

用高阶对比度研究光束的小尺度自聚焦*

易煦农 胡 巍† 罗海陆 朱 静

(华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

(2004 年 5 月 25 日收到, 2004 年 7 月 19 日收到修改稿)

提出了高阶对比度这一新参数来描述光束的近场均匀性, 并用之研究高功率激光装置中的小尺度自聚焦现象. 分析了高功率光束小尺度自聚焦发生的过程中填充因子、调制度、对比度及高阶对比度随 B 积分值的变化, 指出高阶对比度在光束出现自聚焦成丝前后有更显著的变化, 所以是描述小尺度自聚焦效应的理想参数.

关键词: 小尺度自聚焦, 三阶对比度, 四阶对比度, 功率谱密度相位噪声

PACC: 4265J, 4255, 4225

1. 引 言

非线性折射率引起的小尺度自聚焦效应是高功率激光传输中的重要现象, 也是限制高功率固体激光驱动器输出能量和系统效率的关键因素之一^[1-5]. 当光束强度分布不均匀时, 三阶非线性的 Kerr 效应引起的局部光强急剧增强, 导致光束发生分裂成丝等现象, 致使光束局部的光强急剧增加而损伤光学元件. 所以, 对小尺度自聚焦进行研究有着重要的实际意义^[6].

为了避免小尺度自聚焦带来的破坏, 一方面要控制系统中非线性相位的生长, 即控制 B 积分值, 另一方面要求光束近场强度分布尽可能均匀^[3,4,7]. 所以需要描述光束近场均匀性的参数, 用来衡量小尺度自聚焦发生的风险程度, 和判断是否出现自聚焦成丝现象. 传统上已经有填充因子、调制度、对比度等参数描述光束均匀性, 但仍然有不足之处. 本文提出了高阶对比度这一新参数来描述光束均匀性, 以反映更多的光束均匀性的分布信息. 在研究小尺度自聚焦过程中, 用高阶对比度来描述光束出现自聚焦成丝前后的近场均匀性时, 比用填充因子、调制度、对比度等传统参数来描述有更显著的变化, 所以更具优越性. 这些结果对抑制小尺度自聚焦、优化系统性能有一定的实际意义.

本文首先回顾了几个传统的描述光束均匀性的参数并给出了高阶对比度的定义. 接着, 通过在小幅度调制的条件下半解析分析指出, 高阶对比度在小尺度自聚焦发生前是高阶小量, 而在自聚焦成丝后将显著增大. 随后通过数值模拟证明了随着非线性的增强即 B 积分的增长, 高阶对比度将不再是一个小量, 而是存在一个明显的突变点, 我们认为此突变点可以作为光束出现自聚焦成丝的一个数值判据.

2. 高阶对比度的定义

用来描述光束质量的参数很多, 其中最著名的是光束质量因子 (M^2 因子)^[8]. 但是, M^2 因子主要反映光束的衍射性质, 而在高功率激光驱动器中我们更关心的是光束近场分布的均匀性. 用来描述光束近场均匀性的常用参数有填充因子、调制度、对比度等.

填充因子的定义为

$$F = \frac{I_{\text{avg}}}{I_{\text{max}}},$$

其中 I_{avg} 是平均光强, I_{max} 代表最大光强. F 最大等于 1, F 越大代表光场分布越均匀.

调制度的定义为

$$M = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}},$$

* 国家自然科学基金面上项目(批准号: 60278013), 教育部霍英东教育基金会(批准号: 81058), 国家高技术研究发展计划专项经费部分资助的课题.

† E-mail: huwei@senu.edu.cn

其中 I_{\min} 是最小光强. $M = 0$ 代表光场是均匀的, 当 $I_{\min} = 0$ 时 M 达到最大值 $M = 1$.

对比度的定义为

$$C = \frac{\sqrt{(I - I_{\text{avg}})^2 dx dy}}{I_{\text{avg}} \sqrt{S}},$$

其中 S 是光束面积. 对于完全均匀的光束有 $C = 0$.

