

# 考虑量子化效应的 MOSFET 阈值电压解析模型<sup>\*</sup>

代月花<sup>†</sup> 陈军宁 柯导明 孙家訔

(安徽大学电子科学与技术学院, 合肥 230039)  
(2004 年 6 月 1 日收到, 2004 年 7 月 19 日收到修改稿)

根据改进后的三角势阱场近似, 并考虑量子化效应, 提出了一种基于物理的阈值电压解析模型, 给出了 MOSFET 的阈值电压解析表达式, 并与经典理论和数值模拟结果进行了比较.

关键词: 量子效应, 阈值电压, 反型层, 表面势

PACC: 7340Q, 7320A, 7300

## 1. 引 言

现代超大规模集成电路中器件尺寸越来越小<sup>[1]</sup>, 在高的掺杂浓度和强的纵向电场的影下沟道内的电子输运特性就会发生改变, 在平行于 Si-SiO<sub>2</sub> 界面的平面内仍遵循经典的运动规律, 而在垂直 Si-SiO<sub>2</sub> 界面的方向上出现了量子化效应, 电子运动既要服从麦克斯韦方程又要服从薛定谔方程, 因此电子在沟道中的分布明显不同于经典情况, 从而导致了阈值电压和栅电容发生变化. 虽然, 目前有一些考虑量子效应的阈值电压的表达式, 但它们基于数值解的, 计算时间开销太大, 不便于电路模拟. 本文根据改进后的三角势阱近似, 给出了阈值电压的解析表达式.

## 2. 模型描述

### 2.1. 势阱的优化

三角势阱近似可以求解薛定谔方程的解析解, 不仅大大简化了数学计算, 节省了极其耗时的编程运算, 而且通过三角势阱近似可以得出基于物理的解析结果, 物理概念清晰, 便于电路模拟工作者直接使用. 另一方面, 三角势阱近似也有局限性, 它能较准确的描述耗尽和弱反型时的特性, 对强反型情况的描述则偏差较大<sup>[2]</sup>. 但是, 由于 p 型半导体硅的

功函数  $W_s$  随掺杂浓度增大而越来越大, 如果栅用金属(如 Al), 其功函数为  $W_m$ , 根据文献[3],  $W_s > W_m$  在 p 型半导体硅的表面形成一个负的空间电荷区, 其中电场方向由表面指向体内,  $V_s > 0$ . 现规定垂直 Si-SiO<sub>2</sub> 界面指向 Si 体内的方向为  $z$  轴正向, 且取 Si-SiO<sub>2</sub> 界面处为  $z = 0$ . 故对三角势阱作如下改进

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(z) &= V_s - Fz, & z \geq 0, \\ \mathcal{V}(z) &= \infty, & z < 0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $F$  为表面恒定电场,  $V_s$  为  $z = 0$  处的表面电势, 表示对三角势阱所作的修正,  $\mathcal{V}(z)$  指沿  $z$  向的电势分布. 由耗尽近似<sup>[4]</sup>我们很容易得到表面恒定电场与表面势  $V_s$  的关系为  $F = \sqrt{qN_A V_s / 2\epsilon_{Si}\epsilon_0}$ . 将这种新的近似代入一维薛定谔方程可得到反型层中电子允许占据的能级  $E_n$  及对应的波函数  $\zeta_n(z)$  分别为

$$E_n = \frac{(q\hbar F)^{2/3}}{(2m_z^*)^{1/3}} S_n - qV_s, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \zeta_n(z) &= C_n A \left\{ z - E_n / qF \right. \\ &\quad \left. - V_s / F \right\} \left( 2m_z^* qF / \hbar^2 \right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $S_n$  的值根据 AIRY 函数表<sup>[5]</sup>可以得到,  $C_n$  为归一化常数,

$$C_n = \frac{(2m_z^* qF / \hbar^2)^{1/6}}{A'(S_n)}.$$

从(2)式可见, 由于量子效应, 能带变成了一系列分离的能级  $E_0, E_1, E_2, \dots$ . 通常电子占据最低能级  $E_0$  的概率高达 90% 以上<sup>[6]</sup>, 所以我们采用了第一能

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 60276042)和安徽省自然科学基金(批准号 01044104)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: daiyuehua2000@yahoo.com.cn

级近似处理.

