sigma_z)_9$
$+\alpha_1,-\alpha_2,+\alpha_3$	$(\sigma_z)_7$
$+\alpha_1,+\alpha_2,-\alpha_3$	$(\sigma_z)_5$
$-\alpha_1,-\alpha_2,+\alpha_3$	$(\sigma_z)_9(\sigma_z)_7$
$-\alpha_1,+\alpha_2,-\alpha_3$	$(\sigma_z)_9(\sigma_z)_5$
$+\alpha_1,-\alpha_2,-\alpha_3$	$(\sigma_z)_7(\sigma_z)_5$
$-\alpha_1,-\alpha_2,-\alpha_3$	$(\sigma_z)_9(\sigma_z)_7(\sigma_z)_5$

同时考虑到通常的一个一般的非对角的幺正变换矩阵作用在一个态上,根据矩阵分量的可加性,可分为对角部分和非对角部分,其中对角部分是使态矢的不同分量有不同的缩放,非对角部分是使态矢在其空间做转动,而从(13)—(20)式可见在做操作 $U(\sigma_x)$和 $U(\sigma_z)$后我们不需要再做转动,只要做不同分量的不同缩放,以使有公共因子可提出.而且分析(13)—(20)式中来自(9)式的$|00\rangle$ 和$|11\rangle$态系数,可以发现(13)—(20)式中的所有系数依次只有(9)式中的$|00\rangle$ 或$|11\rangle$态系数,而且对(13)—(20)式作变换 U_{ZX}后的态,即用 U_{ZX}乘以(13)—(20)得到的态可看作以(3)式中 α_i($i=1,2,\cdots,5$)后面的态为基的 5×1 的列矩阵,故 Bob 可通过构造一个 5 维对角的投影变换矩阵 U_M 把这些态变换为纠缠的一般 WGHZ 态与(9)式中$|11\rangle$态的 b,d,f 参数的乘积,即 U_M 可以表示为

$$U_M = \mathrm{diag}(C_1,C_2,C_3,C_4,C_5), \tag{22}$$

式中 C_i($i=1,2,3,4,5$)的值依赖于其具体的态,它们的具体取值见表 4,而且对表 4 中的系数,利用总的概率归一化条件,可得(22)式的依赖于(9)式中的 x_{i+1}还应满足$|bdf|=1/(2\sqrt{2})$的条件(具体论证见下面的具体应用).当(9)式中的系数是实数时,U_M 为厄米算符;当(9)式中的每一式的系数有相同的模,但有不同的相因子,U_M 变为幺正算符;当(9)式中的每一式的系数有相同的相角,则 U_M 为厄米算符.这些算符都是量子力学所容许的算符,则可对粒子 5,7,9 的纠缠态再作用 U_M,即可以一定的概率将畸变的态恢复为原来纠缠的一般 W 态.这是因为 Alice 虽随机地用 Bell 基测量,但可详细记录下测量的结果,并通过经典信道告诉 Bob,则 Bob 就可作(22)式的对角的投影变换,则可获得具有公共因子的与这要传送态的乘积,即以这公共因子模的平方的概率获得这要传送的态.这方案是与文献[2,6,8]的一般性原则相容的.

