

螺旋波纹波导研究^{*}

王峨锋[†] 李宏福 李 浩 喻 胜 牛新建 刘迎辉

(成都电子科技大学高能电子研究所, 成都 610054)

(2004 年 10 月 22 日收到, 2005 年 2 月 23 日收到修改稿)

从耦合波方程出发, 利用阻抗微扰法对螺旋波纹波导的边界不规则性进行处理, 得到螺旋波纹波导的一般性耦合波传输方程, 及耦合系数表达式. 根据螺旋波纹波导内模式耦合的规则, 得出色散方程并分析其色散特性.

关键词: 螺旋波纹波导, 耦合波方程, 阻抗微扰, 色散特性, 本征模

PACC: 7210, 1120

1. 引 言

回旋管是一种相对论微波器件, 在毫米波段可得到很好的性能, 因而受到各国的高度重视, 目前已逐渐进入工程应用阶段, 在毫米波雷达、通讯与电子战等方面有着十分重要的运用前景^[1-3].

在回旋行波管的发展过程中, 人们一直在提高回旋行波管的功率和效率, 拓展带宽克服自激振荡、减小对速度零散的敏感性等方面努力, 为此出现了各种形式的高频波导结构, 有采用渐变波导结构和渐变磁场^[4], Chu 等人采用切断作用的具有分布壁损耗二级相互作用圆波导的结构^[5]. 电子科技大学回旋管课题组采用开槽的结构^[6-8], 都起到了较好的效果. 在这些研究中, 由 Denisov 等提出的螺旋波纹波导^[9-11]是一种比较理想的结构(见图 1), 这种结构的波导是一种在传输方向上表现出非对称的不规则周期性波导, 该结构通过改变波导的色散特性, 使得电子注和工作模式发生有效的作用, 不仅能增大相互作用效率和频带宽度, 还能大大降低对速度零散的敏感性, 并能增加抑制模式竞争的能力, 用这种波导作为高频结构的回旋行波管样管已由俄罗斯人研制出, 他们利用 180kV, 20A 的电子注得到了 1MW 的输出功率, 增益 35dB, 效率 28%, 带宽 21%, 而回旋速调管的带宽在 1% 左右, 对于半径只在轴向变化的波纹波导已有研究^[12], 但对于半径在轴向和角向都变化的螺旋波纹波导的研究在文献 [9, 10] 中只给出结

果, 色散特性仅作简要的提及, 除此之外, 系统的理论研究在相关文献中还很少看到, 因此本文将从耦合波理论出发, 用阻抗微扰法^[13, 14]来系统的研究螺旋波纹波导的传输特性, 为以后的工作提供依据.

2. 螺旋波纹波导的耦合波传输方程

阻抗的概念在波导理论中具有重要的意义, 借助它可以分析一般的波导边值问题. 一个实际的波导, 无论它的表面结构多么复杂, 都可用一个选择得适当的参考界面来代替, 边界复杂结构描述为边界上一对各向异性的表面阻抗, 波导的不规则性(如介质模波导内壁和膜厚的不规则性, 螺旋波导等)可以描述为阻抗微扰. 下面将选择一个参考边界面, 引入等效表面电流的概念来代替该面的切向磁场, 用耦合波理论来研究如图 1 所示的螺旋波纹波导.



图 1 螺旋波纹波导结构图

在柱坐标系 (r, ϕ, z) 中螺旋波纹波导的边界有如下的关系:

$$\begin{aligned} r(\phi, z) &= a + h(\phi, z), \\ h(\phi, z) &= a_1 \cos(m_B \phi + k_B z), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 a 为波导的平均直径, a_1 为波纹的幅度, m_B 为

^{*} 大功率微波电真空器件技术国防重点实验室基金和高校青年基金资助的课题.

[†] E-mail: zhuwang9428@sina.com

波导螺旋角向变化次数 $k_B = 2\pi/d$, d 为波纹周期.