## 2.2. 反型层电子的空间分布

对于电子是服从费米分布还是玻尔兹曼分布, 我们作如下考虑: 当衬底掺杂浓度高到一定程度就会发生简并现象, 此时电子服从费米分布函数. 室温时掺磷的 n 型硅简并发生在  $N_D = 2.3 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ , 而掺硼的 p 型硅  $N_A = 9.5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  发生简并<sup>[3]</sup>. 由于所用的模型衬底掺杂浓度  $N_A$  低于  $1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , 为简单起见, 采用了玻尔兹曼分布, 文献 [7] 也说明了玻尔兹曼分布代替费米分布所产生的误差是极小的.

设平行于 Si-SiO<sub>2</sub> 界面方向的电子有效质量为  $m_{//}^* = m_y^* = m_x^*$ , 则反型层第一能级  $E_0$  上的电子数为

$$\begin{aligned} N_0 &= \int_{E_0+E_C}^{\infty} g(E) f_B(E) dE \\ &= \int_{E_0+E_C}^{\infty} \frac{m_{//}^*}{\pi \hbar^2} \times \exp\left(\frac{E_F - E}{K_0 T}\right) dE \\ &= \frac{K_0 T \times m_{//}^*}{\pi \hbar^2} \exp\left[\frac{E_F - (E_0 + E_C)}{K_0 T}\right], \quad (4) \end{aligned}$$

对第一能级  $E_0$  电子在  $z$  处出现的概率为  $|\zeta_0(z)|^2$ . 所以, 反型层中电子密度空间分布为

$$\begin{aligned} n(z) &= N_0 \times |\zeta_0(z)|^2 \\ &= \frac{K_0 T \times m_{//}^*}{\pi \hbar^2} \times \frac{(2m_z^* qF/\hbar^2)^{1/3}}{[A'(-S_0)]^2} \\ &\quad \times \exp\left[\frac{E_F - (E_0 + E_C)}{K_0 T}\right] A^2(r), \quad (5) \end{aligned}$$

其中

$$r = \left(z - \frac{E_0 + qV_S}{qF}\right) \times \left(\frac{2m_z^* qF}{\hbar^2}\right)^{1/3}.$$

## 2.3. 对应于强反型时的表面势

所用模型仍采用经典的阈值电压定义, 即当反型层中最大电子密度等于体内多子空穴密度时, 所对应的栅压为阈值电压. 则由 (5) 式可知, 对应于某个确定的表面势, 由 AIRY 函数可得到一个  $n_{\max}(V_S)$  为

$$\begin{aligned} n_{\max} &= \frac{K_0 T \times m_{//}^*}{2\pi \hbar^2} \times \frac{(2m_z^* qF/\hbar^2)^{1/3}}{[A'(-S_0)]^2} \\ &\quad \times \exp\left[\frac{E_F - (E_0 + E_C)}{K_0 T}\right] A_{\max}^2, \quad (6) \end{aligned}$$

式中  $A_{\max}$ ,  $A'$  分别表示 AIRY 函数的最大值及其导

数, 令  $n_{\max}$  等于体内多子空穴密度  $P_{R0} \approx N_A$ , 则有

$$DV_S^{1/6} \cdot \exp(BV_S - CV_S^{1/3}) = N_A, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= \frac{K_0 T \times m_{//}^*}{\pi \hbar^2} \times \frac{A_{\max}^2}{[A'(-S_0)]^2} \\ &\quad \times \left[\frac{2m_z^* (qN_A)^{1/2}}{(2\epsilon_{Si}\epsilon_0)^{1/2} \hbar^2}\right]^{1/3} \times \exp\left(\frac{E_F - E_C}{K_0 T}\right), \\ B &= \frac{q}{K_0 T}, \\ C &= \frac{qS_0}{K_0 T} \times \left(\frac{N_A \hbar^2}{4\epsilon_{Si}\epsilon_0 m_z^*}\right)^{1/3}. \end{aligned}$$

若取  $V_S^{1/6} \approx (2V_B)^{1/6}$ , 则 (7) 式就可转化成下列形式,

$$V_S - \frac{C}{B} V_S^{1/3} - \frac{1}{B} \ln \frac{N_A}{D \times (2V_B)^{1/6}} = 0, \quad (8)$$