但是, 这些参数都具有信息少、不确定大、演化规律不明的缺点. 如填充因子由光强的平均值和最大值来定义, 只取了光束截面上一点(光强最大点)的信息和光场的平均强度, 而光束截面其他各处的光强分布具体情况却不曾考虑. 这必将导致遗失光场的大量信息. 调制度亦只取了光束截面光强最大点和最小点, 故由其所得光场信息也极为有限. 而且调制度受光强最小点的影响很大, 只要有一点处的光强接近零, 调制度就基本为 1. 对比度与前两参数不同, 它对光束截面各点的强度起伏作了统计平均, 所以带有更多信息, 但是随着光束均匀性变差, 对比度的变化缓慢, 不适合作为自聚焦成丝的判据.

除此以外, 光束矩参量也是用来描述光场特征的重要参数, 它的定义为^[9,10]

$$\sigma^n = \frac{\int x^n K(x) dx}{\int K(x) dx}. \quad (1)$$

由光束矩参量的定义出发, 可以定义光束的桶中功率(PIB)、 M^2 因子、偏斜度(Skewness)、陡峭度(Kurtosis)等众多的参数. 这些不同阶数的光束矩参数反映了光束的不同信息, 所以, 得到光束的多个参数也是获得更多关于光束信息的有效途径之一.

受此启发, 我们提出高阶对比度的概念. 我们将光束的强度值作为随机数据求其矩参数, 即得 n 阶对比度定义式如下(以下积分是指对光束横截面面积 S 内积分):

$$M_n = \frac{\int (I - I_{\text{avg}})^n dx dy}{\int I_{\text{avg}}^n dx dy}. \quad (2)$$

显然, 在(2)式中当 $n = 2$ 时即二阶对比度, 上式表示为常用的对比度 C 的平方 $M_2 = C^2$. 所以也可以将高阶对比度看作是对比度的扩展. 本文主要讨论三阶和四阶对比度的应用.

3. 小幅度调制下的高阶对比度

我们先用解析方法定性分析高阶对比度在小

尺度自聚焦过程中的变化规律. 仿照众所周知的小尺度自聚焦的线性化分析模型^[11], 假定入射光束是带有小幅度空间噪声调制的平面波, 即 $E(x, y) = E_0[1 + a(x, y)]$ 其中 $a \ll 1$ 是引入的随机噪声, 且 $\iint a(x, y) dx dy = 0$, 于是光强 $I = E_0^2(1 + a)(1 + a^*)$, a^* 是 a 的复共轭. 略去二阶小量, 得 $I \approx E_0^2(1 + a + a^*)$. 光束传输过程中的噪声可以分为两大类, 即强度噪声和相位噪声. 可以把噪声 a 改写为 $a = \sum_{k_{\perp}} (u + iv) \cos(k_{\perp} \cdot r)$, a 的实部和虚部分别代表强度噪声和相位噪声. 如果取单一空间频率的噪声 $a = (u + iv) \cos(k_{\perp} \cdot r)$, 则光强 $I = E_0^2[1 + 2u \cos(k_{\perp} \cdot r)]$, 平均光强 $I_{\text{avg}} = E_0^2$. 因此, 根据(2)式的定义, 可得 m 阶对比度

$$m_n = \frac{\int [2E_0^2 u \cos(k_{\perp} \cdot r)]^n dx dy}{\int E_0^{2n} dx dy}. \quad (3)$$

当 $n = 1, 3$ 时, 上式分母积分为零, 所以一阶和三阶对比度为零. 当 $n = 2$ 时, 二阶对比度即对比度的平方 $m_2 = C^2 = 2u^2$. 当 $n = 4$ 时, 四阶对比度 $m_4 = 6u^4$. 因为 a 是小量, 所以二阶对比度 m_2 是一个二阶的小量, 对比度 C 则是一阶小量. 而高阶对比度都是高阶小量, 如四阶对比度则是四阶小量, 特别是奇数阶的对比度都为零.