表 4 对应于粒子 5,7,9 的不同态 C_1,C_2,C_3,C_4,C_5 的取值

粒子 5,7,9 的态	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$U_1\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{bd}{ac}$	$\frac{bf}{ae}$	$\frac{df}{ce}$	$\frac{bdf}{ace}$	1
$U_1\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{bdf}{ace}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{bd}{ac}$	$\frac{f}{e}$
$U_1\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{b}{a}$	$\frac{bdf}{ace}$	$\frac{f}{e}$	$\frac{bf}{ae}$	$\frac{d}{c}$
$U_1\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{d}{c}$	$\frac{f}{e}$	$\frac{bdf}{ace}$	$\frac{df}{ce}$	$\frac{b}{a}$
$U_1\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Phi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{bf}{ae}$	$\frac{bd}{ac}$	1	$\frac{b}{a}$	$\frac{df}{ce}$
$U_1\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Phi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{bf}{ce}$	1	$\frac{bd}{ac}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{bf}{ae}$
$U_1\langle\Phi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	1	$\frac{df}{ce}$	$\frac{bf}{ae}$	$\frac{f}{e}$	$\frac{bd}{ac}$
$U_1\langle\Psi^{\pm}\|_{3,8}\langle\Psi^{\pm}\|_{2,6}\langle\Psi^{\pm}\|_{1,4}\Psi_{\mathrm{T}}\rangle$	$\frac{f}{e}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{b}{a}$	1	$\frac{bdf}{ace}$

5. 应用举例

在 Alice 通过经典信道把测量结果通知 Bob 后，Bob 得知他以一定的概率获得的是粒子 5,7,9 的态(14)中多种正负号态中的一个,例如,其正负号是表 1 中第二行 $+\alpha_1$,$+\alpha_2$,$-\alpha_3$,$-\alpha_5$,则 Bob 可作表 3 中的第四行的幺正变换 $U(\sigma_z)=(\sigma_z)_5$,使这态的符号全变换为正号，即

$$
\begin{aligned}
|\Psi_{\mathrm{B}}\rangle = 2^{-\frac{3}{2}}(&\alpha_1 ace|000\rangle_{5,7,9}+\alpha_2 adf|011\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_3 bcf|101\rangle_{5,7,9}+\alpha_4 acf\;|001\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_5 bde|110\rangle_{5,7,9}),
\end{aligned}
\tag{23}
$$

进一步 Bob 可对(23)式作幺正变换 $U(\sigma_x)=(\sigma_x)_q$,使(23)式中 α_1,α_2,α_3,α_4 和 α_5 后面的态分别转换为 $|001\rangle_{5,7,9}$,$|010\rangle_{5,7,9}$,$|111\rangle_{5,7,9}$,$|000\rangle_{5,7,9}$ 和 $|100\rangle_{5,7,9}$,即

$$
\begin{aligned}
|\Psi'_{\mathrm{B}}\rangle = 2^{-\frac{3}{2}}(&\alpha_1 ace|000\rangle_{5,7,9}+\alpha_2 adf|010\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_3 bcf|100\rangle_{5,7,9}+\alpha_4 acf|000\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_5 bde|111\rangle_{5,7,9})
\end{aligned}
\tag{24}
$$

然后,构造一个 5 维投影转换矩阵(22),(22)式中 C_i ($i=1,2,3,4,5$)的值依赖于粒子的态,具体的取值见表 4 中的第二行 ,即

$$
U_M = \mathrm{diag}\left(\frac{bdf}{ace},\frac{b}{a},\frac{d}{c},\frac{bd}{ac},\frac{f}{e}\right)
\tag{25}
$$

故可见 C_i($i=1,2,3,4,5$)是将(24)式中来自$|00\rangle$态的系数投影为来自$|11\rangle$态系数的算符,故对角的投影变换矩阵 U_M 就会将(24)投影为

$$
\begin{aligned}
|\Psi''_{\mathrm{B}}\rangle = 2^{-\frac{3}{2}}bdf(&\alpha_1|001\rangle_{5,7,9}+\alpha_2|010\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_3|100\rangle_{5,7,9}+\alpha_4|000\rangle_{5,7,9}\\
&+\alpha_5|111\rangle_{5,7,9}),
\end{aligned}
\tag{26}
$$

