第 54 卷 第 2 期 2005 年 2 月
1000-3290/2005/54(02)/0710-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54,No.2,February,2005

两个正交子能级的 V 型三能级系统的粒子数振荡特性*

周慧君[1)] 刘绍鼎[1)] 王取泉[1)3)†] 詹明生[2)] 薛其坤[3)]

1)(武汉大学物理系,武汉 430072)

2)(中国科学院武汉物理与数学研究所,武汉 430071)

3)(中国科学院物理研究所国际量子结构中心,北京 100080)

(2004 年 5 月 20 日收到;2004 年 7 月 19 日收到修改稿)

研究了线偏振脉冲光场激发下,半导体量子点中两个正交子能级上的粒子数振荡特性.利用旋转波近似方法给出了共振激发和无衰减时粒子数运动方程的解析解.引入了该系统的等效跃迁偶极矩和等效脉冲面积,并给出了其关系表达式.理论分析表明,该体系中的子能级上粒子数振荡的振幅和频率都可以通过改变激发场的偏振角和系统的初态条件进行调控.

关键词:Rabi 振荡,旋转波近似,三能级系统

PACC:4250,0365,3150

1. 引 言

量子体系在外场作用下呈现出很多新颖的量子特性,对这些特性的研究是激光光谱、量子光学以及量子计算等学科的基础研究内容之一[1—3].量子体系的量子特性与其能级结构特点密切相关.在 V 型三能级系统中,由于两个激发态到基态的跃迁的相互影响,该系统呈现出量子干涉[4]、量子拍[5]、光子双稳态[6,7]、窄谱线[8]和高二阶相干度的光辐射等及其他量子特性[9—11].不久前,Ficek 等人在理论上提出利用激光场耦合基态与其中一个激发态,并再外加一个直流场将两垂直激发态耦合在一起,通过数值模拟,发现该系统具有量子干涉和高相关度等特性[12].

最近,对半导体量子点中激子量子态的相关操纵引起了人们的极大兴趣.2001 年,Stievater 等在半导体量子点中观测到 Rabi 振荡[13].随后,有大量的文献报道该体系中的 Rabi 振荡和量子干涉效应[5,14].2004 年,Muller 等报道了利用 Rabi 振荡研究半导体量子点的各向异性特性[15].但由量子点各向异性造成的两个正交子能级与基态组成的 V 型三能级系统中各态粒子数的运动特性还未见报道.

本文利用线偏振脉冲激光同时激发两个正交子能级,从理论上分析了不同偏振夹角和不同的初态条件对各态粒子数振荡的振幅和频率的影响,为实现该体系中的多个量子态粒子数的相干操纵提供了理论依据.

2. 理论分析

2.1. 三能级结构模型

考虑图 1(a)所示的一个三能级系统,$|x\rangle$和$|y\rangle$为两个正交的本征态,$|g\rangle$为系统的基态,其对应的角频率分别记为 ω_x,ω_y 和 ω_g.$|x\rangle$和$|y\rangle$的能级间距 $\Delta=\omega_x-\omega_y\ll\omega_x-\omega_g$,$\omega_y-\omega_g$.在半导体量子点中,这个能级间距由其形状大小和各向异性所决定.

假设采用线偏振光激发,其偏振方向与 x 轴的夹角记为 α(见图 1(b)),并设激光场的频谱宽度大

* 国家自然科学基金(批准号:10344002)资助的课题.

† E-mail:qqwang@whu.edu.cn

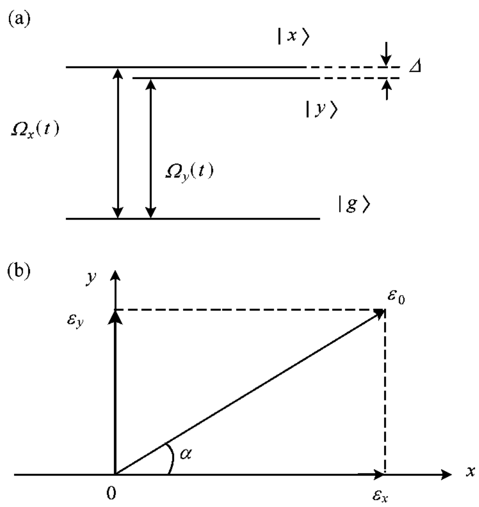

图 1 (a)系统的能级结构示意图,$|x\rangle$和$|y\rangle$分别表示 x 方向和 y 方向偏振的本征态,$|g\rangle$为系统基态.(b)线偏振激发光场的偏振示意图,ε_x 和 ε_y 分别表示沿 x 方向和 y 方向电场强度的投影分量