本文只讨论磁波,选取没有变形的理想波导的边界面为参考界面,由于波导壁的几何小变形,在原来的参考边界上将出现等效微扰场 $\Delta E_z, \Delta E_\varphi$, 利用阻抗微扰^[13]的概念: $\Delta E_z = -\Delta Z_z H_\varphi^0, \Delta E_\varphi = -\Delta Z_\varphi H_z^0$, H_φ^0, H_z^0 是未变形时的场,这样对于波形 i 来说,由于波导壁的几何小变形而在参考边界上出现的阻抗微扰 $\Delta Z_{\varphi i}, \Delta Z_{zi}$, 可表述为^[14]

$$\begin{aligned} \Delta Z_{\varphi i} &= j\omega\mu h(\varphi, z) - j\omega\mu \left(\frac{m_i^2}{ak_{ci}} \right) \\ &\times h(\varphi, z) + \frac{j\omega\mu}{(ak_{ci})^2 \Pi_{ii}^{(2)}} \frac{\partial \Pi_{ii}^{(2)}}{\partial \varphi} \frac{\partial h(\varphi, z)}{\partial \varphi}, \\ \Delta Z_{zi} &= \frac{\omega\mu}{k_{zi}} \frac{\partial h(\varphi, z)}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (2)$$

上式中的 m_i 是第 i 个波的角向变化次数, k_{ci} 是截止波数, k_{zi} 是第 i 个波的纵向波数, 这里用指数形式 $e^{-jm_i\varphi}$, $m_i = 0, \pm 1, \pm 2$, 代替磁波的赫兹函数 $\Pi_{ii}^{(2)}$ ^[13] 中的余弦和正弦函数, m_i 取正值和负值分别代表右旋波和左旋波. 这样将 (1) (2) 式代入文献 [12] 中的 (7-123) 和 (7-124) 式即可得到螺旋波纹波导的模耦合方程和相应的耦合系数

$$\begin{aligned} \frac{dA_i^+}{dz} &= -jk_{zi}A_i^+ - jk^{i+k}A_k^+ e^{jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi - jk^{i-k}A_k^- e^{jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi, \\ \frac{dA_i^-}{dz} &= jk_{zi}A_i^- + jk^{i-k}A_k^+ \\ &\times e^{-jk_B z} \cdot \oint [e^{j(-m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi + jk^{i+k}A_k^- \\ &\times e^{-jk_B z} \cdot \oint [e^{j(-m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi, \\ \frac{dA_k^+}{dz} &= -jk_{zk}A_k^+ - jk^{k+i}A_i^+ e^{-jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(-m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi - jk^{k-i}A_i^- e^{jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi, \\ \frac{dA_k^-}{dz} &= jk_{zk}A_k^- + jk^{k+i}A_i^+ e^{-jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(-m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi + jk^{k-i}A_i^- e^{jk_B z} \\ &\times \oint [e^{j(m_B+m_k-m_i)\varphi}] d\varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 k^{i+k} 表示第 k 个正向波和第 i 个正向波的耦合

系数, k^{i-k} 表示第 k 个反向波和第 i 个正向波的耦合系数, 如此类推, 它们为

$$\begin{aligned} k^{i\pm k} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_i^2 \mu_k^2 + a_0^2 m_i m_k (k_{ci}^2 \pm k_B k_{zi})}{\sqrt{k_{zi} k_{zk}} \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2} \sqrt{\mu_k^2 - m_k^2}} \right] \cdot \frac{a_1}{a_0^3}, \\ k^{k\pm i} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_i^2 \mu_k^2 + a_0^2 m_i m_k (k_{ck}^2 \pm k_B k_{zk})}{\sqrt{k_{zi} k_{zk}} \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2} \sqrt{\mu_k^2 - m_k^2}} \right] \cdot \frac{a_1}{a_0^3}. \end{aligned}$$

根据三角函数的正交性可以看出当 $m_i - m_k \neq \pm m_B$ 时, 方程组 (3) 中右边相应的源函数积分项等于零, 这就没有波形耦合, 整个方程变成规则圆波导的耦合波方程组. 当满足关系 $m_i - m_k = \pm m_B$ 时, (3) 式右边的源函数项的积分项不等于零, 方程组 (3) 成为

