

一般切割面的铋硅族氧化物光折变增益特性 及动态光栅优化*

胡 易[†]

(北京交通大学物理系, 北京 100044)

(2005 年 2 月 4 日收到, 2005 年 3 月 22 日收到修改稿)

利用耦合张量对光折变旋光、电光、压电及弹光铋硅族氧化物晶体中光波本征模的作用, 在任意晶体切割面上求解了弱耦合的矢量波耦合方程, 并利用有效耦合概念处理了非旋光晶体中的矢量波耦合问题. 进而计算旋光和非旋光材料中信号光的增益, 并分别比较各向同性耦合和各向异性耦合对增益的影响. 对旋光材料优化增益, 并把处理结果应用于 BSO 和 BTO 晶体. 还讨论了压电和弹光效应对(110)、(111)及(112)切割面优化增益的影响.

关键词: 铋硅族氧化物, 光折变, 旋光效应, 压电, 弹光效应

PACC: 7820W, 4210Q, 7760, 7820E

1. 引 言

光折变铋硅族氧化物晶体 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO) 和 $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) 等在可见光和近红外区具有高光折变灵敏度和快响应速度. 它们在实时干涉仪^[1-3]、实时全息存储^[4,5]、光折变图像处理^[6-8]、相关记忆^[9]和平行点阵的逻辑及代数运算^[10]等方面的应用引人注目. 在诸多应用中, 例如干涉仪、激光波形修正、代数运算等, 要求晶体工作在光折变扩散区. 在这种情况下, 所记录全息光栅很弱, 所以优化光栅成为重要研究内容.

与一般铁电体不同, 在没有外加电场时光波耦合空间电荷场在铋硅族氧化物晶体中引起的双折射很小. 光在晶体中传播时波面在 k 空间重合, 而不是分成两个不同的本征模(通常是寻常光和非常光), 即寻常光和非常光简并. 所以在铋硅族氧化物晶体中波耦合具有矢量性, 从能量和相位交换的特性来看耦合波的偏振方向是耦合的^[11]. 即在铋硅族氧化物晶体中波的相互作用不能用在一般铁电体中适用的标量波耦合方程描述, 而只能用表示偏振方向耦合的矢量波耦合方程描述.

光在这类晶体中传播时又表现为旋光性, 同时

它们也是压电和弹光材料. 这些性质导致光束之间的耦合强度随入射时的偏振态和晶体的深度发生显著变化. 从而使得波之间的耦合对于入射光的偏振态、晶体的切割面方向、光栅取向和外加电场的大小及方向等极为敏感.

在以往的波耦合理论研究中, 很少涉及到这类材料的压电或旋光性. 研究表明, 这些特性都是不应忽略的^[12,13]. 另外, 在实际计算中, 人们通常只考虑(110)切割面的情况, 很少研究其他切割面. 近期有少量在(111)面研究工作的报道^[14-16]. 而研究不同切割面光波之间的能量交换具有优化的意义.

本文在考虑铋硅族氧化物中的电光效应、旋光性、压电和弹光效应的基础上, 研究任意面的耦合张量, 并用慢变振幅近似解矢量波耦合方程. 基于光波弱耦合和强旋光性近似, 我们得到信号光增益与切割面方向、光栅取向、入射光偏振角及晶体厚度关系的分析解. 以 BSO 和 BTO 晶体为例, 我们优化增益, 并得到切割面、光栅取向、晶体厚度和入射光偏振方向等优化参数. 我们同时比较了在(110)、(111)和(112)及它们相应的等效面上的最大增益特性. 此外, 本文还讨论了旋光性、压电及弹光效应对两种晶体中光波耦合的影响.

* 教育部留学回国人员科研启动基金(批准号: 2004527)、北京交通大学“十五”专项科技基金(批准号: 2003SM002)和北京交通大学“人才”科研基金(批准号: 2002RC45)资助的课题.

[†]E-mail: yhu@science.njtu.edu.cn

2. 任意切割面二波耦合方程的解及信号光增益

铋硅族氧化物属立方晶系点群 23, 在没有外加电场时是光学各向同性的.

立方晶体任意切割面二波耦合过程的光栅组态见图 1.

