第 54 卷 第 2 期 2005 年 2 月
1000-3290/2005/54(02)/0955-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54, No.2, February, 2005

双轴各向异性负折射率材料光纤中光子波函数几何相位研究*

庄 飞[1)†] 沈建其[2)3)]

1)(杭州师范学院理学院凝聚态物理研究所, 杭州 310012)

2)(浙江大学(玉泉校区)物理系, 浙江近代物理中心, 杭州 310027)

3)(浙江大学(玉泉校区)光及电磁波研究中心, 杭州 310027)

(2004 年 4 月 27 日收到; 2004 年 6 月 22 日收到修改稿)

研究了双轴各向异性负折射率材料光纤中光传播特性及光子波函数几何相位的特殊性质. 为体现其拓扑与整体效应, 光子几何相位必依赖于螺旋光纤中光子波函数演化路径所张开的立体角. 本研究证明, 在双轴各向异性负折射率材料光纤中, 因在光的传播过程中正负折射率对于光波几何相位的贡献可以相互抵消, 因此光子几何相位将与光子波函数演化路径所张锥角无关. 还讨论了源于量子涨落效应的真空水平光子几何相位的物理性质以及在实验上探测这一真空效应的可能性.

关键词: 各向异性, 负折射率材料, 几何相位, 光纤

PACC: 7820, 4120, 4225

1. 引 言

最近 30 年来, 人们对人工电磁材料如光子晶体、手征(chiral)材料、EIT 介质以及负光学常数材料的研究[1—5]取得了丰硕成果. 自 Veselago 研究了一种新型人工复合材料(负折射率材料)[5]至今, 人们在理论和实验上对它的光学与电磁学特性作了大量研究[6—10]. 负折射率材料由于其具有小于零的介电系数和磁导率, 因此有着与一般光学材料不同的物理性质与效应, 目前它已展现了广泛应用前景[11]. 由于负折射率材料赋予入射光波以特殊的"左手征"(left-handed)性质因此导致光传播一些很特殊的光学与电磁学特性, 例如多普勒效应与 Cerenkov 辐射的逆转[6]、反常折射以及能实现完美成像(可以制作超棱镜)[11]. 负折射率材料因此也被称为"左手征材料"(left-handed materials)[5]. 尽管在历史上与当前, 很多有关负折射率材料的理论工作均限于对各向同性材料的研究[5,6,12], 可是实际上对负折射率材料的实验设计与制作研究中, 得到的负折射率材料却多为各向异性的, 而各向同性负材料反而难以制作成功[13]. 因此, 研究各向异性负材料中的光传播特性是很有必要的. 由于在文献中对负材料中光传播的研究均限于经典光学方法, 对于借助量子光学的研究却不多见. 因此本文从量子光学(二次量子化)方法出发, 比较详细地分析了双轴各向异性负折射率材料光纤中的光传播特性, 其中主要涉及对螺旋光纤中光子波函数几何相位的研究. 我们发现, 在该材料中光子几何相位有一个有趣的性质, 即它与光子波函数演化路径所张立体角之锥角无关. 这是一个各向异性负折射率材料中的特殊物理效应.

自从 Berry 发现了含时系统中量子力学波函数存在拓扑(几何)相位以来[14], 几何相位问题在很多研究领域吸引了广大研究者的浓厚兴趣和关注, 这些领域包括量子力学、微分几何、引力理论、原子和分子物理、原子核物理、量子光学、凝聚态物理、分子结构和分子化学反应[15—18]. 最近, 许多作者关注量子几何相位在拓扑量子计算、量子退相干和相关问题的潜在应用[19—21]. Berry 相位(绝热循回几何相位)的重要物理实现之一是在呈螺旋形光纤中的光子传播模型. 这个模型在理论上由 Chiao 和 Wu[22]提出, 在实验上由 Tomita 和 Chiao[23]实现. 之后, 人们在理论和实验上利用 Maxwell 方程、微分几何方法、量子绝热理论继续研究了这一几何相位[24,25]. 在以上研究

* 国家自然科学基金(批准号: 90101024)及浙江省教育厅教研配套项目(批准号: 0424XP15)资助的课题.