这是一个一元三次方程, 其  $V_S$  有唯一实数解, 且称其解为  $V_{ST}$ , 其表达式为

$$V_{ST} = (\alpha + \beta)^3, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha &= \left[-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}\right]^{1/3}, \\ \beta &= \left[-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}\right]^{1/3}, \\ p &= -\frac{C}{B}, \end{aligned}$$

$$q = -\frac{1}{B} \ln \frac{N_A}{D \times (2V_B)^{1/6}}.$$

式 (9) 是对经典结果  $V_{ST} = 2V_B$  的修正, 通过这个修正后的  $V_{ST}$ , 我们可以求出反型层中电子分布的峰值偏离 Si-SiO<sub>2</sub> 界面的距离  $z_0$ , 它与表面势的关系为

$$z_0 = (S_0 - 1) \left[ \frac{2m_z^* qF(V_{ST})}{\hbar^2} \right]^{1/3}. \quad (10)$$

## 2.4. 阈值电压的解析表达式

加在栅上的电压  $V_g$  值为

$$V_g = V_{FB} + V_S + Q_S/C_{ox}, \quad (11)$$

式中  $Q_S$  的是空间电荷区的总电量, 包括反型层  $Q_{inv}$  和耗尽层  $Q_{del}$  两部分. 其中反型层中的电荷计算如下:

$$\begin{aligned} Q_{inv} &= 0.99 \times q \int_0^{\infty} n(z) dz \\ &= 0.99 \times \frac{qK_0 T m_{//}^* n_i^2}{\pi \hbar^2 N_A N_C} \\ &\quad \times \exp\left[\frac{q}{K_0 T} V_S - \frac{qS_0}{K_0 T} \left(\frac{N_A \hbar^2 V_S}{4\epsilon_{Si}\epsilon_0 m_z^*}\right)^{1/3}\right], \quad (12) \end{aligned}$$

而耗尽层电荷为

$$Q_{dep} = qN_A \omega_d = \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 V_S N_A} \quad (13)$$

空间电荷区的总电量  $Q_S$  满足下式,

$$Q_S(V_S) = Q_{inv}(V_S) + Q_{dep}(V_S) = 0.99 \times \frac{qK_0 T m_{//}^* n_i^2}{\pi \hbar^2 N_A N_C} \times \exp\left[\frac{q}{K_0 T} V_S - \frac{qS_0}{K_0 T} \left(\frac{N_A \hbar^2 V_S}{4\epsilon_{si}\epsilon_0 m_z^*}\right)^{1/3}\right] + \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 V_S N_A} \quad (14)$$

由阈值电压的定义可知 (14) 式中的表面电势  $V_S$  取值  $V_{ST}$  时所对应的栅压  $V_g$  为阈值电压, 记为  $V_{th}$  其表达式为

$$V_{th} = V_{FB} + V_{ST} + \frac{Q_S(V_{ST})}{C_{ox}} = V_{FB} + V_{ST} + 0.99 \times \frac{qK_0 T m_{//}^* n_i^2}{\pi \hbar^2 N_A N_C C_{ox}} \times \exp\left[\frac{q}{K_0 T} V_{ST} - \frac{qS_0}{K_0 T} \left(\frac{N_A \hbar^2 V_{ST}}{4\epsilon_{si}\epsilon_0 m_z^*}\right)^{1/3}\right] + \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 V_{ST} N_A} / C_{ox} \quad (15)$$

### 3. 计算结果分析

图 1(a) 和 (b) 给出了由 (14) 式而得到的考虑量子效应的表面电荷  $Q_S$  与表面电势  $V_S$  以及与衬底的掺杂浓度  $N_A$  的关系曲线, 图 1(a) 同时也给出了经典处理的表面电荷  $Q_S$  ( $Q_S = \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 V_S N_A}$ ) 与表面电势  $V_S$  的关系曲线, 图 1(c) 考虑量子效应的表面电荷  $Q_{ST}$  利用 (9) 式后得到的, 它和经典情况下的  $Q_{ST}$  分别由 (16) 和 (17) 式确定.