于$|x\rangle$和$|y\rangle$的能级间距 Δ.当 $\alpha\neq 0,\pi/2$ 时,基态$|g\rangle$上的粒子将被同时激发到$|x\rangle$和$|y\rangle$态上.系统的哈密顿量可记为 $H=H_0+V$,其中 V 为激发场和体系的相互作用能,$V_{mn}=\langle m|V|n\rangle$,($m$, $n=x$, y, g).设入射光场频率为 ν,则在此系统中 $V_{xg}\approx-\frac{1}{2}\mu_x\varepsilon_x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu t}$,$V_{yg}\approx-\frac{1}{2}\mu_y\varepsilon_y(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu t}$,$V_{xx}=V_{yy}=V_{gg}=V_{xy}=V_{yx}=0$,其中 μ_x 和 μ_y 分别为$|x\rangle$与$|g\rangle$之间和$|y\rangle$与$|g\rangle$之间的跃迁偶极矩.$\varepsilon_x(t)=\varepsilon_0(t)\cos\alpha$,$\varepsilon_y(t)=\varepsilon_0(t)\sin\alpha$ 分别表示在 x 方向和 y 方向上激光光场振幅随时间变化的慢变包络函数.在旋转波近似条件下,系统的波函数可记为

$$\psi(r,t)=C_x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta_x-\omega_x)t}|x\rangle+C_y(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta_y-\omega_y)t}|y\rangle+C_g(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta_g-\omega_g)t}|g\rangle, \tag{1}$$

式中失谐量的定义为 $\delta_x=-\frac{1}{2}(\omega_{xg}+\omega_{yg})+\nu$,$\delta_y=\frac{1}{2}(\omega_{xg}+\omega_{yg})-\nu$,$\delta_g=\frac{1}{2}(\omega_{xg}-\omega_{yg})$[14];$C_x(t)$,$C_y(t)$,$C_g(t)$分别表示在$|x\rangle$,$|y\rangle$和$|g\rangle$态上的复概率振幅,并满足条件$|C_x(t)|^2+|C_y(t)|^2+|C_g(t)|^2=1$.将(1)式的波函数形式代入薛定谔方程后,得到复概率振幅随时间变化的运动方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix}C_x(t)\\C_y(t)\\C_g(t)\end{pmatrix}=\frac{\mathrm{i}}{2}\begin{pmatrix}\delta_x&0&\Omega_x(t)\\0&\delta_y&\Omega_y(t)\\\Omega_x(t)&\Omega_y(t)&\delta_g\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C_x(t)\\C_y(t)\\C_g(t)\end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中 $\Omega_x(t)\equiv\mu_x\varepsilon_x(t)/\hbar$,$\Omega_y(t)\equiv\mu_y\varepsilon_y(t)/\hbar$ 分别表示$|x\rangle$—$|g\rangle$和$|y\rangle$—$|g\rangle$之间的 Rabi 振荡频率.讨论粒子数在三个能级上的分布和振荡变化的频率特征时,如果不考虑其能级弛豫的影响,可以直接用$|C_x(t)|^2$,$|C_y(t)|^2$ 和$|C_g(t)|^2$ 来表示$|x\rangle$,$|y\rangle$和$|g\rangle$态上的粒子数[16].此方法在一定的近似条件下可以给出形式简明的解析解,从而有利于对粒子数在三个能级之间的振荡特征和动力学过程进行分析和讨论.