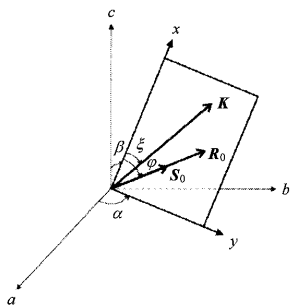


图 1 立方晶体任意切割面二波耦合过程光栅组态(a, b, c 是晶轴. 切割面 (x, y) 由 (a, c) 平面的两次操作得到, 即它绕 c 轴旋转一个角度 α 则 a 轴变成 y 轴, 然后平面 (c, y) 再绕 y 轴旋一个角度 β 则 c 轴变成 x 轴. 在切割面 (x, y) 上, K 是光栅矢量, 它与 x 方向的夹角是 ξ . S_0 和 R_0 分别是信号光和参考光在输入端的电场强度振幅矢量, 它们与 x 方向的夹角均为 φ)

对稳态扩散记录在慢变振幅近似条件, 矢量耦合波方程表示如下^[11]:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dz} &= i\hat{\sigma}_2 S + \frac{1}{2} \Gamma m^* \hat{H}(\mathbf{n}) R, \\ \frac{dR}{dz} &= i\hat{\sigma}_2 R - \frac{1}{2} \Gamma m \hat{H}(\mathbf{n}) S, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 dS/dz 和 dR/dz 分别表示信号光电场强度振幅矢量 S 和参考光电场强度振幅矢量 R 沿波传播方向 z 的一阶导数. 在近轴近似情况下^[17], S 和 R 都只有在 x 轴和 y 轴的分量. i 是虚数单位, ρ 是旋光率, 矩阵 $\hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, 耦合系数 $\Gamma = \frac{\pi n_0^3 r_{41}^S}{\lambda} \times$

$\frac{Kk_B T/e}{1 + (Kr_D)^2}$ 和光的调制度 $m = \frac{2S^* \cdot R}{|S|^2 + |R|^2}$, 其中 n_0 是折射率, r_{41}^S 是铋制电光系数, λ 是入射光波长, $r_D = (\bar{\epsilon}\epsilon_0 k_B T/N_i e^2)^{1/2}$ 是德拜半径, $\bar{\epsilon}\epsilon_0$ 是晶体的介电常数, k_B 是玻尔兹曼常数, T 是温度, N_i 是有效陷阱密度, e 是基本电荷的电量. 矩阵 $\hat{H}(\mathbf{n}) = \begin{pmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{pmatrix} = -\frac{1}{r_{41}^S E_{SC}} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x | \hat{\Delta} \mathbf{B} | \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_x | \hat{\Delta} \mathbf{B} | \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_y | \hat{\Delta} \mathbf{B} | \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y | \hat{\Delta} \mathbf{B} | \mathbf{e}_y \end{pmatrix}$ 是无量纲的耦合矩阵, 其中 \mathbf{n} 为光栅矢量 K 方向的

单位矢量, $H_{xx}, H_{xy}, H_{yx}, H_{yy}$ 分别代表两束光在 $x-x, x-y, y-x$ 和 $y-y$ 方向的相对耦合强度, E_{SC} 是空间电荷场, \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_y 分别是 x 和 y 方向的单位矢量, $\Delta \hat{B}$ 是光致介电张量逆的变化量, 其张量元为 $\Delta B_{mn} = r_{mnp}^S n_p E_{SC} + p_{mnl}^E n_l \gamma_{lij}^E e_{pij} n_p n_j E_{SC}$ ^[17], m, n, k, l, p, i, j 表示物理量或矩阵元在晶格系中三维空间的分量, 可取 1, 2, 3, 重复出现的下标表示三个相关分量求和. 该表达式包括电光、弹光和逆压电效应的贡献: r_{mnp}^S , p_{mnl}^E 和 e_{pij}^E 分别是铋制电光张量元, 弹光张量元和逆压电张量元. 张量 $\hat{\gamma}$ 是克里斯托夫张量 $\hat{\Gamma}$ 的逆, 张量元 $\Gamma_{ik} = c_{ijkl}^E n_j n_l$, 其中 c_{ijkl}^E 是弹性张量 \hat{c}^E 的元. 考虑到铋硅族氧化物中电光、旋光、压电和弹性张量的对称性, 我们计算出对称张量 $\hat{b} = \Delta \hat{B} / E_{SC}$ 的对角和非对角阵元

$$\begin{aligned} b_{ii} &= \frac{2e_{i4} n_1 n_2 n_3}{|\hat{\Gamma}|} [\delta_1 (p_1 n_{i+1}^2 n_{i-1}^2 + p_2 n_i^2 n_{i-1}^2) \\ &\quad + p_3 n_i^2 n_{i+1}^2] + \delta_2 (p_1 n_i^4 + p_2 n_{i+1}^4 + p_3 n_{i-1}^4) \\ &\quad + \delta_3 (p_1 n_i^2 + p_2 n_{i+1}^2 + p_3 n_{i-1}^2) \\ &\quad + \delta_4 (p_1 + p_2 + p_3)], \\ b_{ij} &= n_k r_{41}^S + n_k \frac{2e_{i4} p_{4j}}{|\hat{\Gamma}|} [\delta_1 (n_i^4 + n_j^4) n_k^2 \\ &\quad + \delta_2 (n_i^2 + n_j^2) n_i^2 n_j^2 + 2\delta_3 (n_i^2 n_j^2) \\ &\quad + \delta_4 (n_i^2 + n_j^2)], \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $|\hat{\Gamma}| = \delta_5 (n_1^2 n_2^2 n_3^2) + \delta_6 (n_1^2 n_2^2 + n_2^2 n_3^2 + n_3^2 n_1^2) + \delta_7$, 复合常数

