

# 用 FDTD 计算各向异性磁化等离子体 涂敷二维目标的 RCS<sup>\*</sup>

徐利军 刘少斌 袁乃昌

(国防科技大学电子科学与工程学院,长沙 410073)

(2004 年 11 月 23 日收到 2005 年 3 月 15 日收到修改稿)

采用  $z$  变换方法把时域有限差分方法(FDTD)推广应用于二维各向异性色散介质—磁化等离子体中,该算法同时解决了电磁波在各向异性频率色散介质中传播的计算问题,给出了各向异性磁化等离子体中 FDTD 迭代公式,计算了各向异性磁化等离子体涂敷导体圆柱前后其雷达散射截面(RCS)的变化情况,分析了等离子体碰撞频率和电子回旋频率对其 RCS 的影响.

关键词:时域有限差分方法,各向异性磁化等离子体

PACC:5225,5240,5265,4270

## 1. 引 言

自从 Yee 发表了其著名文章<sup>[1]</sup>后,几十年来,时域有限差分法(FDTD)已广泛地应用于各种介质的电磁仿真.近几年来,出现了大量处理色散介质电磁仿真的 FDTD 算法文献,其中包括递归卷积法(RC)<sup>[2]</sup>,辅助方程法(ADE)<sup>[3-5]</sup>, $Z$ 变换法<sup>[6]</sup>,电流密度卷积法(JEC)<sup>[7]</sup>,Young 氏直接积分法<sup>[8-10]</sup>以及分段线性递归卷积法(PLRC)<sup>[11]</sup>.上述算法中,递归卷积法计算效率最高,但精度较低<sup>[11,12]</sup>.直接积分法需要较少的存储单元,效率也较高,计算精度也较精确<sup>[12]</sup>.分段线性递归卷积法则具有最高的计算精度<sup>[13]</sup>.

等离子体隐身技术是近几年才出现的有新概念、新原理的隐身技术.而 FDTD 方法则为仿真等离子体与电磁波的相互作用提供了一种较好的分析手段.但是很多文献<sup>[14,15]</sup>仅仅研究了非磁化等离子体的隐身性能.其实磁化等离子体有更加独特的特性,当电磁波在磁化等离子体中传播时,等离子体不仅能够衰减入射波的能量,而且还能改变它的传播方向和极化方向.因此通过运用磁化等离子体吸收

雷达波和形成波形畸变来减少突防飞行器的雷达散射截面,可以缩减雷达的探测距离,从而使飞行器具有雷达隐身性能,所以研究磁化等离子体的散射特性很有意义.最近文献<sup>[16]</sup>对磁化等离子体进行了研究,提出了能够解决各向异性磁化等离子体的电流密度卷积-时域有限差分(JEC-FDTD)算法,此方法具有较高的计算精度和效率.但是此文献仅仅计算了一维等离子体的散射特性,本文则采用  $Z$  变换方法把 FDTD 推广应用于二维各向异性色散介质—磁化等离子体中,给出了各向异性磁化等离子体中 FDTD 迭代公式,计算了各向异性磁化等离子体涂敷导体圆柱前后其雷达散射截面(RCS)的变化情况,分析了电子回旋频率对其 RCS 缩减的影响.

## 2. 各向异性磁化等离子体中的 FDTD 算法

对于各向异性磁化等离子体,Maxwell 和等离子体的关联方程为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

\* 国家重点基础研究项目(批准号 2002AA731181)资助的课题.

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nu \mathbf{J} = \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \omega_b \times \mathbf{J}, \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{E}$  是电场强度,  $\mathbf{H}$  是磁场强度,  $\mathbf{J}$  是电流密度,  $\varepsilon_0, \mu_0$  分别是真空中的介电常数和磁导率,  $\nu$  是等离子体碰撞频率,  $\omega_p$  是等离子体角频率,  $\omega_b = eB_0/m$  是电子回旋频率,  $B_0$  是外磁场强度. 设外磁场沿直角坐标的  $+z$  方向, 则(3)式可写为

$$\frac{dJ_x}{dt} + \nu J_x = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_x - \omega_b J_y, \quad (4)$$

$$\frac{dJ_y}{dt} + \nu J_y = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_y + \omega_b J_x. \quad (5)$$

由(4)式和(5)式可以发现, 电流密度的两个分量相互耦合, 因此电流密度两个分量的 FDTD 迭代方程必须同时求解.