$$\begin{aligned} \frac{dA_i^+}{dz} &= -jk_{zi}A_i^+ - jk^{i+k}A_k^+ e^{jk_B z} - jk^{i-k}A_k^- e^{jk_B z}, \\ \frac{dA_i^-}{dz} &= jk_{zi}A_i^- + jk^{i-k}A_k^+ e^{-jk_B z} + jk^{i+k}A_k^- e^{-jk_B z}, \\ \frac{dA_k^+}{dz} &= -jk_{zk}A_k^+ - jk^{k+i}A_i^+ e^{-jk_B z} - jk^{k-i}A_i^- e^{jk_B z}, \\ \frac{dA_k^-}{dz} &= jk_{zk}A_k^- + jk^{k+i}A_i^+ e^{-jk_B z} + jk^{k-i}A_i^- e^{jk_B z}. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式就是螺旋波纹波导的行波幅值耦合波方程, 描述了螺旋波纹波导内各模式的传输情况, 从耦合波方程及上面的分析可以得出结论: 螺旋波纹波导属于非对称结构, 对于每一个模式来说, 都要被考虑成顺时针和逆时针方向旋转的波, 同时在螺旋波纹波导中除了输入的波形之外还可耦合出与输入波形在角向变化次数的差值为螺旋角向变化次数的波形, 这就是在螺旋波纹波导内波场的特点.

在具体运用过程中耦合波方程组 (4) 的形式不仅取决于很多波导物理参数的选择, 还要考虑到波场的左右旋转方向及波场的前向和反向等因素.

3. 螺旋波纹波导色散特性的分析

对于螺旋波纹波导的色散特性在文献 [9] 中有过简要的分析, 在该文中是直接用电流幅值耦合方程导出色散方程, 进行分析的. 在这里我们将从另一种途径根据螺旋波纹波导内的模式耦合规则写出相应的行波耦合方程, 然后导出其色散方程进行分析, 这样物理概念更清晰, 对模式耦合特点会有一个更清晰的了解. 而所得到的结果与文献 [9, 10] 中给出的结果是一致的.

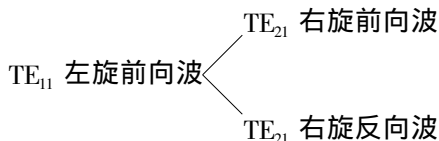
我们从耦合波方程组 (4) 出发, 用下标 i 表示输

入模式 TE_{11} , 用下标 k 表示偶合模式 TE_{nm} , 取输入 TE_{11} 模式的波, 两模式发生耦合的条件为

$$m_i - m_k = \pm m_B, \quad (5)$$

$$k_{zi} \cong k_B. \quad (6)$$

条件(5)中前面的正负号和(3)(4)式中 $e^{\pm jk_B z}$ 上面的正负号对应, 条件(6)为布拉格条件^[15], 螺旋波纹波导是一种周期性结构, 因此希望输入模式受到波纹的扰动尽可能的大, 这样其纵向传播常数应满足(6)式. 选取波导的螺纹在角向变化的次数 m_B 为 3, 旋转方向为右旋, 当满足条件(5)(6)时将有下面模式耦合情况:



在本文中对于输入模式 TE_{11} 只考虑其左旋前向波的作用, 这一点可以通过选取 k_B 来保证. 因此一旦 m_B 和 k_B 确定下来, 参与耦合的模式数也就确定了下来, 可以看出当考虑到前向波和反向波时, 在左右两个方向旋转的模式之间的非对称耦合是明显的.

这样结合方程(4)可以写出耦合方程组

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_i^+ &= -jk_{zi} A_i^+ - jk^{(i)\pm(k)} \cdot (A_k^+ + A_k^-) e^{jk_B z}, \\ \frac{d}{dz} A_k^+ &= -jk_{zk} A_k^+ - jk^{(k)\pm(i)} \cdot (A_i^+ e^{-jk_B z}), \\ \frac{d}{dz} A_k^- &= jk_{zk} A_k^- + jk^{(i)\pm(k)} \cdot (A_i^+ e^{-jk_B z}). \end{aligned} \quad (7)$$

对 TE_{11} 模式引入一个新的变量

$$A_i^+ = B_i^+ e^{jk_B z},$$

可将方程(7)化成如下形式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} B_i^+ &= -(k_B + k_{zi}) B_i^+ - jk^{(i)\pm(k)} (A_k^+ + A_k^-), \\ \frac{d}{dz} A_k^+ &= -jk_{zk} A_k^+ - jk^{(k)\pm(i)} (B_i^+), \\ \frac{d}{dz} A_k^- &= jk_{zk} A_k^- + jk^{(i)\pm(k)} (B_i^+), \end{aligned} \quad (8)$$