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (c_1 - c_2 - 2c_3) \chi (c_1 + c_2), \\ \delta_2 &= (c_1 - c_2 - 2c_3) \chi (c_2 + c_3), \\ \delta_3 &= -(c_1 c_2 - c_2^2 - c_2 c_3 + 2c_1 c_3 - c_3^2), \\ \delta_4 &= c_1 c_3, \\ \delta_5 &= (c_1 - c_2 - 2c_3) \chi (c_1 + 2c_2 + c_3), \\ \delta_6 &= c_3 (c_1 + c_2) \chi (c_1 - c_2 - 2c_3), \\ \delta_7 &= c_1 c_3^2, \end{aligned}$$

这里我们使用了角标缩编的形式 $c_{1,2,3} = \{c_{11}^E, c_{12}^E, c_{44}^E\}$, $p_{1,2,3,4} = \{p_{11}^E, p_{12}^E, p_{13}^E, p_{44}^E\}$, 此处 i, j, k 都可以从 1 到 3, 其值互不相同, 对于 $i = 1, i - 1$ 是 3, 对于 $i = 3, i + 1$ 为 1.

可见一阶电光效应(通过 r_{41}^S)、逆压电和弹光效应(通过 $e_{i4}, c_{1,2,3}$ 和 $p_{1,2,3,4}$)及光栅取向的方位(通过 $n_{1,2,3}$)对耦合张量都有影响, 继而上述因素对耦合方程产生影响. 在任意切割面上, x 和 y 方向的单位矢量可写成

$$\mathbf{e}_x = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \sin\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \\ \cos\beta \end{pmatrix}, \mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix},$$

考虑到光栅与 x 轴的夹角 ξ 则 $\mathbf{n} = \cos\xi \mathbf{e}_x + \sin\xi \mathbf{e}_y$.

计算任意切割面的耦合矩阵 $\hat{H}(\mathbf{n})$ 的各元素得

$$H_{xx} = -\frac{1}{r_{41}^S} \begin{matrix} -\sin\alpha \sin\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \\ \cos\beta \end{matrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} -\sin\alpha \sin\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \\ \cos\beta \end{matrix},$$

$$H_{xy} = H_{yx} = -\frac{1}{r_{41}^S} \begin{matrix} -\sin\alpha \sin\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \\ \cos\beta \end{matrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{matrix},$$

$$H_{yy} = -\frac{1}{r_{41}^S} \begin{matrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{matrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{matrix}.$$

对耦合波方程 (1) 的处理, 可引入泡利矩阵 $\hat{\sigma}$

$$=(\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3)^{[11]} \text{ 其中 } \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \text{ 这样耦合张量可以写成 } \hat{H}(\mathbf{n}) = H_0 \hat{l}$$

+ $\mathbf{H} \cdot \hat{\sigma}$ 其中 \hat{l} 是单位矩阵, 上式中耦合张量被分解成各向同性耦合张量 $H_0 \hat{l}$ 和各向异性耦合张量 $\mathbf{H} \cdot \hat{\sigma}$ 之和, 其中 $H_0 = (H_{xx} + H_{yy})/2$, $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$, 而 $H_1 = H_{xy}$, $H_2 = 0$, $H_3 = (H_{xx} - H_{yy})/2$, $H = |\mathbf{H}| = (H_1^2 + H_3^2)^{1/2}$, 这里 H_0 和 H 与晶体的切割面和光栅取向有关.