$$Q_{STQ}(V_{ST}) = Q_{inv}(V_{ST}) + Q_{dep}(V_{ST}) = 0.99 \times \frac{qK_0 T m_{//}^* n_i^2}{\pi \hbar^2 N_A N_C} \times \exp\left[\frac{q}{K_0 T} V_{ST} - \frac{qS_0}{K_0 T} \left(\frac{N_A \hbar^2 V_{ST}}{4\epsilon_{si}\epsilon_0 m_z^*}\right)^{1/3}\right] + \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 V_{ST} N_A} \quad (16)$$

$$Q_{STC} = \sqrt{2q\epsilon_{si}\epsilon_0 (2V_B) N_A} \quad (17)$$

我们来分析图 1. 从图 1(a) 和图 1(b) 中都可看到  $Q_S$  随  $V_S$  有一个“突变”, 这个“突变”是对应于阈值电压时的情况, 即表明强反型开始形成. “突变”对应的横坐标  $V_S$  称为  $V_{ST}$ , 它与经典情况下  $2V_B$  数

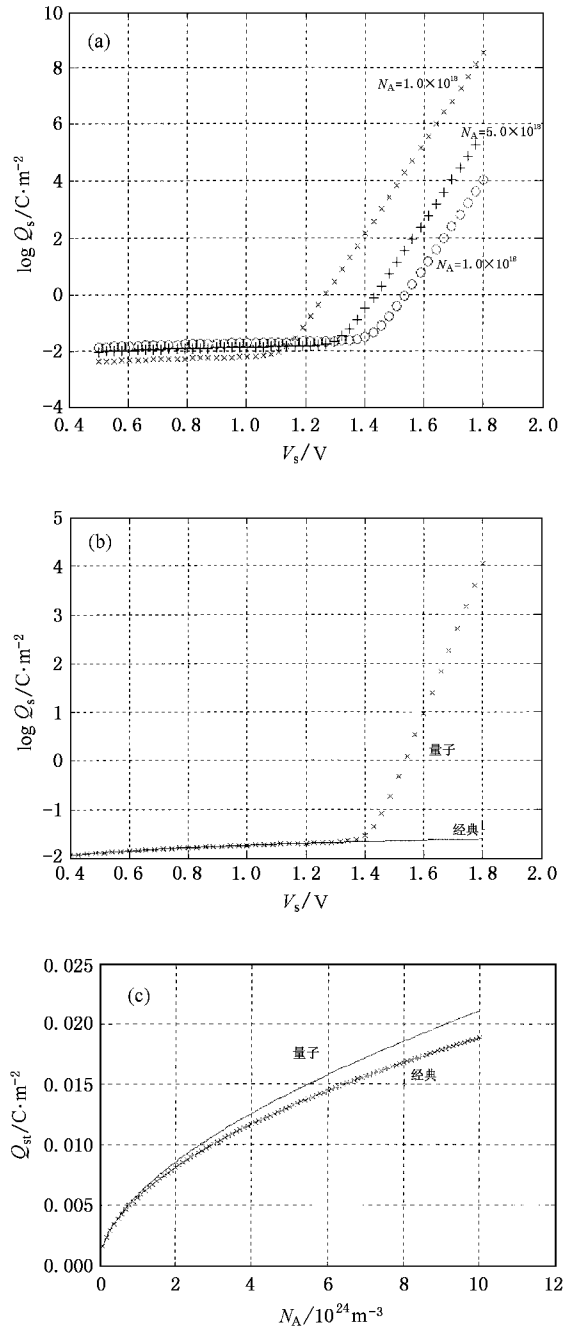


图 1 (a) 不同掺杂下该模型表面电荷与表面势的关系 (b) 该模型和经典模型表面电荷与表面势的关系 (c) 该模型和经典模型对应强反型时的表面电荷与掺杂浓度的关系

值并不相等. 另外, 从图 1(a) 还可见, 掺杂浓度不同, 与“突变”对应的  $V_{ST}$  也不一样. 正如图 2(a) 所示, 掺杂浓度越高, 考虑量子效应的  $V_{ST}$  和经典的  $2V_B$  都随之变大. 但是  $V_{ST}$  由 (9) 式得出,  $2V_B = 2 \frac{K_0 T}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$ , 因而  $V_{ST}$  和  $2V_B$  随掺杂浓度变化的幅度不一样. 同时, 在图 1(c) 中两种  $Q_{ST}$  偏离主要是

