

# THz 波的小波变换频谱分析<sup>\*</sup>

邓玉强<sup>1)†</sup> 邢岐荣<sup>1)</sup> 郎利影<sup>1)</sup> 柴路<sup>1)</sup> 王清月<sup>1)</sup> 张志刚<sup>1)2)</sup>

<sup>1)</sup> (天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

<sup>2)</sup> (北京大学信息科学与技术学院量子电子学研究所, 北京 100871)

(2005 年 3 月 10 日收到, 2005 年 5 月 12 日收到修改稿)

将小波变换引入 THz 波时域光谱技术, 将水蒸气的 THz 波时域信号通过小波变换转化为二维的时间-频率平面, 得到了和文献报道数据相一致的水蒸气的吸收谱线. 同时发现了 THz 波频谱的时域分布特性, 这将有利于进一步研究 THz 波与物质相互作用的内在机理.

关键词: THz 波, 频谱分析, 小波变换

PACC: 4280W, 9265H, 0630F

## 1. 引言

相干 THz 波是频率从 0.1 到几十 THz 的相干电磁辐射(对应波长为 3mm—10 $\mu$ m). 近年来, 飞秒激光技术的发展和成熟为 THz 波的研究提供了有效的手段. 目前实验室普遍采用的 THz 波脉冲产生方法之一是依据光学整流原理, 以飞秒激光为抽运源, 激发非线性电光晶体, 我们已成功产生了相干 THz 波脉冲<sup>[1]</sup>. 飞秒激光激发产生的相干 THz 波, 联合基于光电效应的 THz 探测, 构成了 THz 时域光谱技术 (THz-TDS). THz-TDS 本质上是相位相干电磁辐射探测技术<sup>[2]</sup>, 它能直接探测 THz 波与物质相互作用的电场信息, 即同时测得电磁波的振幅和相位. 因此, 可精确测量物质的色散和吸收特性. 这种新兴的光谱技术, 在气体<sup>[3]</sup>、液体<sup>[4]</sup>、电介质<sup>[5]</sup>、半导体<sup>[6]</sup>、超导介质<sup>[7]</sup> 及生物样品<sup>[8]</sup> 等光谱研究中显示出独到的技术特点.

目前使用的 THz 时域光谱技术基于 Fourier 变换, 将时域 THz 电场振荡信号分解成各种不同频率的正弦波, 在此正弦函数是基函数. 小波变换 (wavelet-transform)<sup>[9]</sup> 是 20 世纪 80 年代后期发展起来的应用数学分支, 是把待分析的信号分解成由原始小波经过移位和缩放后的一系列子小波, 在此适

合于各种应用的子小波是小波变换的基函数. 小波变换被看作近年来在数学方法上的重大突破. 小波的多分辨率分析具有良好的时间域和频率域局部化特性, 采用逐渐精细的时域或频域步长, 可以聚焦到分析对象的任意细节, 具有很多 Fourier 变换方法无可比拟的优点, 目前在很多工程领域获得广泛的应用. 我们已成功将小波变换应用于光力学相位求解<sup>[10]</sup> 和飞秒激光脉冲的光谱相位重建<sup>[11-14]</sup>.

本文引入小波变换分析 THz 波时域光谱信号, 揭示 THz 波与物质相互作用的频谱的时域分布特性, 展现了小波变换的一种新应用. 小波变换与 THz-TDS 相结合, 可能被发展成为 THz 波的一种新的光谱技术, 我们称为“小波变换 THz 波时域光谱技术”.

## 2. 小波变换分析 THz 波时域光谱的数学描述

小波变换的基函数称为子小波函数, 它是由选定的适合于应用分析的母小波函数经过移位和缩放而得到. Gabor 小波具有最高的时间-频率分辨率<sup>[15]</sup>, 这里选 Gabor 小波作为小波母函数. Gabor 小波表示为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 60278002), 天津大学学科建设专项基金, 国家重大基础研究专项经费(批准号: G1999075201), 教育部光电信息技术科学重点实验室开放课题(批准号 2003-14)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: yuqiang@yaho.com.

$$\psi(t) = e^{(-t^2/2\sigma^2 + i2\pi t)(\sigma^2\pi)^{1/4}}, \quad (1)$$

这里,  $\sigma = (2\ln 2)^{-1/2}$ .

子小波由母小波经过伸缩和平移而来,即

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right). \text{ 这里, } a \text{ 为尺度因子, } \tau \text{ 为}$$

平移因子.