为了求方程(2)的解析解,定义有效偏振角 α_{eff} 和有效脉冲面积 $\theta_{\mathrm{eff}}(t)$:

$$\alpha_{\mathrm{eff}}=\arg\tan(\mu_y\sin\alpha/\mu_x\cos\alpha), \tag{3}$$

$$\theta_{\mathrm{eff}}(t)=(\mu_{\mathrm{eff}}/\hbar)\int_{-\infty}^{t}\varepsilon_0(t')\mathrm{d}t', \tag{4}$$

式中 μ_{eff}为有效偶极矩,

$$\mu_{\mathrm{eff}}=\sqrt{\mu_x^2\cos^2\alpha+\mu_y^2\sin^2\alpha}. \tag{5}$$

当 $\mu_x=\mu_y=\mu$ 时,$\alpha_{\mathrm{eff}}=\alpha$,$\mu_{\mathrm{eff}}=\mu$.考虑到子能级的间距很小,失谐量满足$|\delta_x|$,$|\delta_y|$,$|\delta_g|\ll|\Omega_x|_{\max}$,$|\Omega_y|_{\max}$,此时失谐量对 Rabi 频率的修正项非常小,因此在推导方程(2)的解析解时可忽略失谐量的影响.此时方程(2)中的系数矩阵可写为

$$M=\begin{pmatrix}0&0&\Omega_x(t)\\0&0&\Omega_y(t)\\\Omega_x(t)&\Omega_y(t)&0\end{pmatrix}=\theta'_{\mathrm{eff}}(t)\begin{pmatrix}0&0&\cos\alpha_{\mathrm{eff}}\\0&0&\sin\alpha_{\mathrm{eff}}\\\cos\alpha_{\mathrm{eff}}&\sin\alpha_{\mathrm{eff}}&0\end{pmatrix}. \tag{6}$$

(6)式中不含时间的部分的系数矩阵的本征值为 $\lambda=0,\pm1$,由此得到方程(2)的形式解为

$$\begin{pmatrix}C_x(t)\\C_y(t)\\C_g(t)\end{pmatrix}=\beta_1\begin{pmatrix}-\sin\alpha_{\mathrm{eff}}\\\cos\alpha_{\mathrm{eff}}\\0\end{pmatrix}+\beta_2\begin{pmatrix}\cos\alpha_{\mathrm{eff}}\\\sin\alpha_{\mathrm{eff}}\\1\end{pmatrix}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)}+\beta_3\begin{pmatrix}-\cos\alpha_{\mathrm{eff}}\\-\sin\alpha_{\mathrm{eff}}\\1\end{pmatrix}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)}. \tag{7}$$

2.2. 两个子能级叠加态的 Rabi 振荡

首先分析两个子能级$|x\rangle$态和$|y\rangle$态上粒子数的同频率同位相的振荡特性.假设系统的初态处在基态,即 $C_x(0)=C_y(0)=0$,$C_g(0)=1$,将初值条件代入(7)式得到复概率振幅的解析解

$$\begin{pmatrix} C_x(t) \\ C_y(t) \\ C_g(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{i}\cos\alpha_{\mathrm{eff}}\sin\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \\ \mathrm{i}\sin\alpha_{\mathrm{eff}}\sin\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \\ \cos\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \end{pmatrix}. \tag{8}$$

由(8)式得到$|x\rangle$态和$|y\rangle$态上粒子数的比值为

$$|C_y(t)/C_x(t)|^2 = \tan^2(\alpha_{\mathrm{eff}}), \tag{9}$$

即$|x\rangle$态和$|y\rangle$态的粒子数以相同的频率和位相振荡,两态上粒子数的比值与时间无关.当$\alpha_{\mathrm{eff}}=\pi/4$时,$|C_x(t)|^2=|C_y(t)|^2$,即此时$|x\rangle$态和$|y\rangle$态的粒子数的振幅也相同.由$|x\rangle$态和$|y\rangle$态构成的叠加态的总粒子数为

$$|C_x(t)|^2+|C_y(t)|^2 = \sin^2\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right]. \tag{10}$$

(10)式在形式上与二能级系统单激发态上粒子数的Rabi振荡函数形式相同,因此在这种情况下,结合(4)式可以认为$\theta_{\mathrm{eff}}(t)$是叠加态的入射脉冲面积,而μ_{eff}则是叠加态与基态的等效跃迁偶极矩.从(5)式可以看出,当$\mu_x\neq\mu_y$时,通过改变激发场的偏振角α,可以调节等效跃迁偶极矩μ_{eff}的大小,μ_{eff}取值范围为$[\mu_x,\mu_y]$.