根据 Bespalov 和 Talanov 提出的小尺度自聚焦的解析分析理论^[11], 不同空间频率的调制噪声随 B 积分值的增长速度不一样, 当空间频率大于临界频率 $k_c^2 = 4k_0^2 n_0 \gamma I_{\text{avg}}$ 时只有振荡而没有增益. 当调制噪声的空间频率 $k_{\text{max}}^2 = 2k_0^2 n_0 \gamma I_{\text{ovg}}$ 时(其中 k_0 是真空中波数, n_0 是介质的线性折射率, γ 是非线性折射率系数), 随 B 积分值增加空间调制噪声增长的速度最快, 最大的增长幅度可以达到 e^{2B} . 所以小尺度自聚焦导致的光束分裂和成丝主要集中在 k_{max} 附近的频率段. 考虑最糟糕的情况, 假定前面的小幅度噪声调制的频率就是最大增长频率 k_{max} 时, 得二阶和四阶对比度分别为 $m_2 = 2u^2 e^{2B}$ 和 $m_4 = 6u^4 e^{4B}$. 由此可知, 虽然二阶和四阶对比度开始是一个小量, 但它们在传输过程中是随着 B 积分值作指数增长的. 通过比较, 可以预见四阶对比度必将大于二阶对比度, 后面的数值模拟也将证明这一点.

上述理论推导假定了所考虑的噪声是单一频率的, 这种情况是相当简单的, 但实际的光束传输中所

带噪声是包含有多种频率的.当考虑含有多种频率成分的噪声时,光场强度应改写为

$$I = E_0^2 \left\{ 1 + \sum_{k_{\perp}} [u(k_{\perp}) + i v(k_{\perp})] \cos(k_{\perp} \cdot r) \right\} \times \left\{ 1 + \sum_{k_{\perp}} [u(k_{\perp}) + i v(k_{\perp})] \cos(k_{\perp} \cdot r) \right\}^* .$$

将上式展开并略去高阶小量得:

$$I = E_0^2 \left[1 + \sum_{k_{\perp}} 2u(k_{\perp}) \cos(k_{\perp} \cdot r) \right]. \quad (4)$$

将上式代入高阶对比度的定义式(2)式得

$$M_n = \frac{\int [2E_0^2 \sum_{k_{\perp}} u(k_{\perp}) \cos(k_{\perp} \cdot r)]^n dx dy}{\int E_0^{2n} dx dy}. \quad (5)$$

上式的积分是复杂的,但半不变量的知识告诉我们,多频调制的高阶对比度的组合等于各个频率分量的高阶对比度的组合叠加.具体地,三阶和四阶对比度有如下关系^[12]:

$$M_3 = \sum_{k_{\perp}} m_3(k_{\perp}) \quad (6)$$

$$M_4 - 3M_2^2 = \sum_{k_{\perp}} [m_4(k_{\perp}) - 3m_2^2(k_{\perp})]. \quad (7)$$

所以利用上述由半不变量的性质得到的关系式,可以容易得到三阶和四阶对比度在多频小幅度调制条件下的表达式.显然,三阶对比度依然为零,而四阶对比度可表示为

$$M_4 = 12 \left(\sum_{k_{\perp}} u^2(k_{\perp}) \right)^2 - \sum_{k_{\perp}} u^4(k_{\perp}). \quad (8)$$

而二阶对比度是 $M_2 = 2 \sum_{k_{\perp}} u^2(k_{\perp})$.可以看出,四阶对比度依然是一个小量.

结合(8)式和小尺度自聚焦的理论给出的不同频率调制的具体增益可以得到传输后的光束的高阶对比度.但是考虑到结果非常复杂,以及上面的推导都是基于小幅度调制,即 $a \ll 1$ 这个条件的,所以结果意义不大.当小信号经过非线性增长后, a 显然不再满足这一条件.这时,三阶对比度不再为零,四阶对比度也将迅速增大.下面,我们通过数值模拟证明这一点.

4. 用高阶对比度表征小尺度自聚焦过程

下面利用数值模拟方法,直接比较小尺度自聚焦过程中的高阶对比度和其他参数的变化.数值模拟是基于非线性 Schrödinger 方程

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2n_0 k_0} \nabla_{\perp}^2 E + i k_0 n_2 |E|^2 E, \quad (9)$$

其中激光场 $E = E(x, y, z) \exp[i(kz - \omega t)]$,总折射率 $n(E) = n_0 + n_2 |E|^2$, E 是光场的复振幅包络,归一化有 $I = |E|^2$.