小波变换是待变换信号  $f(t)$  与具有良好局部化性质的小波函数  $\psi_{a,\tau}(t)$  作内积,即

$$\begin{aligned} W(a,\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,\tau}^*(t)dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right)dt, \quad (2) \end{aligned}$$

其中,  $\psi_{a,\tau}^*(t)$  是子小波函数  $\psi_{a,\tau}(t)$  的复共轭,  $f(t)$  即为要分析的 THz 波时域光谱信号.

这样定义的标准小波变换公式对所分析的信号  $f(t)$  具有频率偏向性. 为消除频率偏向, 用一个新的小波变换定义<sup>[16]</sup> 表示为

$$W(a,\tau) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right)dt, \quad (3)$$

这里, 子小波用  $\psi[(t-\tau)/a]$  代替  $\psi[(t-\tau)/a]/\sqrt{a}$ .

用 Gabor 小波作为母小波函数时, 尺度因子  $a$  与电磁辐射的频率  $\nu$  之间的关系为

$$\nu = 2\pi/a. \quad (4)$$

因此 (3) 式的小波变换可以写作二维的时间-频率表达式

$$W(\nu,\tau) = \frac{\nu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi^*\left[\frac{(t-\tau)\cdot\nu}{2\pi}\right]dt. \quad (5)$$

(5) 式表明, 小波变换可以将给定的 THz 时域光谱信号在二维的时间-频率平面上展开, 在这个平面上更能直观地反映出 THz 频谱的时域分布信息.

### 3. 小波变换分析 THz 波时域光谱的实例

采用我们研制的 THz 波时域光谱系统 (THz-TDS), 成功测量了水蒸气在 THz 波段的吸收谱<sup>[1]</sup>, 其光谱精度已达到文献报道水平<sup>[17]</sup>. 图 1 给出实验测得的 THz 波时域光谱信号. 图 1(a) 为无样品时 THz 波通过空气的信号, 在此作为参考信号. 图 1(b) 为 THz 波通过水蒸气样品的信号.

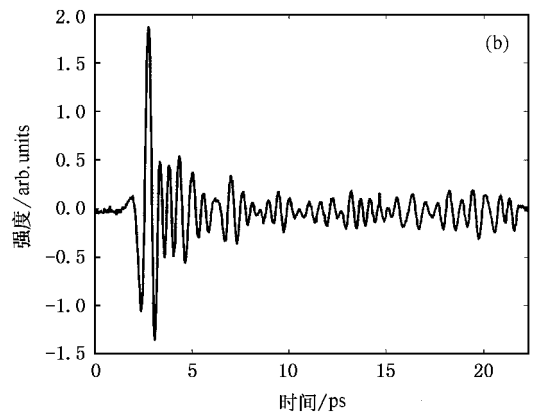
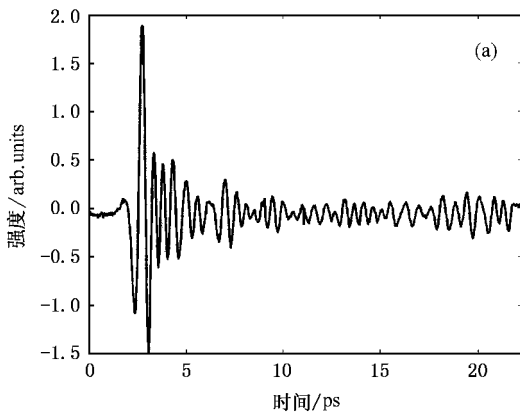


图 1 (a) 参考 THz 波信号 (b) THz 波通过水蒸气样品的信号

下面用小波变换对 THz 波时域光谱信号作频谱分析. 将 (5) 式用于处理图 1 所示的实验数据, 其结果示于图 2. 其中图 2(a) 为对应图 1(a) 的小波变换, 图 2(b) 与图 1(b) 对应. 图中以亮度标示频域幅值大小.

与 THz-TDS 相似<sup>[1]</sup>, 图 2(a) 和 (b) 的频谱相减, 可以得到水蒸气的 THz 吸收谱, 如图 3 所示.

图 3 为小波变换分析的 THz 波通过水蒸气的吸

收频谱. 该图充分揭示了水蒸气吸收谱的时域分布特性. 将图 3 中的频谱的时域分布向频率轴投影, 就可以得到水蒸气谱线的吸收峰. 表 1 给出小波变换分析的水蒸气较典型的 16 条吸收谱线, 并与文献报道的结果<sup>[17]</sup> 进行了比较.