图2给出了各态上粒子数随等效脉冲面积的变化关系.在图2中实线表示子能级间隙为0时的粒子数振荡,计算中α_{eff}的取值为$\pi/4$.在半导体量子点中,两个子能级间隙的典型取值是$50\mu\mathrm{eV}$,取此能级间隙值代入到方程(2)中进行数值求解,数值求解的结果在图2中用点线标出.点线和实线的差异很小,可见在半导体量子点体系中的两个正交子能级的间隙对粒子数振荡的频率和振幅的修正都非常小.

2.3. 粒子数在两个正交子能级之间的振荡

通过调节粒子数的初始分布,可以实现粒子数在两个正交的本征能级之间的振荡.假设系统的初态处在$|x\rangle$态,即初始条件为$C_x(0)=1$,$C_y(0)=C_g(0)=0$,代入(7)式求解得到此时的复概率振幅的解析解为

$$\begin{pmatrix} C_x(t) \\ C_y(t) \\ C_g(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2\cos^2(\alpha_{\mathrm{eff}})\sin^2\left[\frac{1}{4}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \\ -\sin(2\alpha_{\mathrm{eff}})\sin^2\left[\frac{1}{4}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \\ \mathrm{i}\cos(\alpha_{\mathrm{eff}})\sin\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right] \end{pmatrix}. \tag{11}$$

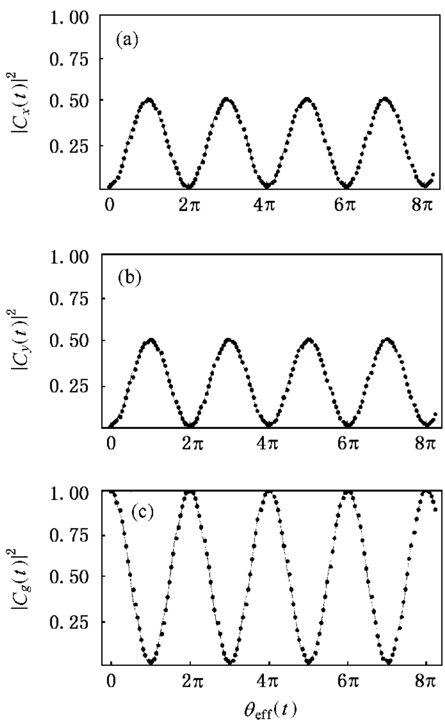

图2 $C_x(0)=C_y(0)=0$,$C_g(0)=1$,$\alpha_{\mathrm{eff}}=\pi/4$时进行数值求解所得各态粒子数随有效脉冲面积$\theta_{\mathrm{eff}}(t)$的振荡 (a),(b)和(c)分别表示$|x\rangle$态,$|y\rangle$态和$|g\rangle$态的粒子数(实线表示$\delta_x=\delta_y=\delta_g=0$时的计算结果;点线表示$\delta_x=25\mu\mathrm{eV}$,$\delta_y=-25\mu\mathrm{eV}$,$\delta_g=0$时的数值解)

由(11)式可以得到如下结论:1)$|x\rangle$态和$|y\rangle$态上的粒子数振荡的频率相同,但是其变化趋势相反,可以视为粒子数在这两个态之间振荡.由于在这两个正交本征能级之间的直接跃迁偶极矩为0,故这种振荡是通过其共有的基态$|g\rangle$的耦合作用实现的.2)$|x\rangle$态和$|y\rangle$态上的粒子数振荡周期是基态$|g\rangle$上粒子数振荡周期的两倍.

当$\alpha_{\mathrm{eff}}=\pi/4$时,$|x\rangle$态和$|y\rangle$态上的粒子数分布随时间的变化关系分别为$|C_x(t)|^2=\cos^4\left[\frac{1}{4}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right]$和$|C_y(t)|^2=\sin^4\left[\frac{1}{4}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right]$,两者的粒子数振荡区间都为[0, 1],而基态上的粒子数为$|C_g(t)|^2=\frac{1}{2}\sin^2\left[\frac{1}{2}\theta_{\mathrm{eff}}(t)\right]$,其粒子数振荡区间为[0,0.5].此时,利用数值求解作出的各态粒子数随等效脉冲面积的变化曲线如图3所示.