† E-mail: zhuangfei_zzd@sina.com

基础上,我们利用 Lewis-Riesenfeld 不变量理论[26]以及与不变量有关的幺正变换方法[27]研究了在非共面弯曲光纤中光子的非绝热(nonadiabatic)非循回(noncyclic)几何相位[28,29]. 在以前完成的工作中我们已经讨论了在弯曲光纤中光子螺旋度倒转问题和它在信息科学上的潜在应用[29],同时我们采用二次量子化自旋模型计算了螺旋光纤中由于真空零点起伏导致的光场量子真空几何相位[29].

本文研究了极化光子在由各向异性负材料制作成的弯曲(螺旋)光纤中传播时的几何相位的特殊性质. 本文先给出用于计算在一般理想光纤(各向同性介质)中光子波函数及其几何相位的方法,其次研究了双轴各向异性负折射率材料中的光传播特性,最后证明因在光的传播过程中正负折射率对于光波几何相位的贡献可以相互抵消,因此光子几何相位将与立体角之锥角无关.

2. 在非共面弯曲光纤中光子非绝热非循回几何相位

下面我们考虑在非共面弯曲光纤中极化光子波函数的时间演化问题. 光子场的自旋角动量算符(自然单位制 $\hbar = c = 1$)可以定义为[30]

$$S_{ij} = -\int(\dot{A}_i A_j - \dot{A}_j A_i)\mathrm{d}^3 x, \qquad (1)$$

其中三维磁矢势的 Fourier 展开级数为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{k}\frac{1}{\sqrt{2\omega_{\boldsymbol{k}}}}\sum_{\lambda=1}^{2}\boldsymbol{\varepsilon}(k,\lambda) \\ \times[a(k,\lambda)\exp(-\mathrm{i}k\cdot x) \\ + a^{+}(k,\lambda)\exp(\mathrm{i}k\cdot x)]. \end{aligned} \qquad (2)$$

这里频率 $\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|$,$\boldsymbol{\varepsilon}(k,1)$,$\boldsymbol{\varepsilon}(k,2)$是两个正交的单位极化矢量,它们与平面波的波矢 $\boldsymbol{k}$ 垂直. 设所研究的光纤是一个呈平滑弯曲(曲率半径较大)的非共面光纤,则描写在弯曲光纤内光子传播的有效哈密顿量为[28,29]

$$H_{\mathrm{eff}}(t) = \frac{\boldsymbol{k}(t)\times\dot{\boldsymbol{k}}(t)}{k^2}\cdot\boldsymbol{S}, \qquad (3)$$

这里 $\dot{\boldsymbol{k}}(t)$为 $\boldsymbol{k}(t)$对时间的导数,其中定义波矢 $\boldsymbol{k}(t) = k(\sin\lambda\cos\gamma, \sin\lambda\sin\gamma, \cos\lambda)$. 假设光纤足够理想,即光子波函数的波矢 $\boldsymbol{k}(t)$在任意时刻 t 都与弯曲光纤的切线方向一致. 由(3)式,光子波函数遵守含时薛定谔方程[28,29]

$$\mathrm{i}\frac{\partial|\sigma,\boldsymbol{k}(t)\rangle}{\partial t} = \frac{\boldsymbol{k}(t)\times\dot{\boldsymbol{k}}(t)}{k^2}\cdot\boldsymbol{S}|\sigma,\boldsymbol{k}(t)\rangle. \qquad (4)$$

这里,σ 为光子螺旋度本征值. 按照 Lewis-Riesenfeld 不变量理论以及与不变量有关的幺正变换方法,在光纤中传播的光子波函数为

$$|\sigma,\boldsymbol{k}(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{\mathrm{i}}\phi_{\sigma}^{(g)}(t)\right]V(t)|\sigma,k\rangle,$$