由于计算公式以及表面电势  $V_{ST}$  和  $2V_B$  的不同造成的图 2(b) 给出了对应于阈值电压时的表面电势  $V_{ST}$  与经典的  $2V_B$  在不同掺杂浓度下的差值。

由于考虑量子效应的  $V_{ST}$  和经典的  $2V_B$  的不一致, 导致了对应于阈值电压时的表面电荷  $Q_{ST}$  的不同, 再结合阈值电压的表达式 (15) 我们计算了不同

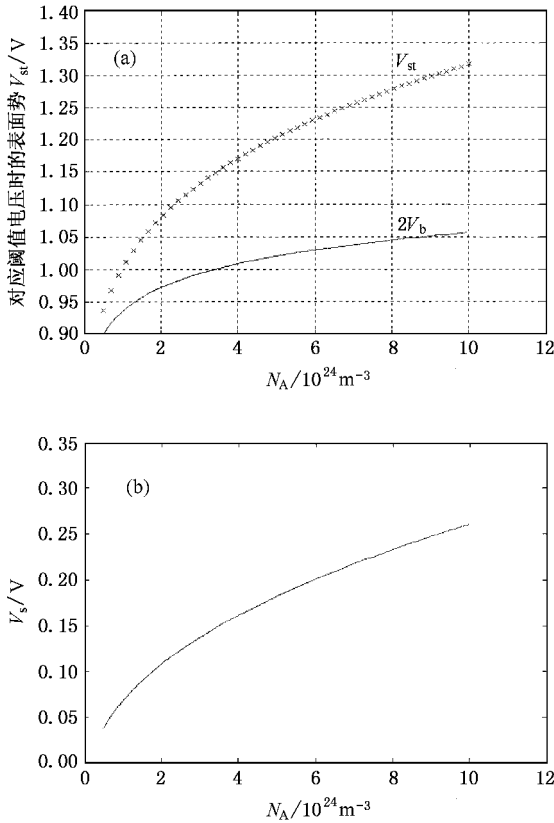
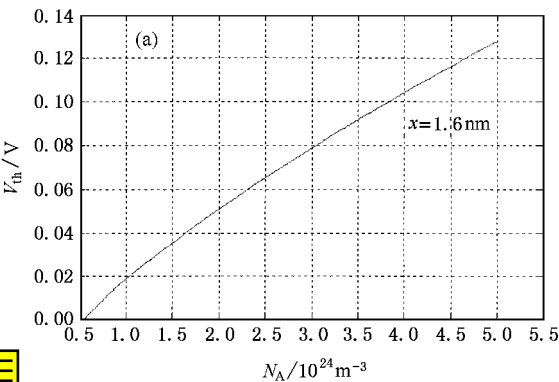


图 2 (a) 量子的  $V_{ST}$  和经典的  $2V_B$  与掺杂浓度的关系 (b) 不同掺杂下对应于阈值电压时的表面势差值



掺杂浓度下考虑了量子效应的阈值电压和经典的阈值电压的具体值以及不同氧化层厚度下, 阈值电压的增量随衬底掺杂浓度的变化, 分别如图 3(a) 和 (b) 所示, 其中  $V_{FB} = -1V$ . 可见, 掺杂浓度越高,  $V_{th}$  就越大, 量子的  $V_{th}$  和经典的  $V_{th}$  的差值也在随之增大. 也就是说, 量子化效应导致了阈值电压的增加。