3. 分析与讨论

在此三能级模型中,$|x\rangle$和$|y\rangle$态的粒子数振荡

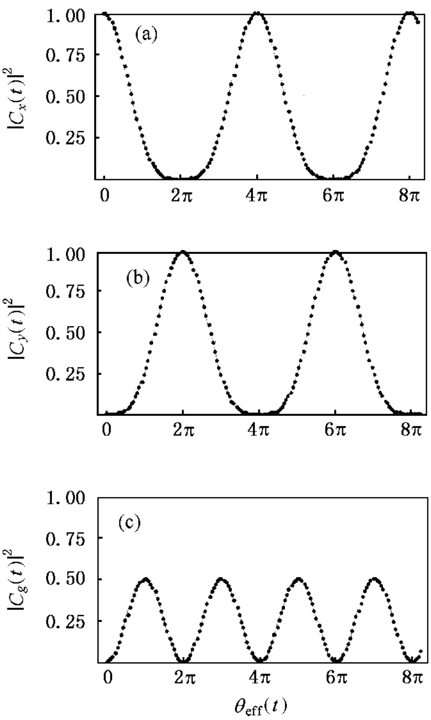

图 3　$C_x(0)=C_y(0)=0$，$C_g(0)=1$，$\alpha_{\rm eff}=\pi/4$ 时进行数值求解所得各态粒子数随有效脉冲面积 $\theta_{\rm eff}(t)$ 的振荡　(a)，(b)和(c)分别表示 $|x\rangle$态，$|y\rangle$态和 $|g\rangle$态的粒子数(实线表示 $\delta_x=\delta_y=\delta_g=0$ 时的计算结果；点线表示 $\delta_x=-25\mu$eV，$\delta_y=-25\mu$eV，$\delta_g=0$ 时的结果)

周期以及各态粒子数振幅都会随初始条件而改变．设 $|y\rangle$态粒子数初值为 0，则 $|x\rangle$态和 $|g\rangle$态上粒子数的初值满足关系式 $|C_g(0)|^2=1-|C_x(0)|^2$．假设 $|C_x(0)|^2$ 分别取 0，0.25，0.5，0.75 和 1 时对方程(2)进行数值求解得到的 $|y\rangle$态粒子数振荡关系见图 4．由图 4 可见，1)在 $\theta_{\rm eff}(t)=2(2k+1)\pi$，$(k=0,1,2,\cdots)$处，当 $|x\rangle$态初值由 0 逐渐增大到 1 时，相应的 $|y\rangle$态粒子数也从 0 逐渐增大至 1；2)在 $\theta_{\rm eff}(t)=4k\pi$，$(k=0,1,2,\cdots)$处，$|y\rangle$态粒子数恒为 0；3)当 $|C_x(0)|^2=0$时，$|y\rangle$态上粒子数的振荡周期为 2π，当 $|C_x(0)|^2\neq 0$ 时，$|y\rangle$态上粒子数的振荡周期为 4π．

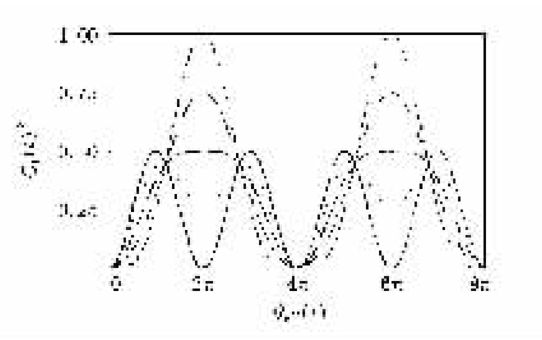

图 4　$|x\rangle$态处于不同初值条件时，$|y\rangle$态粒子数随有效脉冲面积 $\theta_{\rm eff}(t)$的振荡曲线($\alpha_{\rm eff}=\pi/4$，$|C_y(0)|^2=0$，$|C_g(0)|^2=1-|C_x(0)|^2$，——为 $|C_x(0)|^2=0$，┈┈为 $|C_x(0)|^2=0.25$，－－－为 $|C_x(0)|^2=0.50$，－·－为 $|C_x(0)|^2=0.75$，－··－为 $|C_x(0)|^2=1$)