则隐形传态成功,成功的概率为$|bdf|^2/8$. 其余的 63 种态可以用同样的方法进行投影转换,成功的概率均为$|bdf|^2/8$,所以成功的总概率为($|bdf|^2/8$)$\times 64=8|bdf|^2=1$,因此投影变换算符(22)对态(13)—(20)的投影变换满足物理的自洽性,这也是归一化的要求,即可要求(22)式中的系数还应满足$|bdf|=1/(2\sqrt{2})$. 显然,当信道为最大纠缠态,亦即当 $b=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_5}/\sqrt{2}$,$d=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_7}/\sqrt{2}$,$f=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_9}/\sqrt{2}$,则由(22)的归一化条件有 $a=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_4}/\sqrt{2}$,$c=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_6}/\sqrt{2}$,$e=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_8}/\sqrt{2}$,$\beta_i$($i=4,5,\cdots,9$)是任意实数, 即同样满足隐形传态成功的总概率为 $8|bdf|^2=1$,这极限情况正是最大纠缠信道的情况,而且可得这时(22)和(25)式从对角投影矩阵退化为幺正的投影矩阵,故以上讨论是一般性的. Bob 利用所得到的经典信息通过局域操作就可以得到所需传送纠缠的一般态. 另外,也可利用投影变换矩阵 U_M 将(13)—(20)式中来自$|11\rangle$态的系数投影为来自$|00\rangle$态的系数,其以上研究的结果等价.

另一方面,对于(24)的态, Bob 可类似于文献[16,18,19]的方法在对一个给定的态引进一个初态为$|0\rangle_A$ 的态,并且构造一个 10 维的态矢,再作一个 10 维的幺正变换矩阵,同时还要对 A 测量,如测量得到的是$|0\rangle_A$ 的态隐形传态成功,若测量得到的是$|1\rangle_A$ 的态,则隐形传态失效. 而且可以看到引进一个初态为$|0\rangle_A$ 的态直接应用于多个基矢的一般纠缠态的概率隐形传态不但复杂而且计算量大,也还增多了物理上的操作等. 所以,本文的研究不但推广了文献[16,18,19]的研究到更一般的传态,而且最后完成的隐形传态不但与文献[16,18,19]等价的,并且还更简单明了. 故本文的研究从多方面看都是自洽的. 由于篇幅的限制,有关本文的推广及更多的应用研究将另文给出.

6. 总结和结论

本文将三粒子纠缠态的两种基本形式——纠缠 GHZ 态和纠缠 W 态(都具有置换对称性的态)推广到一个三粒子的一般对称态——一般纠缠的 WGHZ 态,然后利用所得一般纠缠的 WGHZ 态导出了一般纠缠的不同的 W 态,得到了不同退纠缠的条件,我们得到对于三粒子纠缠的一般 WGHZ 态而言,取其不同的复系数为零时,有不同的退纠缠,从而可得到不同的 W 态和不同的一般的 Bell 基,即不同的复系数所对应的态在该系统纠缠中起着重要作用. 以上对退纠缠的讨论结果与通常用密度矩阵的可分性得到的退纠缠条件一致. 进而推广文献[16,18,19]的研究,给出了利用三个二粒子一般纠缠态作为量子信道来隐形传送三粒子纠缠的一般 WGHZ 态的方案,并且通过构造一个 5×5 对角投影变换矩阵,解决了使用一般纠缠量子信道并不再引入辅助态时,态畸变的恢复问题,而且这里的对角投影变换算符 U_M 也与文献[14,16,19]中的不同,并且比文献[14,16,19]的讨论更直接. 由于本文的研究是一般性的,而且本文解决了不再引入辅助态并使用一般纠缠信道的一般 WGHZ 态的概率隐形传态的问题,

特别是本文关于对角的投影变换矩阵 U_M 的变换方法等可以直接推广到任意一般纠缠信道的一般纠缠态的概率隐形传态.而且本文的一般研究可应用于远程量子计算[6]、远程量子克隆[7]和量子远程控制[8]等,因为这些研究直接相关于任意一般纠缠信道的一般纠缠态的概率隐形传态.由于二粒子纠缠比三粒子纠缠更容易制备,而且又不需要引入初态为 $|0\rangle_A$ 的态,更不要对 $|0\rangle_A$ 的态的测量来得到概率的隐形传态,因此本文的方案比用一个二粒子纠缠和一个三粒子纠缠作量子信道的方案[12]和需要引入引入辅助态方案的文献[14,16,19]更容易实现.