(4)式转化到频域则可以得到

$$J_x(\omega) = \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{j\omega + \nu} E_x(\omega) - \frac{\omega_b}{j\omega + \nu} J_y(\omega). \quad (6)$$

(6)式通过  $z$  变换得:

$$J_x(z) \chi(1 - e^{-\nu\Delta t} Z^{-1}) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t E_x(z) - \omega_b \Delta t J_y(z), \quad (7)$$

式中  $\Delta t$  为时间步长, 上式  $z$  域转化到时域, 则

$$J_x^{n+1/2} = e^{-\nu\Delta t} J_x^{n-1/2} + \varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \frac{E_x^{n+1} + E_x^n}{2} - \omega_b \Delta t J_y^{n+1/2}. \quad (8)$$

同样可得

$$J_y^{n+1/2} = e^{-\nu\Delta t} J_y^{n-1/2} + \varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \frac{E_y^{n+1} + E_y^n}{2} + \omega_b \Delta t J_x^{n+1/2}. \quad (9)$$

研究各向异性磁化等离子体中二维横电波(TE波)的 FDTD 差分格式, 取电场  $\mathbf{E}$  的值位于整数时间步, 磁场  $\mathbf{H}$  和电流密度  $\mathbf{J}$  位于半个时间步, 则得到

$$E_x^{n+1} = E_x^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J_x^{n+1/2}, \quad (10)$$

$$E_y^{n+1} = E_y^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J_y^{n+1/2}. \quad (11)$$

磁场  $\mathbf{H}$  的迭代方程与非磁化等离子体介质的方程完全相同. 我们发现(8)式中含有  $E_x$  未来时刻的值, 而且  $J_x$  与  $J_y$  互相耦合, 不能直接迭代求解. 所以联立(8)(9)(10)和(11)可以得到  $J_x$  的迭代格式

$$J_x \Big|_{i+1/2, j}^{n+1/2} = \frac{e^{-\nu\Delta t}}{C_0} J_x \Big|_{i+1/2, j}^{n-1/2} + \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t}{C_0} E_x \Big|_{i+1/2, j}^n$$

$$+ \frac{\omega_p^2 \Delta t^2}{2C_0} \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i+1/2, j}^{n+1/2} - \frac{2\varepsilon_0 \omega_p^2 \omega_b \Delta t^2}{C_0(2 + \omega_p^2 \Delta t^2)} E_y \Big|_{i+1/2, j}^n - \frac{2\omega_b \Delta t e^{-\nu\Delta t}}{C_0(2 + \omega_p^2 \Delta t^2)} J_y \Big|_{i+1/2, j}^{n-1/2} + \frac{\omega_p^2 \omega_b \Delta t^2}{C_0(2 + \omega_p^2 \Delta t^2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i+1/2, j}^{n+1/2}, \quad (12)$$

式中,  $C_0 = 1 + \frac{\omega_p^2 \Delta t^2}{2} + \frac{2\omega_b^2 \Delta t^2}{2 + \omega_p^2 \Delta t^2}$ , 并且取  $J$  分量与  $E$  分量的位置相同. 特别需要注意的是, FDTD 中  $E_y$  的采样点在  $(i, j+1/2)$ ,  $H_z$  的采样点在  $(i+1/2, j+1/2)$ , 因此(12)式中的  $E_y \Big|_{i+1/2, j}^n$  和  $J_y \Big|_{i+1/2, j}^n$  和