先考虑在平面波上加一个微小的单频余弦调制的理想情况,模拟光束在非线性介质中传输过程中三阶和四阶对比度随 B 积分值的变化.计算过程中完全使用归一化坐标.传输过程中光束的三阶和四阶对比度随 B 积分值的变化见图 1.

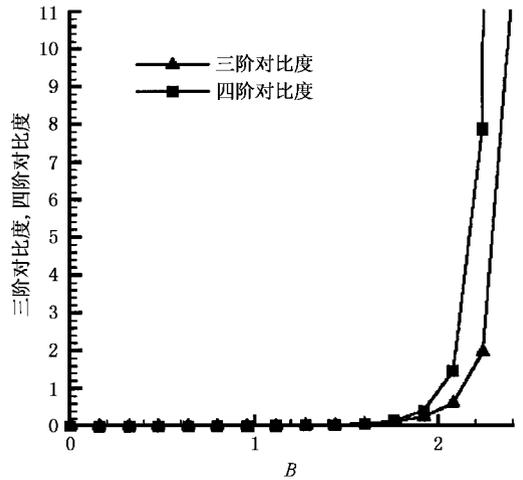


图 1 带有余弦调制的平面波传输中三阶和四阶对比度随 B 积分值的变化

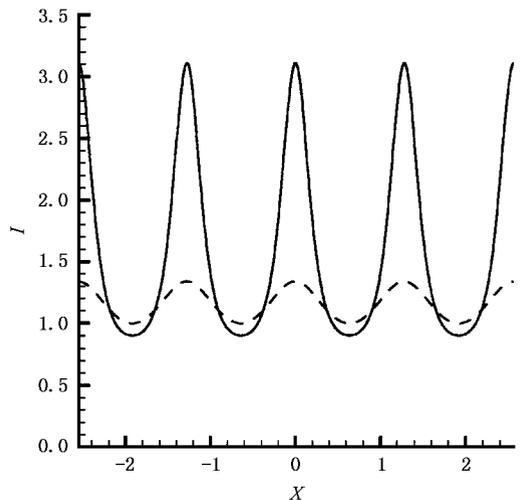


图 2 带有余弦调制的平面波在传输中场强分布(虚线为 $B = 0.64$,实线为 $B = 1.92$)

由图 1 可以看到,三阶和四阶对比度在 B 积分值为 2 左右有一明显突变点.在此突变点之前,三阶

和四阶对比度都是很小的. 图 2 是 B 积分值为 $B=0.64$ 和 $B=1.92$ 时的场分布图. 可以看出, 当 $B=0.64$ 时, 调制仍近似为余弦振荡, 最大光强与平均光强的比值大约在 1.3, 所以此时还没有发生小尺度自聚焦现象. 当 $B=1.92$ 时, 此时最大光强与平均光强的比值已大于 3, 调制已不是余弦振荡. 可以认为这时光束已开始发生小尺度自聚焦现象.

在激光传输过程中, 相位噪声是极为普遍的, 它造成光束的波前畸变. 带有相位噪声的高功率激光束在非线性质介质中传输时, 相位噪声会转变成为强度噪声^[6,13]. 典型地, 我们模拟了一个带有功率谱密度(PSD)相位噪声的平面波的非线性传输过程, 观察各个参数在发生小尺度自聚焦前后的变化. 在模拟过程中, 取波长 $\lambda = 1.053\mu\text{m}$, 折射率 $n_0 = 1.50$, 非线性折射率系数 $n_2 = 2.0 \times 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$, 光强 $I_0 = 5.0\text{GW}/\text{cm}^2$, 不考虑增益. 图 3 中实线和虚线分别为 $B=0.885$ 和 $B=3.245$ 时的强度分布. 图 4 是传输过程中光束的三阶和四阶对比度随 B 积分值的变化.