[1] Nielsen M A and Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information*,(Cambridge:Cambridge University Press)

[2] Gottesman D and Chuang I L 1999 *Nature* **402** 390

[3] Gisin N, Ribordy G, Tittel W and Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys*. **74** 145

[4] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al* 1993 *Phys. Rev. Letts*. **70** 1895

[5] Bouwmeester D, Pan J W, Mattll K *et al* 1997 *Nature* **390** 575

[6] Cirac J I, Ekert A, Huelga S F and Macchiavello C 1999 *Phys. Rev*. A **59** 4249

[7] Murao M, Jonathan D, Plenio M B and Vedral V 1999 *Phys. Rev*. A **59** 156

[8] Huelga S F, Vaccaro J A, Chefles A and Plenio M B 2001 *Phys. Rev*. A **63** 42303

[9] Huang Y C, Yang H W, Li A H, Zhang N 2002 *Chinese Journal of Atomic and Molecular Physics* **19** 534[黄永畅、杨红卫、李爱民、张 宁 2002 原子与分子物理学报 **19** 534]

[10] Huang Y C and Lin B L *et al* 2002 *Physics Letters* A **299** 644

[11] Richard O K 1988 *Applied Quantum Mechanics* (Singapore:World Scientific)

[12] Shi B S, Jiang Y K and Guo G C 2000 *Physics Letters*. A **268** 161

[13] Lu H 2001 *Chin. Phys. Letts*. **18** 1004

[14] Yang C P and Guo G C 1999 *Chin. Phys. Letts*. **16** 628

[15] Dür W, Vida G I and Cirac J I 2000 *Phys. Rev*. A **62** 62314

[16] Zheng Y Z, Dai L Y and Guo G C 2003 *Acta Phys. Sin*. **52** 2678 [郑亦庄、戴玲玉、郭光灿 2003 物理学报 **52** 2678]

[17] Acín A, Andrianov A, Costa L *et al* 2000 *Phys. Rev. Letts*. **85** 1560

[18] Zheng Y Z, Gu Y J and Guo G C 2002 *Chin. Phys*. **11** 537

[19] Li W L, Li C F and Guo G C 2000 *Phys. Rev*. A **61** 34301

General WGHZ state and its disentanglement and probabilistic teleportation

Huang Yong-Chang[1)2)†]　Liu Min[1)]

[1)] (*Theoretical Physics Group*, *Institute of Applied Mathematics and Physics*, *Beijing University of Technology*, *Beijing* 100022, *China*)

[2)] (*China Center of Advanced Science and Technology* (*World Laboratory*), *Beijing* 100080, *China*)

(Received 27 October 2004; revised manuscript received 25 January 2005)

Abstract

A general WGHZ state is given, different entanglement W states are deduced by means of the general WGHZ state, different disentanglement conditions are obtained. When taking different complex coefficients of the general WGHZ state as zero, there are different disentanglements, and different W states and different Bell basic vectors are achieved. The above disentanglement results agree with the results obtained from the usual disentanglement condition of decomposable property of density matrices. By constructing a 5×5 diagonal projection transformation matrix, the problem of the recovery of state distortion is salved when using general entanglement channels and not introducing an accessorial state, and the diagonal projection transformation matrix U_M is different to that of the other references and is a direct transformion matrix. Furthermore, the problem of probabilistic teleportation of a general WGHZ state is solved without introducing an accessorial state using the general entanglement channels. The diagonal projection transformation matrix method developed in this paper may be directly generalized to probabilistic teleportation of general entanglement states.

Keywords: teleportation, entanglement, W state, quantum channel

PACC: 0365

† E-mail: ychuang@bjut.edu.cn