下面分别计算在旋光和非旋光材料中信号光在晶体深度为 z 处的 x 和 y 分量值, 并进一步计算信号光和参考光之间的能量交换. 我们把 z 处信号光光强对入射端 ($z = 0$ 处) 信号光光强的相对增加量定义为信号光增益

$$G = \frac{|S|^2}{|S_0|^2} - 1. \quad (3)$$

2.1. 薄晶体中在弱光耦合和大旋光率近似下二波耦合信号光增益

为了方便处理, 我们引入一对相互垂直的琼斯矢量即左圆和右圆偏振光作为基本矢量: $\mathbf{e}_+ =$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \mathbf{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \text{ 在不计耦合波之间的相互作用时, 它们是光传播的本征模. 在弱光耦合和大旋光率近似下, 薄晶体中只产生弱能量交换. 这时信号和参考光可以分别近似用这两个相互垂直的偏振态}$$

的叠加表示

$$\begin{aligned} S &= S^+ e^{i\varphi} \mathbf{e}_+ + S^- e^{-i\varphi} \mathbf{e}_-, \\ R &= R^+ e^{i\varphi} \mathbf{e}_+ + R^- e^{-i\varphi} \mathbf{e}_-, \end{aligned} \quad (4)$$

S^\pm, R^\pm 分别是相应的圆偏振光的振幅. 通过计算可得下面的关系

$$\hat{\sigma}_2 \mathbf{e}_\pm = \pm \mathbf{e}_\pm, \hat{H}(\mathbf{n}) \mathbf{e}_\pm = H_0 \mathbf{e}_\pm + (H_3 \pm iH_1) \mathbf{e}_\mp, \text{ 则波耦合微分方程 (1) 可以改写成}$$

$$\begin{aligned} \frac{dS^\pm}{dz} &= \frac{1}{2} \Gamma m^* [R^\pm H_0 + R^\mp (H_3 \mp iH_1) e^{\mp 2i\varphi}], \\ \frac{dR^\pm}{dz} &= -\frac{1}{2} \Gamma m [S^\pm H_0 + S^\mp (H_3 \mp iH_1) e^{\mp 2i\varphi}]. \end{aligned} \quad (5)$$

如果在入射面处信号光和参考光都是线偏振光, 且初始偏振角都是 φ , 则 $S_0^\pm = |S_0| e^{\mp i\varphi} / \sqrt{2}$, $R_0^\pm = |R_0| e^{\mp i\varphi} / \sqrt{2}$. 在扩散机理下不考虑相位耦合, 故调制度 m 是实数. 对弱光波耦合, Γm 很小, 则在薄晶体中能量交换量相对于信号光或参考光能量是小量, 光耦合可认为是在两光各自互不影响情况下 (平衡态) 的微扰, 这时有 $S^\pm \approx S_0^\pm$, $R^\pm \approx R_0^\pm$, 则 m 近似为常数. 对方程 (5) 积分得到 S^\pm 在晶体厚度为 d 处与在入射面处的微小差值为

$$\begin{aligned} \Delta S^\pm &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \Gamma m d |R| \left[H_0 e^{\mp i\varphi} \right. \\ &\quad \left. + (H_3 \mp iH_1) e^{\mp i(\varphi - \varphi)} \frac{\sin \rho d}{\rho d} \right]. \end{aligned}$$

设 β 是初始光强比, 即 $\beta = |R_0|^2 / |S_0|^2$, 则调制度 $m = 2\sqrt{\beta}(\beta + 1)$. 二波耦合增益即可写成

$$\begin{aligned} G &= \frac{\delta(|S^+|^2 + |S^-|^2)}{|S_0^+|^2 + |S_0^-|^2} \\ &= \frac{2\beta}{\beta + 1} \Gamma d \left[H_0 + \frac{\sin \rho d}{\rho d} (H_3 \cos(2\varphi - \rho d) \right. \\ &\quad \left. + H_1 \sin(2\varphi - \rho d)) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

2.2. 忽略旋光效应时薄晶体二波耦合的增益

不考虑旋光效应时, $\rho = 0$. 设在入射端两波的偏振方向相同, 则有效耦合为

$$C_{\text{eff}} = -\frac{1}{r_{41}^S E_{\text{SC}}} \mathbf{n} \cdot \Delta \hat{B} \cdot \mathbf{n} \quad [18, 19].$$

在这种情况下, 耦合波方程可写成标量形式

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dz} &= +\frac{1}{2} \Gamma m^* C_{\text{eff}} R, \\ \frac{dR}{dz} &= -\frac{1}{2} \Gamma m C_{\text{eff}} S. \end{aligned} \quad (7)$$

这种波方程的一般解, 即抽运耗尽下的解为 [18]

$$|S|^2 = |S_0|^2 \frac{1 + \beta}{1 + \beta \exp(-2\Gamma C_{\text{eff}} d)},$$

$$|R|^2 = |R_0|^2 \frac{1 + \beta}{\beta + \exp(2\Gamma C_{\text{eff}} d)}.$$

对薄晶体在弱光耦合近似下 $2\Gamma C_{\text{eff}} d \ll 1$ 时,取信号光强度的一级解

$$|S|^2 \approx |S_0|^2 \left(1 + \frac{2\beta}{1 + \beta} \Gamma C_{\text{eff}} d \right).$$