$\frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i+1/2, j}^{n+1/2}$  分别用周围的 4 点进行平均, 即

$$E_y \Big|_{i+1/2, j}^n = \frac{1}{4} \left( E_y \Big|_{i, j+1/2}^n + E_y \Big|_{i, j-1/2}^n + E_y \Big|_{i+1, j+1/2}^n + E_y \Big|_{i+1, j-1/2}^n \right), \quad (13)$$

$$J_y \Big|_{i+1/2, j}^n = \frac{1}{4} \left( J_y \Big|_{i, j+1/2}^n + J_y \Big|_{i, j-1/2}^n + J_y \Big|_{i+1, j+1/2}^n + J_y \Big|_{i+1, j-1/2}^n \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i+1/2, j}^{n+1/2} = \frac{1}{4\Delta x} \left[ H_z \Big|_{i+3/2, j-1/2}^{n+1/2} + H_z \Big|_{i+3/2, j+1/2}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i-1/2, j-1/2}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2} \right]. \quad (15)$$

采用和  $J_x$  相同的处理方式, 可以得到  $J_y$  的迭代格式.

### 3. 数值计算结果

为了检验上述各向异性磁化等离子体算法的正确性, 首先我们编写了 FDTD 程序对各向异性磁化等离子体涂敷导体圆柱的 RCS 进行了计算, 研究了涂敷磁化等离子体前后导体圆柱 RCS 的变化情况, 分析了等离子体碰撞频率  $\nu$  以及电子回旋频率  $\omega_b$

对其 RCS 的影响.单位强度的正弦平面入射波沿正  $x$  轴入射, $y$  方向极化,照射到涂敷各向异性磁化等离子体的导体圆柱上,导体圆柱的半径为  $a = 30\text{cm}$ ,等离子体厚度  $d = 4.5\text{cm}$ .入射波的频率为  $1\text{GHz}$ ,等离子体频率  $1.2\text{GHz}(\omega_p/2\pi)$ .各向异性磁化等离子体涂敷导体圆柱的 FDTD 计算模型示意图如图 1 所示.

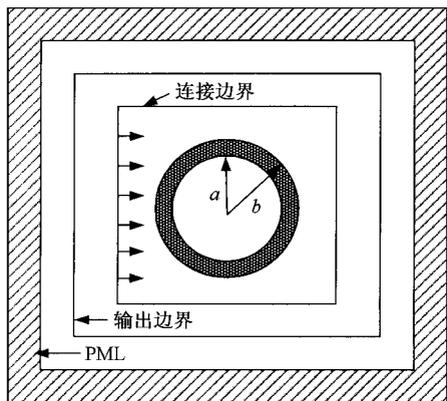


图 1 等离子体涂敷导体圆柱 FDTD 计算模型示意图

计算采用的 FDTD 空间步长为  $\Delta x = \Delta y = 1.5\text{cm}$ ,时间步长取  $\Delta t = 4.16 \times 10^{-12}\text{s}$ ,FDTD 计算空间分为  $100 \times 100$  网格,四周设置 5 个网格的完全匹配层(PML)用来截断 FDTD 计算区域,连接边界用来引入入射平面波,它距离 PML 层 14 个网格,用来进行近远场变换的输出边界距离 PML 层 7 个网格,计算进行了 1100 时间步.在图 2 中,我们设等离子体电子回旋频率  $\omega_b = 4\text{GHz}$ ,并保持不变,研究了等离子体碰撞频率  $\nu$  对其 RCS 的影响,首先我们发现由于外磁场的作用使得电场相互耦合,等离子体表现出各向异性特性,其双站 RCS 在 0 度到 360 度范围不再左右对称,同时发现增大等离子体碰撞频率,会进一步缩减目标的 RCS,这是由于等离子体对于入射到其内部的电磁波,可以通过碰撞吸收其大部分能量.