4．结　论

对于由两个正交且能级间隙很小的子能级和基态构成的三能级系统，在线偏振脉冲光场作用下，各态粒子数随入射脉冲面积 $\theta_{\rm eff}(t)$ 呈周期性振荡．当初始条件为 $C_x(0)=C_y(0)=0$，$C_g(0)=1$ 时，可等效为两个子能级 $|x\rangle$和 $|y\rangle$构成的叠加态 $|xy\rangle$和基态耦合的二能级系统，而 $|xy\rangle$与基态 $|g\rangle$之间的等效跃迁偶极矩 $\mu_{\rm eff}$可以通过改变激发场的偏振角在$[\mu_x,\mu_y]$范围内调节，各态上粒子数的振荡周期均为 2π．当初始条件为 $C_x(0)=1$，$C_y(0)=C_g(0)=0$ 时，通过基态的耦合作用，粒子数在两个子能级 $|x\rangle$和 $|y\rangle$之间振荡，其振荡周期变为 4π．当 $\theta_{\rm eff}(t)=2(2k+1)\pi$，$(k=0,1,2,\cdots)$时，$|y\rangle$态上的粒子数与 $|C_x(0)|^2$成正比，通过调节 $|x\rangle$态上的初始值可以使 $|y\rangle$态上的粒子数由 0 增加到 1．理论分析表明该 V 型三能级系统中粒子数振荡具有多样性．

[1] Borzi A and Stadler G 2002 *Phys*. *Rev*. A **66** 053811
[2] Brown K R，Lidar D A and Whaley K B 2001 *Phys*. *Rev*. A **65** 012307
[3] Zhang D Y and Zhan M S 1999 *Chin*. *Phys*. **8** 269
[4] Gong S Q *et al* 1995 *Acta Phys*. *Sin*. **44** 1051 (in Chinese)［龚尚庆等 1995 物理学报 **44** 1051］
[5] Htoon H，Takagahara T，Kulik D，Baklenov O，Holmes A L Jr and Shih C K 2002 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **88** 087401
[6] Joshi A，Yang W G and Xiao M 2003 *Phys*. *Rev*. A **68** 015806
[7] Chen Z Y，Zhang J T and Xu Z Z 1999 *Chin*. *Phys*. **12** 902
[8] Zhu S Y and Scully M O 1996 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **76** 388
[9] Zhao H，Gao Y F and Liang J Q 2004 *Chin*. *Phys*. **13** 865
[10] Liang W Q，Zhang Z M and Xie S W 2003 *Chin*. *Phys*. **12** 1399
[11] Lin X *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1689 (in Chinese)［林　秀等 2001 物理学报 **50** 1689］
[12] Ficek Z and Swain S 2004 *Phys*. *Rev*. A **69** 023401

[13] Stievater T H, Li X Q, Steel D G, Gammon D, Katzer D S, Park D, Piermarocchi C and Sham L J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 133603

[14] Wang Q Q, Muller A, Bianucci P, Xue Q K and Shih C K 2003 *March Meeting of APS.* **48** 1311

[15] Muller A, Wang Q Q, Bianucci P, Shih C K and Xue Q K 2004 *Appl. Phys. Lett.* **84** 981

[16] Senitzky I R 1982 *Phys. Rev.* **49** 1636

Rabi Flopping in a V-type three-level system with two orthogonal eigenstates*

Zhou Hui-Jun[1)] Liu Shao-Ding[1)] Wang Qu-Quan[1)3)†] Zhan Ming-Sheng[2)] Xue Qi-Kun[3)]

[1)] (*Department of Physics, Wuhan University, Wuhan* 430072, *China*)

[2)] (*Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan* 430071, *China*)

[3)] (*Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, International Center of Quantum Structures, Beijing* 100080, *China*)

(Received 20 May 2004; revised manuscript received 19 July 2004)

Abstract

The oscillation characteristics of populations in two orthogonal energy sub-states of semiconductor quantum dots (SQDs) excited by linearly polarized monochromatic pulse field were discussed. With rotating-wave approximation, the non-damped solutions of the dynamic population equations with resonance excitation were deduced. The effective transition dipole moments and effective input pulse area were introduced and their expressions were also given. Theoretical analysis showed that the amplitude and frequency of the population oscillation on the sub-states can be manipulated by adjusting the original conditions and the polarization angle of excitation field.

Keywords: Rabi oscillation, rotating-wave approximation, three-level system

PACC: 4250, 0365, 3150

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10344002).

† E-mail: qqwang@whu.edu.cn