计算有效耦合为

$$\begin{aligned} C_{\text{eff}} &= -\frac{1}{r_{41}^S} \cos\varphi e_x + \sin\varphi e_y \mid \hat{b} \mid \cos\varphi e_x + \sin\varphi e_y \\ &= H_{xx} \cos^2\varphi + H_{xy} \cos\varphi \sin\varphi \\ &\quad + H_{yx} \sin\varphi \cos\varphi + H_{yy} \sin^2\varphi \\ &= H_0 + H_3 \cos 2\varphi + H_1 \sin 2\varphi, \end{aligned}$$

信号光增益可以写成

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{|S|^2}{|S_0|^2} - 1 = \frac{2\beta}{\beta + 1} \Gamma d [H_0 + H_3 \cos 2\varphi \\ &\quad + H_1 \sin 2\varphi]. \end{aligned} \quad (8)$$

2.3. 旋光晶体和非旋光晶体中信号光增益的比较

令 $\cos\delta = H_3/H$, $\sin\delta = H_1/H$, 则考虑旋光效应与忽略旋光效应在薄晶体中弱耦合近似下的增益可分别写成

$$G = \frac{2\beta}{\beta + 1} \Gamma d \left[H_0 + H \frac{\sin\rho d}{\rho d} \cos(2\varphi - \rho d - \delta) \right],$$

$$G_1 = \frac{2\beta}{\beta + 1} \Gamma d [H_0 + H \cos(2\varphi - \delta)]. \quad (9)$$

2.3.1. 旋光晶体和非旋光晶体中信号光增益的相

$$\varphi^{\text{opt}}(d, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\arctan \frac{H_1}{H_3} + \rho d + \theta - H_3 \sin\rho d \right] \pi & (\sin\rho d \neq 0), \\ \text{任意值} & (\sin\rho d = 0), \end{cases} \quad (10)$$

$$G^{\text{opt}}(d, \xi) = 2\Gamma \left[H_0 d + H \frac{|\sin(\rho d)|}{\rho} \right].$$

此处 θ 是阶跃函数:自变量为正时 θ 取 1,其他情况下为零.

同处

无论是否考虑旋光效应,信号光增益都与薄晶体厚度成正比.另外增益都由各向同性耦合和各向异性耦合两部分贡献组成,其中各向同性耦合的贡献与光偏振态无关,且对旋光和非旋光晶体都相等,而各向异性耦合与偏振状态有关.如果我们设置信号光和参考光的位置,对任意光栅取向都有 $H_0 > 0$,则各向同性耦合对信号光增益的贡献总为正,各向异性耦合对增益的贡献可正可负.在两类晶体中各向同性耦合和各向异性耦合对增益的贡献分别与对应的耦合张量的模(即 H_0 和 H)成正比.

2.3.2. 旋光晶体和非旋光晶体中信号光增益的不同处

增益除了与晶体厚度成正比外,各向异性耦合对增益的贡献可以看成由振幅和相位构成的函数.当光栅取向确定后,在非旋光晶体中各向异性耦合振幅部分是常数,而相位部分与光的初始偏振角有关;在旋光晶体中,振幅部分被光偏振面在晶体中旋转角度的 sinc 函数调制,当 $\rho d = n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 各项异性耦合的贡献为零.而相位部分是非旋光材料的相位与光偏振面在晶体中旋转角度之差.

3. 增益的优化

应用方程(6)对初始偏振角优化,得到优化偏振角和优化增益,它们都是光栅取向和晶体厚度的函数:

再对晶体厚度优化,得到的最佳晶体厚度,光偏振角和光信号增益的分析解都只是光栅取向的函数

$$\begin{aligned} d^{\text{opt}}(\xi) &= \frac{1}{\rho} \left(\arccos \frac{-H_0}{H} + m\pi \right) \quad m = 0, 1, 2, \dots \\ \varphi^{\text{opt}}(\xi) &= \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\arctan \frac{H_1}{H_3} + \arccos \frac{-H_0}{H} \right) + [m + \theta - H_3 \sin\rho d] \frac{\pi}{2} & (\sin\rho d \neq 0), \\ \text{任意值} & (\sin\rho d = 0), \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

$$G^{\text{opt}}(\xi) = \frac{2\Gamma}{\rho} \left[H_0 \left(\arccos \frac{-H_0}{H} + m\pi \right) + \sqrt{H^2 - H_0^2} \right].$$