在图 3 中,我们设等离子体碰撞频率  $\nu = 6\text{GHz}$ ,并保持其不变,研究了电子回旋频率  $\omega_b$  对其 RCS 的影响情况.同样首先我们发现,涂敷磁化等离子体后,其双站 RCS 在 0 度到 360 度范围不再对称,这正是外加磁场使得电场相互耦合的结果.其次我们还发现,增大电子回旋频率  $\omega_b$ ,其 RCS 在某些方向上有增大的趋势,而在有些方向上有减少的趋势,如在 315 度到 340 度范围其 RCS 反而减少.这是由于增

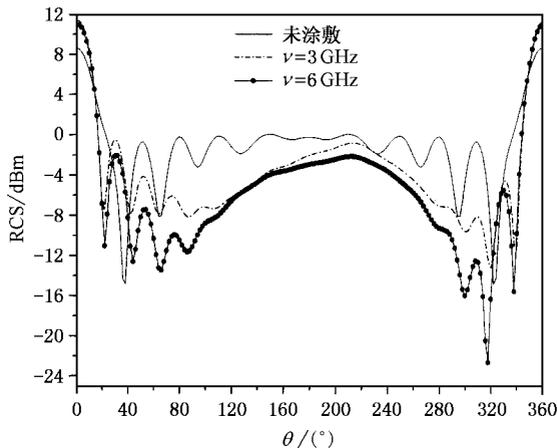


图 2 磁化等离子体涂敷导体柱 RCS 与碰撞频率的关系

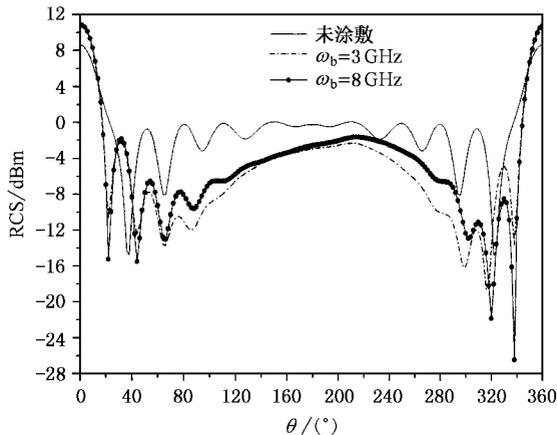


图 3 磁化等离子体涂敷导体柱 RCS 与  $\omega_b$  关系

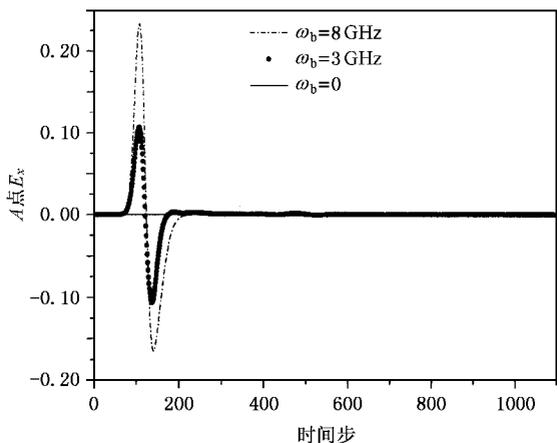


图 4 A 处的  $E_x$  分量与  $\omega_b$  的关系

大电子回旋频率  $\omega_b$ ,即意味着加强了电场之间的耦合,使得等离子体中的电场极化方向发生改变,所以

其 RCS 在某些方向上有增大的趋势,而在有些方向上有减少的趋势.为了说明这个现象我们以一个高斯脉冲入射,入射波入射方向和极化方向不变,得到等离子体中  $A$  (网格坐标 (28,50)) 处电场的  $E_x$  分量如图 4,根据 Mie 理论<sup>[17]</sup>,对于各向同性介质, $A$  ( $\theta = 180^\circ$ ) 处电场应该只有  $y$  分量,没有  $x$  分量,我们从图 4 发现,当  $\omega_b = 0$  时,等离子体变为各向同性, $A$  处电场没有  $x$  分量,当  $\omega_b \neq 0$  时, $A$  处电场出现  $x$  分量,并且随着  $\omega_b$  的增大, $E_x$  分量变大,所以磁化等离子体能改变入射波的极化方向.