方程组(8)解的形式具有 $\exp(-j\beta_z z)$, 把这个解的形式代入耦合波方程(8)得到

$$(k_B - k_{zi} - \beta_z) = \frac{k^{(i)\pm(k)} k^{(k)\pm(i)}}{(k_{zk} - \beta_z)} + \frac{k^{(i)\pm(k)} k^{(i)\pm(k)}}{(k_{zk} + \beta_z)}. \quad (9)$$

考虑到条件(6), $k_{zi} \cong k_B$, 方程(9)可化成

$$(k_B - k_{zi} - \beta_z) \cong (k_{zk}^2 - \beta_z^2) = 2k^{(i)\pm(k)} k^{(k)\pm(i)} k_{zk} \quad (10)$$

(10)式是关于螺旋波纹波导的色散方程, 它是耦合

波的传播常数 β_z 的三次方程, 有三个根, 分别表征了在螺旋波纹波导中的三个本征模式的传播特性, 对色散方程(10)数值计算, 选取如下参数: 波导的直径 a : 1.5cm, 波纹的幅度 a_1 : 0.15cm, 波纹的角向波数 m_B : 3, $k_B = 2\pi/d$: 1.5cm^{-1} .

对色散方程(10)进行数值计算后, 得到螺旋波纹波导的色散特性图见图2, 图中纵坐标为频率 f , 横坐标为本征波的传播常数 β_z .

为了进一步的分析, 这里把两模式未耦合的色散曲线也在同一坐标系下给出.

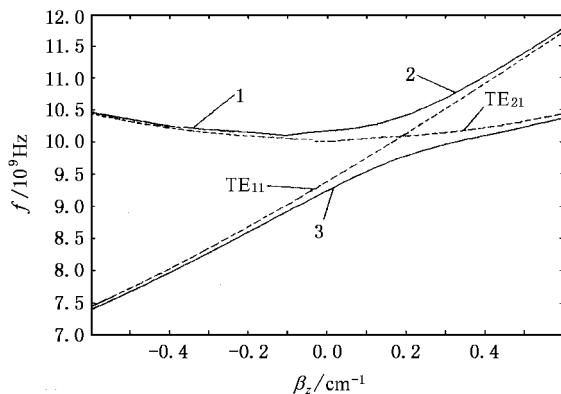


图2 两模式未耦合(虚线)的色散曲线图和耦合后(实线)的色散曲线图

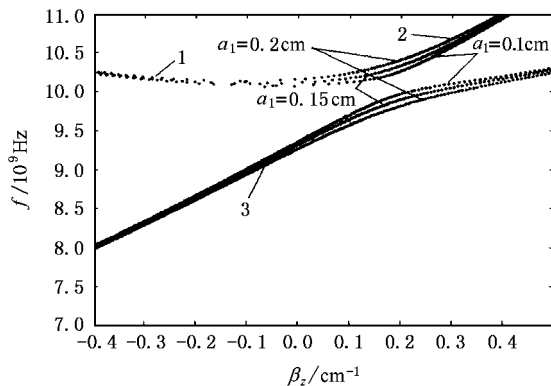


图3 螺旋波纹波导的波纹起伏程度对色散特性的影响

图2中实线表示耦合后的色散曲线图, 虚线表示未耦合时的色散曲线. 未耦合时两模式在图中有一个交点, 在交点处它们的相速度相同, 此时两模式发生耦合的程度最大. 把图2中的本征波1、本征波2与本征波3和未扰动时模式色散曲线相对照, 耦合后本征波的色散曲线发生明显改变, 本征波1、本征波2和本征波3出现分离, 在纵向波数相同的点上

本征模 1, 2 相对于未耦合模式频率上升, 而本征模 3 的频率下降, 对于本征模 3 来说, 在轴向波数等于零的附近有一个很宽的频带范围, 在这个频带范围内其群速度为正, 并且接近于常数, 这样, 当它和电子注作用时, 互作用频带范围会很宽, 本征模 3 的这一特点对于提高回旋行波管的带宽是非常有利的。