表 1 的数据显示, 小波变换分析的 THz 吸收谱和文献报道的用传统的 THz-TDS 技术所得的结果基本一致.

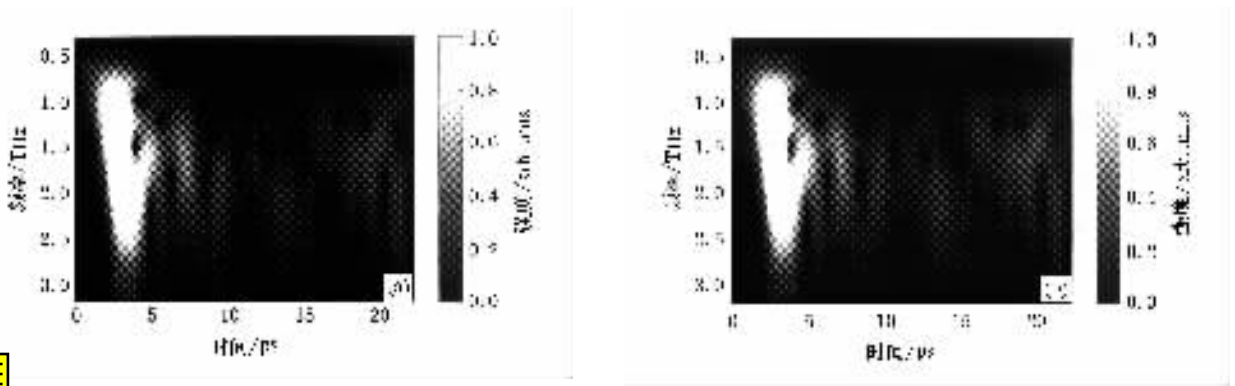


图 2 (a)参考 THz 波的小波变换频谱 (b)水蒸气的 THz 波的小波变换频谱

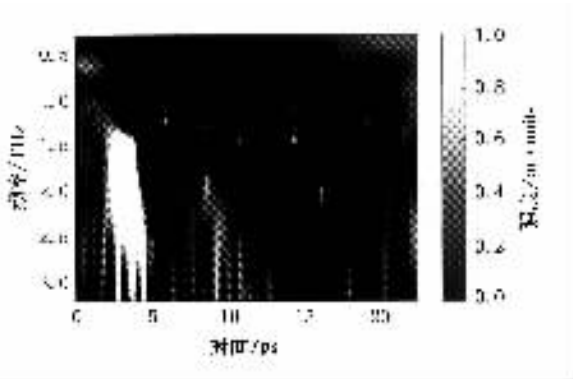


图 3 小波变换分析的水蒸气的吸收谱的时域分布

表 1 小波变换分析的水蒸气的吸收谱线与文献报道结果的比较

谱线序号	Data 1/THz	Data 2/THz	Data 3/THz
1	1.099	1.094	1.097
2	1.116	1.126	1.125
3	1.163	1.167	1.162
4	1.209	1.201	1.209
5	1.231	1.233	1.231
6	1.411	1.413	1.410
7	1.603	1.605	1.605
8	1.671	1.669	1.670
9	1.718	1.721	1.720
10	1.798	1.793	1.798
11	1.870	1.868	1.867
12	1.920	1.928	1.917
13	2.041	2.045	2.042
14	2.166	2.165	2.165
15	2.199	2.199	2.198
16	2.257	2.263	2.256

\* Data 1 为文献 17 报道结果, Data 2 为文献 1 报道结果, Data 3 为小波变换所得的结果。

## 4. 两种频谱分析方法的比较

我们提出的小波变换 THz 波时域光谱技术与传统的 THz-TDS 技术相比,有以下不同:首先, Fourier 变换频谱分析技术是将整个时域信号总体变换到频域分析,不能给出物质吸收谱线的时域分布特性,而小波变换是一种二维时频分析,可以直观清楚地分辨出每一时刻的频谱成分对吸收谱线的贡献;其次,根据 Heisenberg 不确定性原理, Fourier 变换的频域精度比例于时域信号在一定数据步长下的总数据长度,为提高频率分辨率,需作补零处理<sup>[18]</sup>,小波的多分辨率分析具有良好的时间域和频率域局域化特性,采用逐渐精细的频率域步长,可以聚焦到分析对象的任意频率细节。