## 4. 结 论

本文采用  $z$  变换方法把 FDTD 推广应用于二维各向异性色散介质—磁化等离子体中,该算法同时解决了电磁波在各向异性频率色散介质中传播的计算问题,给出了各向异性磁化等离子体中 FDTD 迭代公式.计算了各向异性磁化等离子体涂敷导体圆柱前后其 RCS 的变化情况,它表明,在大气中通过控制飞行器表面等离子体包层中电子的有效碰撞频率以及外磁场的强度,可以使飞行器在某些频段具备雷达隐身性能.

- [ 1 ] Yee K S 1966 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **14** 302
- [ 2 ] Luebbers R J, Hunsberger F, Kunz K S *et al* 1990 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **32** 222
- [ 3 ] Kashiwa T, Yoshida N Y and Fukai I 1988 *IEEE Trans Antennas Propagat.* **36** 1096
- [ 4 ] Nickisch L J and Franke P M 1992 *IEEE Antennas Propagat. Mag.* **34** 33
- [ 5 ] Gandhi O P, Gao B Q and Chen T Y 1993 *IEEE Trans Microwave Theory Technol.* **41** 658
- [ 6 ] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans Antennas Propagat.* **40** 1223
- [ 7 ] Chen Q, Katsurai M and Aoyagi P H 1998 *IEEE Trans Antennas Propagat.* **46** 1739
- [ 8 ] Young J L 1994 *Radio Sci.* **29** 1513
- [ 9 ] Young J L 1995 *IEEE Trans Antennas Propagat.* **43** 422
- [ 10 ] Young J L 1996 *IEEE Trans Antennas Propagat.* **44** 1283
- [ 11 ] Kelley D F and Luebbers R J 1996 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **44** 792
- [ 12 ] Mo J J, Liu S B and Yuan N C 2002 *Chin. J. Radio Sci.* **17** 69 (in Chinese) [ 莫锦军、刘少斌、袁乃昌 2002 电波科学学报 **17** 69 ]
- [ 13 ] Cummer SA 1997 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **45** 392
- [ 14 ] Liu S B, Mo J J and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 (in Chinese) [ 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778 ]
- [ 15 ] Liu S B, Zhang G F and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2633 (in Chinese) [ 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2633 ]
- [ 16 ] Liu S B, Mo J J and Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 783 (in Chinese) [ 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 783 ]
- [ 17 ] Kong J A 1975 *Theory of Electromagnetic Waves* ( New York : Wiley-Interscience Press ) Waves p454

# RCS of 2-D target loaded with anisotropic magnetized plasma computed by FDTD \*

Xu Li-Jun Liu Shao-Bin Yuan Nai-Chang

( *Institute of Electronic Science and Engineering , NUDT , Changsha 410073 ,China* )

( Received 23 November 2004 ; revised manuscript received 15 March 2005 )

## Abstract

The finite-difference time-domain( FDTD ) method is extended to two dimensional anisotropic dispersive media-magnetized-plasma using  $Z$  transformation for the first time. The problem which incorporates both anisotropy and frequency dispersion at the same time is solved for the electromagnetic wave propagation. The two dimensional FDTD formulations for anisotropic magnetized plasma are derived. The method is applied to the electromagnetic scattering of perfectly conducting cylinder coated with anisotropic magnetized plasma. By simulating the interaction of electromagnetic wave with magnetized plasma , some bistatic numerical results are obtained , which indicate that an appropriate plasma coating may efficiently reduce the RCS of a metallic target.

**Keywords** : FDTD , anisotropic magnetized plasma

**PACC** : 5225 , 5240 , 5265 , 4270

---

\* Project supported by the State Key Program of Basic Research of China( Grant No. 2002AA731181 ).