图 3 给出了波纹起伏幅度不同的三种情况下对应的色散曲线图, 可以看出: 本征模 1, 2 和本征波 3 的分离程度决定于波纹的起伏程度。

4. 结 论

本文, 借助阻抗这个途径, 选择了适当的参考波

导, 结合基本的电磁场分析方法和耦合波理论求解了较复杂的边界不规则的螺旋波纹波导问题, 由于波导非对称的不规则周期性, 在波导内产生了模式耦合, 耦合模式要满足条件 $m_i - m_k = \pm m_B$ 。同时对螺旋波纹波导内的各模式之间的耦合规则进行了分析, 并由此给出模式耦合方程的具体形式, 导出了色散方程, 通过数值求解螺旋波纹波导的特征方程, 解出的三个特征根表明在波导内有三列波, 其中本征波 3 和前两列波在色散曲线图上出现分离, 分离程度和波纹起伏程度有关。

- [1] Granatstein V L, Levush B, Danly B and Parker R K, 1997 *IEEE Trans. Plasma on Science* **25** 1322
- [2] Liao F J, Wu G J, Li H F *et al* 1999 *Technology of Vacuum Electronics: Heart of Information Furnishment* (Beijing: Industry of National Defence Press) p114 (in Chinese) [廖复疆、吴固基、李宏福等 1999 真空电子技术: 信息装备的心脏(北京: 国防工业出版社)第 114 页]
- [3] Li H F, Du P Z, Yang S W *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 312 (in Chinese) [李宏福、杜品忠、杨仕文等 2000 物理学报 **49** 312]
- [4] Liu S G 1987 *Relativistic Electronics* (Beijing: Science Press) p276—278 (in Chinese) [刘盛纲 1987 相对论电子学(北京: 科学出版社)第 276—278 页]
- [5] Chu K R, Chen H Y, Hang C L *et al* 1999 *IEEE Trans. on Plasma Science* **27** 391
- [6] Li H F, Xu F L and Liu S G 1988 *Int. J. Electronics* **65** 409
- [7] Li H F and Li X 1991 *Int. J. Electronics* **70** 213
- [8] Zang H B and LI H F 1999 *Doctoral Dissertation* (Research Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu) (in Chinese) [张宏斌、李宏福 1999 电子科技大学高能物理研究所博士论文(成都)]
- [9] Cooke S J and Denisov G G 1998 *IEEE Trans. on Plasma Science* **26** 519
- [10] Denisov G G and Bratman V L 1998 *IEEE Trans on Plasma Science* **26** 508
- [11] Denisov G G and Cook S J 1996 *Proc. 21st Int Con infrared and Millimeter Waves*, July 1996 p AT2
- [12] Niou X J, Li H F, Yu S *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2291 (in Chinese) [牛新建、李宏福、喻 胜等 2002 物理学报 **51** 2291]
- [13] Huang H J 1965 *Principle of Microwaves* (Vol. I) (Beijing: Science Press.) p244—246, p298—301, 148 (in Chinese) [黄宏嘉 1965 微波原理(卷 I)(北京: 科学出版社)第 244—246, 298—301, 148 页]
- [14] Qian J R, Lai M and Huang H J 1965 *Acta Electronica Sin.* **1** 67 (in Chinese) [钱景仁、来芒、黄宏嘉 1965 电子学报 **1** 67]
- [15] Yang S W and LI H F 1997 *Doctoral Dissertation* (Research Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu) (in Chinese) [杨仕文、李宏福 1997 电子科技大学高能物理研究所博士论文(成都)]

Study of the helical wave-guide^{*}

Wang E-Feng[†] Li Hong-Fu Li Hao Yu Sheng Niu Xin-jian Liu Ying-Hui

(*Research Institute of High Energy Electronics , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China*)

(Received 22 October 2004 ; revised manuscript received 23 February 2005)

Abstract

According to the coupled-wave equations , the irregular properties at boundaries of the wave-guide with helical corrugation is analyzed using the method of impedonce perturbation. The general coupled equation of the helical wave-guide and the formuale for coupled coefficient are obtained. Based on rules of mode coupling in helical wave-guide , the dispersion equation is obtained and the dispersion characteristics are discussed.

Keywords : wave-guide with helical corrugation , coupled equations , impedonce perturbation , dispersion characteristics , eigenmode

PACC : 7210 , 1120

^{*} Project supported by the Foundations of National Defence Key Laboratory in Technology of High Power Microwave and Vacuum Electronics , and the University Youth Foundation.

[†] E-mail : zhuwang9428@sina.com