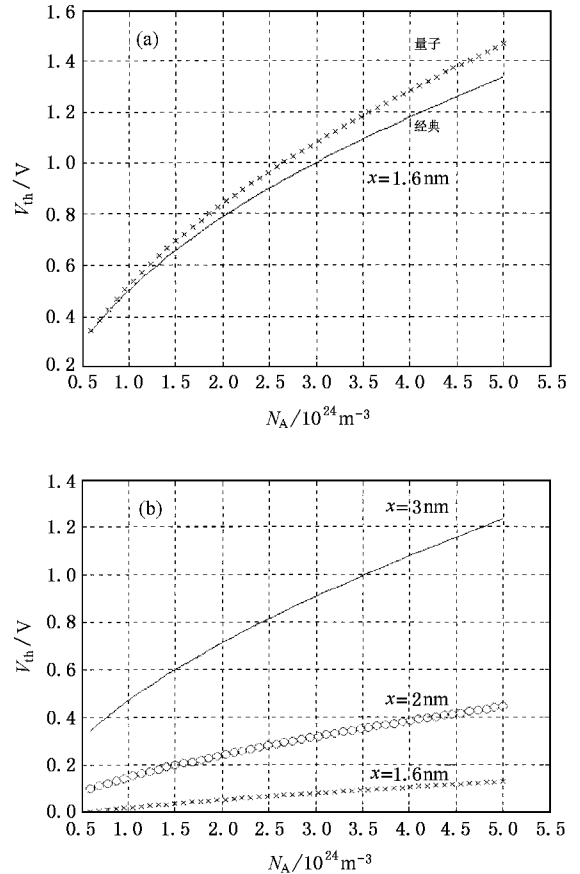


图 3 (a) 不同掺杂浓度下量子的阈值电压和经典的阈值电压的具体值 (b) 不同氧化层厚度下, 阈值电压的增量随衬底掺杂浓度的变化

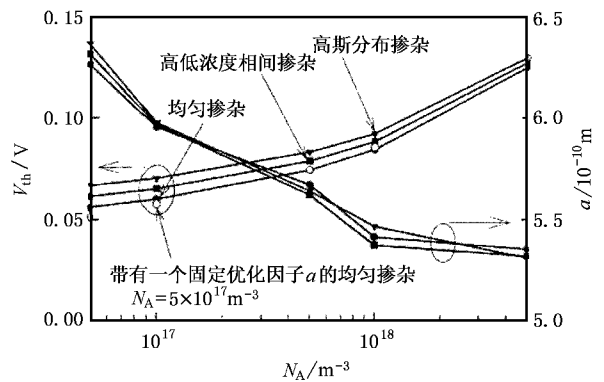


图 4 (a) 本文模型的阈值电压的偏移量 ( $t_{ox} = 1.6nm$ ) (b) 文献 [8] 中阈值电压的偏移量 ( $t_{ox} = 1.6nm$ , 标有 'uniform' 的曲线)



## 4. 结 论

的阈值电压的增量与数值模拟<sup>[8]</sup>的结果比较,我们的阈值电压模型是新型并有相当精度的.

通过计算分析,当  $t_{\text{ox}} = 1.6\text{nm}$  时将该模型得出

- 
- [ 1 ] ( 2001 )The International Technology Roadmap for Semiconductors .
- [ 2 ] Harelund S A and Krishnamurthy S 1996 *IEEE Trans . Electron Devices* **43** 90
- [ 3 ] [ 刘恩科 等 半导体物理学( 第四版 )( 国际工业出版社 )]
- [ 4 ] Mattieu , Physique des Dispositifs a Semiconductor , third edition
- [ 5 ] Abramowitz M and Stegun L A 1965 *Handbook of mathematical functions* ( New York : Dover Publications ) pp446 – 478
- [ 6 ] Yang N , Henson W K , Hauser J R and Wortman J J 1999 *IEEE Trans . Electron Devices* **46** 1464
- [ 7 ] Ma Y T , Liu L T , Tian L L and Li Z J 2002 *Electron Devices Meeting* p 126 – 129
- [ 8 ] Li Y M , Tang T W and Wang X L 2002 *IEEE Trans . Electron Devices* **1** 238

# An analytical model of MOSFET threshold voltage with considering the quantum effects<sup>\*</sup>

Dai Yue-Hua Chen Jun-Ning Ke Dao-Ming Sun Jia-E

( Institute of Electronic Science and Technology , Anhui University , Hefei 230039 , China )

( Received 1 June 2004 ; revised manuscript received 19 July 2004 )

## Abstract

Based on the improved approximation of modified triangular potential well , a physical-based model of MOSFETs threshold voltage is presented , as well as its analytical formulation . The new model takes quantum effects into account for future generation MOS devices and integration circuits . The calculated results by using the new model agree with the simulation results very well .

**Keywords** : quantum effects , threshold voltage , inversion layer , surface potential

**PACC** : 7340Q , 7320A , 7300

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No.60276042 ) and by the Natural Science Foundation of Anhui Province , China ( Grant No.01044104 ) .