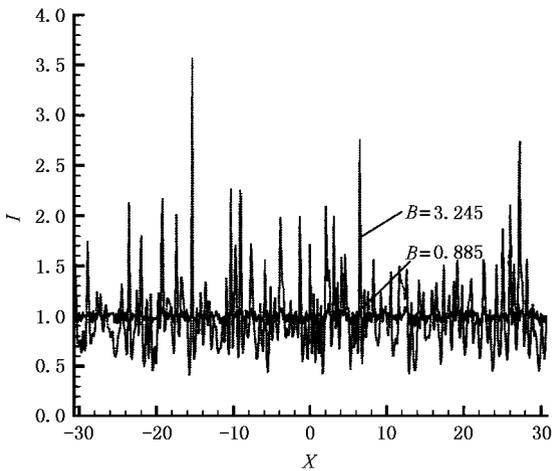


图 3 带有 PSD 相位噪声的平面波传输中的强度分布(实线 $B=0.885$, 虚线 $B=3.245$)

由图 3 可以看出当 $B=3.245$ 时, 最大光强与平均光强的比值高达 3.5 以上, 可以认为此时已开始发生小尺度自聚焦. 同时, 从图 4 可以看出在发生小尺度自聚焦以前, 三阶和四阶对比度是非常之小的, 接近于零. 当 B 积分值为 3 左右时, 三阶和四阶对比度出现突变点, 两者都迅速增大. 依此, 可以将此突变点定为是否已经出现小尺度自聚焦的判据.

下面看对比度、填充因子和调制度这三个传统参数的数值模拟结果.

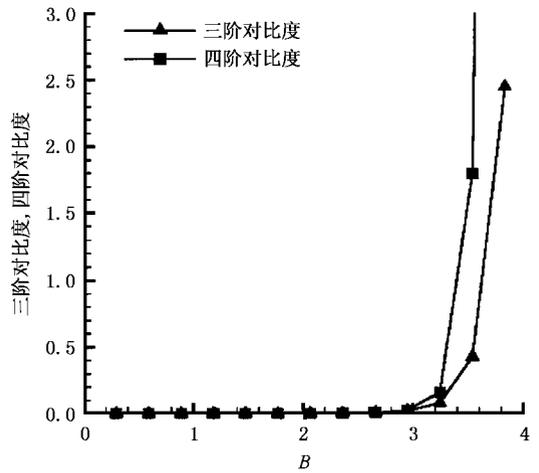


图 4 带有 PSD 相位噪声的平面波传输中三阶和四阶对比度随 B 积分值的变化

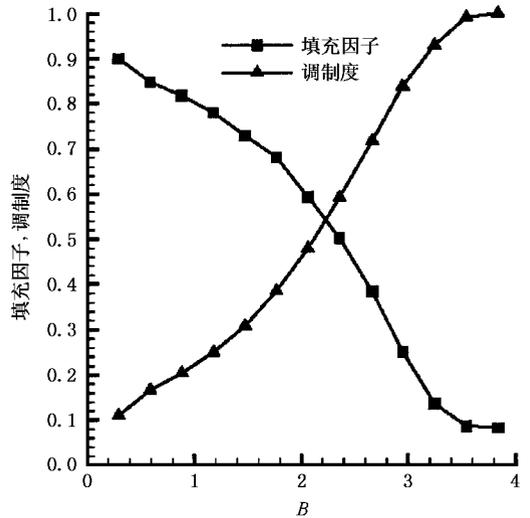


图 5 带有 PSD 相位噪声的平面波传输中填充因子和调制度随 B 积分值的变化

图 5 是填充因子和调制度随 B 积分值的变化. 从图中可以看出, 这两个参数的值在小尺度自聚焦发生前后的变化并无明显区别. 图 6 是对比度随 B 积分值的变化, 可以看出发生小尺度自聚焦后, 对比度有着较为明显的增大, 是比填充因子和调制度更好的参数. 但是, 它没有像三阶和四阶对比度那样明显的突变点. 因此, 由对比度、填充因子和调制度的变化图不能明显直观地得出小尺度自聚焦现象是否发生, 而三阶和四阶对比度却是可以的.

比较上述数值模拟结果不难看出三阶和四阶对比度在描述小尺度自聚焦现象时明显要优于填充因子、调制度和对比度等传统参数.