## 5. 结 论

我们将小波变换应用于 THz 波的频谱分析,对于水蒸气的吸收谱线,得到了和文献报道数据相一致的结果,同时应用该方法可以揭示 THz 波频谱的时域分布特性,这将有利于在时域和频域同时研究 THz 波与物质作用的内在机理。

- [ 1 ] Lang L Y , Xing Q , Li S X *et al* 2004 *Chin . Opt . Lett .* **2** 667
- [ 2 ] Smith P R , Auston D H and Nuss M C 1988 *IEEE J. Quantum Electron.* **24** 255
- [ 3 ] Hande H , Keiding S R and Grischkowsky D 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 1834
- [ 4 ] Yu B L , Zang F , Xing Q *et al* 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 4633
- [ 5 ] Grischkowsky D , Keiding S R , van Exter M *et al* 1990 *J. Opt. Soc. Am.* **7** 2006
- [ 6 ] Zhang W , Azad A and Grischkowsky D 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 2841
- [ 7 ] Nuss M C , Mankiewich P M , O 'Malley M L *et al* 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 3305
- [ 8 ] Yu B L , Zeng F , Yang Y *et al* 2004 *Biophysical Journal* **86** 1649
- [ 9 ] Chui C K ( ed. ) 1992 *An introduction to wavelets* ( Boston : Academic Press )
- [ 10 ] Deng Y Q , Ji X H , Qin Y W *et al* 2003 *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* ( Beijing ) **5286** 277
- [ 11 ] Deng Y Q , Wu Z B , Chai L *et al* 2005 *Opt. Express* **13** 2120
- [ 12 ] Deng Y Q , Wu Z B , Chai L *et al* 2005 *Conf. Lasers and Electro-Optics* ( Baltimore ) JWB11
- [ 13 ] Deng Y Q , Wu Z B , Chen S H *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3716 ( in Chinese ) 邓玉强、吴祖斌、陈盛华 等 2005 物理学报 **54** 3716 ]
- [ 14 ] Deng Y Q , Zhang Z G , Chai L *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4176 ( in Chinese ) 邓玉强、张志刚、柴路 等 2005 物理学报 **54** 4176 ]
- [ 15 ] Hong J C and Kim Y Y 2004 *Society for Exp. Mech.* **44** 387
- [ 16 ] Telfer B and Szu H H 1992 *Opt. Eng.* **31** 1830
- [ 17 ] Cheville R A and Grischkowsky D 1999 *J. Opt. Soc. Am. B.* **16** 317
- [ 18 ] Griffith P R 1975 *Chemical infrared Fourier transform spectroscopy* ( Wiley , New York ) p89

## Wavelet-transform in terahertz time-domain spectroscopy<sup>\*</sup>

Deng Yu-Qiang<sup>1)</sup> Xing Qi-Rong<sup>1)</sup> Lang Li-Ying<sup>1)</sup> Chai Lu<sup>1)</sup> Wang Qing-Yue<sup>1)</sup> Zhang Zhi-Gang<sup>1)2)</sup>

<sup>1)</sup> Ultrafast Laser Laboratory , School of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering ,

Key Laboratory of Optoelectronic Information Technical Science , EMC , Tianjin University , Tianjin 300072 , China )

<sup>2)</sup> Institute of Quantum Electronics , School of Electronics Engineering and Computer Science , Peking University , Beijing 100871 , China )

( Received 10 March 2005 ; revised manuscript received 12 May 2005 )

### Abstract

The application of the wavelet-transform to terahertz time-domain spectroscopy ( THz-TDS ) is described. Using wavelet-transform to analyze the time-domain signals passing through water vapor measured by time-domain spectroscopy , we got the absorption spectra of water vapor in the frequency range from 0.5 to 2.5THz , which agree well with the results reported in the literature. Moreover , wavelet-transform in THz-TDS opens up a new way for the analysis of the time-domain properties of absorption spectra of water vapor.

**Keywords** : terahertz radiation , spectrum analysis , wavelet-transform

**PACC** : 4280W , 9265H , 0630F

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60278002 ) , the Subject Development Special Foundation of Tianjin University , the National Key Basic Research Special Foundation ( Grant No. G1999075201 ) , and the Key Laboratory of Optoelectronics Information and Technical Science ( Tianjin University ) , Ministry of Education ( Grant No. 2003-14 ) .