在晶体厚度 $d \in [0, \pi/\rho]$ 进一步对光栅取向优化, 则在每个切割面得到 BSO 和 BTO 晶体中最优增益的数值解. 图 2 是 BSO 晶体增益的三维图 $G^{opt}(\alpha, \beta)$ 图中所取晶体参数见表 1^[9, 12, 20, 21], $E_{SC}/m = 5 \text{ kV/m}$, 它只是切割面方位 (α 和 β) 的函数, 其中图 2(a)

表示考虑压电和弹光效应, 而图 2(b) 表示不考虑压电和弹光效应的情况. 对 BTO 晶体, 我们分别得到了类似的图形. 这里我们指出对变换 $\alpha \rightarrow 180^\circ + \alpha + 360^\circ \times k_1$ ($k_1 = -1$ 或 0) 和 $\beta \rightarrow 180^\circ - \beta + 360^\circ \times k_2$ ($k_2 = 0$ 或 1) 得到的是相同的切割面.

表 1 材料参数 ($c_{\{1,2,3\}} = \{c_{11}, c_{12}, c_{44}^E\}$, $r_{41}^S = \{r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{44}^E\}$)

| | n_0 | ϵ | $e(\text{C}/\text{mm})$ | $r_{41}^S(\text{pm/V})$ | $c_{\{1,2,3\}}(\text{N/m}^2)$ | $r_{\{1,2,3,4\}}$ | $e_{14}(\text{C/m}^2)$ |
|-----|-------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| BSO | 2.615 | 56 | 38.6 | 5.0 | 12.96 2.99 2.45 | 0.16 0.13 0.12 0.015 | 1.12 |
| BTO | 2.58 | 47 | 6.3 | 4.75 | 13.7 2.8 2.6 | 0.173, -0.0015, -0.015, -0.005 | 1.1 |

由图 2(a) 可见, BSO 晶体中 $G^{opt}(\alpha, \beta)$ 的最大值 G^{\max} 发生在切割面 $(\alpha, \beta) = (90^\circ \times k_3, 90^\circ \times k_4 + 45^\circ)$ 其中 $k_3 = 0, 1, 2, 3, k_4 = 0, 1, 2, 3$ 和 $(\alpha, \beta) = (90^\circ k_5 + 45^\circ, 180^\circ k_6)$, 其中 $k_5 = 0, 1, 2, 3, k_6 = 0, 1$. BTO 晶体有相同的结果. 表 2 给出 BSO 和 BTO 晶体中最大增益对应的切割面的方向余弦及光栅取向. BSO 的最大增益为 $G^{\max} = 1.9 \times 10^{-2}$, 发生在 $d^{\max} = 0.39 \text{ cm}$ 处. BTO 的最大增益为 $G^{\max} = 6.2 \times 10^{-2}$, 发

生在 $d^{\max} = 2.0 \text{ cm}$ 处. 这里我们指出, 一般情况下 G^{\max} 正比于归一化的空间电荷场的大小 E_{SC}/m , 当归一化的空间电荷场改变时, 最大增益对应的切割面, 光的初始偏振角, 光栅取向和晶体厚度值不变. 由图 2(a) 和 2(b) 可知, 对 BSO 晶体考虑压电及弹光效应比不考虑时最大增益增加 46.4% (对 BTO 增加 7.66%).

表 2 在 BSO 和 BTO 晶体中的最大增益对应的切割面和光栅取向 (是否考虑压电和弹光效应的结果都在表中列出)

| BSO 和 BTO 最佳切割面 | BSO 晶体中光栅取向 | | BTO 晶体中光栅取向 | |
|--------------------------|--|--------|--|--------|
| | 考虑压电效应 | 忽略压电效应 | 考虑压电效应 | 忽略压电效应 |
| $(110)(\bar{1}\bar{1}0)$ | $[\pm 0.482 \mp 0.482 + 0.731][001]$ | | $[\pm 0.445 \mp 0.445 - 0.777][00\bar{1}]$ | |
| $(1\bar{1}0)(\bar{1}10)$ | $[\pm 0.482 \pm 0.482 - 0.731][00\bar{1}]$ | | $[\pm 0.445 \pm 0.445 + 0.777][001]$ | |
| $(011)(0\bar{1}\bar{1})$ | $[+0.731 \pm 0.482 \mp 0.482][100]$ | | $[-0.777 \pm 0.445 \mp 0.445][\bar{1}00]$ | |
| $(01\bar{1})(0\bar{1}1)$ | $[-0.731 \pm 0.482 \pm 0.482][\bar{1}00]$ | | $[+0.777 \pm 0.445 \pm 0.445][100]$ | |
| $(101)(\bar{1}0\bar{1})$ | $[\pm 0.482 + 0.731 \mp 0.482][010]$ | | $[\pm 0.445 - 0.777 \mp 0.445][0\bar{1}0]$ | |
| $(10\bar{1})(\bar{1}01)$ | $[\pm 0.482 - 0.731 \pm 0.482][0\bar{1}0]$ | | $[\pm 0.445 + 0.777 \pm 0.445][010]$ | |