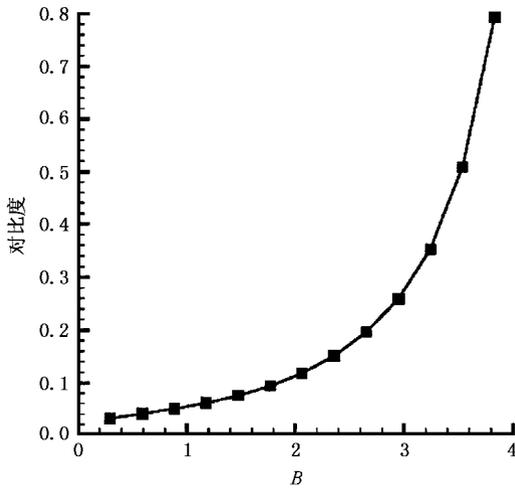


图 6 带有 PSD 相位噪声的平面波传输中对比度随 B 积分值的变化

3. 结 论

由理论分析和数值模拟,我们发现三阶和四阶对比度比常用的对比度、调制度、填充因子等更能反应出光束小尺度自聚焦前后的差异.在光束没有发生小尺度自聚焦时,三阶和四阶对比度基本上为零.一旦光束开始出现小尺度自聚焦,三阶和四阶对比度立即迅速增大.在 B 积分值在 2—3 之间(依赖具体模拟参数),三阶和四阶对比度有一个明显的突变点,该点可以作为是否出现小尺度自聚焦的标志.填充因子、调制度和对比度等传统参数在非线性传输中始终没有明显的突变点,难以直接反应出是否出现小尺度自聚焦.我们认为,三阶和四阶对比度可以作为描述光束近场均匀性的一组非常好的指标,更能直观地反映出何时出现小尺度自聚焦.

- [1] Rozanov N N and Smirnov V A 1980 *Sov. J. Quantum. Electron.* **10** 232
- [2] Rozanov N N and Smirnov V A 1978 *Sov. J. Quantum. Electron.* **8** 1429
- [3] Hunt J H, Renard P A and Simmons W W 1977 *Appl. Opt.* **16** 779
- [4] Hunt J H *et al* 1978 *Appl. Opt.* **17** 2053
- [5] Wen S C, Qian L J and Fan D Y 2003 *Acta. Phys. Sin.* **52** 1640 (in Chinese] 文双春、钱列加、范滇元 2003 物理学报 **52** 1640]
- [6] Wen S C and Fan D Y 2000 *Acta. Phys. Sin.* **49** 1282 (in Chinese] 文双春、范滇元 2000 物理学报 **49** 1282]
- [7] Hu W, Fu X Q, Yu S and Guo H 2002 *Science in China E* **45** 373
- [8] Seigman A E 1986 *Lasers* (Mill Valley, CA : University Science Books)
- [9] Weber H 1992 *Opt. Quant. Electron.* **24** 1027
- [10] Simon R, Sudarshan E C G and Mukunda M 1984 *Phys. Rev. A* **29** 3273
- [11] Bespalov V I and Talanov V I 1966 *JETP Lett.* **3** 307
- [12] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T and Flannery B P 1993 *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [13] Aikens D M, Wolfe C R and Lawson J K 1995 *Proc. SPIE* **2576** 281

Study of small-scale self-focusing in laser beams by high-order contrast^{*}

Yi Xu-Nong Hu Wei[†] Luo Hai-Lu Zhu Jing

(*Laboratory of Light Transmission Optics , South China Normal University , Guangzhou 510631 ,China*)

(Received 25 May 2004 ; revised manuscript received 19 July 2004)

Abstract

In this paper , high-order contrast is brought forward for studying small-scale self-focusing phenomenon in high-power solid state laser drivers. Based on the properties of semi-invariant , we obtain the analytic expressions of high-order contrast of near field of beams. Finally , we study the propagation of plane waves with PSD phase noise and obtain the evolution of fill factor , modulation , contrast , third-order contrast and fourth-order contrast with B -integral value. Comparing the results of numerical simulation , we find that third-order contrast and fourth-order contrast are good parameters for characterizing the small-scale self-focusing phenomenon.

Keywords : small-scale self-focusing , third-order contrast , fourth-order contrast , power spectrum density phase noise

PACC : 4265J , 4255 , 4225

^{*} Project supported in part by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60278013) , the Fok Yin-Tung High Education Foundation of the Ministry of Education of China (Grant No. 81058) , and the Foundation of National Hi-Tech Committee.

[†] E-mail : huwei@senu.edu.cn