由图 2 可知, 有些切割面可认为是准最优切割面, 在这些面上 BSO 最大增益不小于 G^{\max} 的 2.8%, BTO 不小于 3.6%. 图形中的这些“脊”(次最大值) 是连接最大增益点直线上的点, 这些脊的中点 (也是脊中最低点) 相当于切割面 $(112)(121)(211), (\bar{1}\bar{1}2)$ 等. 在这些切割面上压电效应使 BSO 晶体的最大增益增加 62.5%, 使 BTO 的最大增益增加 20.8%.

BSO 和 BTO 晶体在最大增益之间都存在“谷” (见图 2), 它们位于切割面 $(\alpha, \beta) = (45^\circ + 90^\circ \times k_7, 180^\circ \times k_8 \pm 35^\circ)$ 其中 $k_7 = 0, 1, 2, 3, k_8 = 0, 1$. 这些位置相当于 $(111)(\bar{1}\bar{1}1)(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ 等面. 对 BSO 晶体在谷处增益约为最大增益 G^{\max} 的 60.8%, 对 BTO 晶体在谷处增益约为 G^{\max} 的 54.5%. 在这些特殊的切割

面 H_0 中不含电光系数 r_{41}^S 的影响, 如果忽略压电及弹光效应, 对所有光栅取向 H 值保持不变^[16]. 这些特殊的切割面不是获得最佳增益的光栅写入面, 但它们是研究压电及弹光效应理想的切割面.

图 2 还显示, 在某些情况下, 例如切割面垂直于某一晶轴时, 增益无论是否考虑压电及弹光效应都是零. 这种情况是 $\beta = 90^\circ, 270^\circ$ 和 $(\alpha, \beta) = (90^\circ \times k_9, 180^\circ \times k_{10})$. 其中 $k_9 = 0, 1, 2, 3, k_{10} = 0, 1$. 在这些平面, 对于任意光栅取向, 任意初始偏振角和任意晶体厚度二波耦合增益都是零, 它们是 $(110), (010)(001)(\bar{1}00)(0\bar{1}0)$ 和 $(00\bar{1})$, 我们把这些面对应的图中坐标称为零位置.

从图 2 中可见不论是否考虑压电和弹光效应, 最大增益处, 脊、谷和零位置对应的切割面都相应不

变. 压电和弹光效应只是修正了不同切割面的最优增益值 $G^{opt}(\alpha, \beta)$.

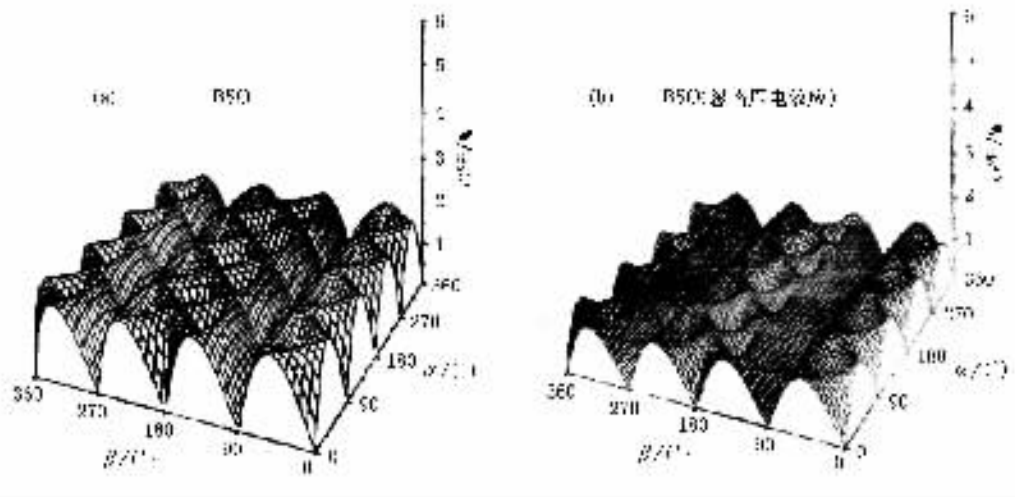


图2 在非耗尽抽运近似下 BSO 晶体中每个切割面的最大增益 $G^{opt}(\alpha, \beta)$ 与切割面的关系 (a)考虑压电和弹光效应影响的情况 (b)不考虑压电及弹光效应影响的情况(此处取归一化的空间电荷场为 $E_{sc}/m = 5\text{ kV/m}$)

4. 结 论

利用弱光耦合及大旋光率近似,得到光折变铋硅族氧化物任意切割面上双光耦合过程中稳态矢量耦合波方程组的分析解.讨论了旋光材料和非旋光材料中各向同性耦合和各向异性耦合对光能量交换

的影响.优化波耦合过程中的信号光增益并将结果应用于 BSO 和 BTO 晶体中,分别得到这两种材料最优的切割面,光栅取向,入射光的偏振方向和晶体厚度.同时得到信号光增益的准最优、极小和零增益对应的切割面.此外计算了(110)(111)和(112)面的最大信号增益值,同时还研究了压电及弹光效应在不同的晶体切割面对光波耦合的影响.

- [1] Dirksen D *et al* 1997 *Opt. Commun.* **134** 310
- [2] Labrunie L *et al* 1997 *Opt. Commun.* **140** 119
- [3] Georges M P *et al* 1997 *Digest on Topical Meeting on Photorefractive Materials, effects, and devices*, Chiba, Japan, 495 and 637
- [4] Huignard J P and Herriau J P 1997 *Appl. Opt.* **16** 1807
- [5] Guenter P and Huignard J P 1988 *Photorefractive materials and their applications* (Berlin: Springer Verlag)
- [6] Huignard J P and Herriau J P 1978 *Appl. Opt.* **17** 2671
- [7] Feinberg J 1980 *Opt. Lett.* **5** 330
- [8] Fuentes-Hernandez C A *et al* 1999 *OSA TOPS* **27** 458
- [9] Petrov M P 1991 *Photorefractive crystals in Coherent Optical Systems*, volume 59 of *Springer Series in Optical Sciences* (Heidelberg: Springer Verlag)
- [10] Liu B *et al* 1998 *Opt. Commun.* **146** 34
- [11] Sturman B I *et al* 1999 *Phys. Rev. E* **60** 3332
- [12] Mandel A E *et al* 1988 *Sov. Tech. Phys. Lett.* **14** 932
- [13] Webb D J *et al* 1994 *Opt. Commun.* **108** 31
- [14] Nichiporko S F *et al* 2000 *Tech. Phys. Lett.* **26** 44
- [15] Shepelevich V V *et al* 2001 *Opt. Mater.* **18** 135
- [16] Hu Y 2004 *Chin. J. nonferrous Metals* **14** S3 272 (in Chinese) 胡易 2004 中国有色金属学报 **14** S3 272]
- [17] Shandarov S M *et al* 1991 *Opt. Spectrosc. (USSR)* **70** 627
- [18] Yeh P 1989 *IEEE J. Quan. Elec.* **25** 484
- [19] Eichler H J 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2411
- [20] Marrakchi *et al* 1986 *J. Opt. Soc. Am. B* **3** 321
- [21] Fox A J and Bruton T M 1975 *Appl. Phys. Lett.* **27** 360

Photorefractive gain property and optimization of dynamic holographic gratings in arbitrarily cut sillenite crystal^{*}

Hu Yi[†]

(*Department of Physics , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China*)

(Received 4 February 2005 ; revised manuscript received 22 March 2005)

Abstract

We study the influence of vectorial wave coupling on the wave eigenmodes in an arbitrarily-cut photorefractive and optically active piezo-electric sillenite crystal , and solve the vectorial equations for weak two-wave coupling. We deal exactly with the vectorial wave coupling in an optically inactive piezo-electric crystal by solving the scalar equations. By doing so we calculate the signal gains in the optically active and the optically inactive crystals and discuss the contributions of the isotropic and the anisotropic coupling to the gain , respectively. We optimize the signal gain of the optically active crystal and apply the results to a BSO and BTO crystal. We also investigate the influence of the piezo-electric and elasto-optic effect on the optimum gain for (110) (111) (112) and their equivalent cuts.

Keywords : sillenite , photorefractive , optical activity , piezo-electric , elasto-optic

PACC : 7820W , 4210Q , 7760 , 7820E

^{*} Project supported by the Scientific Research Foundation for Returned Overseas Chinese Scholars from the Ministry of Education of China (Grant No. 2004527) , the Special Scientific Foundation for the “ Tenth-Five Year ” Plan of Beijing Jiaotong University , China (Grant No. 2003SM002) , and the Scientific Research Foundation of Beijing Jiaotong University , China (Grant No. 2002RC45) .

[†] E-mail : yhu@science.nju.edu.cn