这里$|\sigma,k\rangle = |\sigma,\boldsymbol{k}(t=0)\rangle$是初始光子极化态,

$$V(t) = \exp[\beta(t)S_{+} - \beta^{*}(t)S_{-}].$$

含时参数

$$\beta(t) = -\frac{\lambda(t)}{2}\exp[-\mathrm{i}\gamma(t)],$$

$$\beta^{*}(t) = -\frac{\lambda(t)}{2}\exp[\mathrm{i}\gamma(t)].$$

初始螺旋度本征值为 σ 的光子几何相位可以写为

$$\phi_{\sigma}^{(g)} = \left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')[1-\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'\right\}\langle\sigma,k|S_3|\sigma,k\rangle. \qquad (5)$$

在绝热过程中,围绕螺旋光纤运动的光子进动角频率 $\dot{\gamma}$ 和锥角 λ 可以视作常数. 由(5)式知,在一个进动周期中光子获得的几何相位为

$$\phi_{\sigma}^{(g)}(T) = 2\pi(1-\cos\lambda)\langle\sigma,k|S_3|\sigma,k\rangle. \qquad (6)$$

这里,$2\pi(1-\cos\lambda)$等于在光子波函数演化路径(光子动量空间中)所张开的立体角,这意味着几何相位(5),(6)式携带了量子系统时间演化的拓扑与整体信息. 应该强调指出的是,如果光子自旋算符 $\boldsymbol{S}$ 的第三分量 S_3 是非正规序(non-normal order)的[31],则量子真空几何相位应该包含在$\langle\sigma,k|S_3|\sigma,k\rangle$中. 下面我们考虑这个问题.

将 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},t)$的 Fourier 展开式(2)代入光子自旋算符表达式(1)式中,得到非正规序光子自旋算符 $\boldsymbol{S}$ 之第三分量,即

$$\begin{aligned} S_3 = \frac{\mathrm{i}}{2}[a(k,1)a^{+}(k,2) - a^{+}(k,1)a(k,2) \\ - a(k,2)a^{+}(k,1) + a^{+}(k,2)a(k,1)]. \end{aligned} \qquad (7)$$

定义左右偏振光的产生和湮没算符 $a_{\mathrm{R}}^{+}(k)$,$a_{\mathrm{L}}^{+}(k)$,$a_{\mathrm{R}}(k)$与 $a_{\mathrm{L}}(k)$为[30]

$$a_{\mathrm{R}}^{+}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a^{+}(k,1) + \mathrm{i}a^{+}(k,2)],$$

$$a_{\mathrm{R}}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a(k,1) - \mathrm{i}a(k,2)],$$

$$a_{\mathrm{L}}^{+}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a^{+}(k,1) - \mathrm{i}a^{+}(k,2)],$$

$$a_{\mathrm{L}}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a(k,1) + \mathrm{i}a(k,2)]. \qquad (8)$$

所以根据(7)式,单模光子自旋算符第三分量可写为

$$S_3=\frac{1}{2}\Big\{\left[a_{\mathrm{R}}(k)a_{\mathrm{R}}^{+}(k)+a_{\mathrm{R}}^{+}(k)a_{\mathrm{R}}(k)\right]-\left[a_{\mathrm{L}}(k)a_{\mathrm{L}}^{+}(k)+a_{\mathrm{L}}^{+}(k)a_{\mathrm{L}}(k)\right]\Big\}.\quad(9)$$

左右偏振光单模多光子态定义为

$$|\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}\rangle=\frac{\left[a_{\mathrm{L}}^{+}(k)\right]^{n}}{\sqrt{n!}}|0_{\mathrm{L}}\rangle,$$
$$|\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}}\rangle=\frac{\left[a_{\mathrm{R}}^{+}(k)\right]^{n}}{\sqrt{n!}}|0_{\mathrm{R}}\rangle,\quad(10)$$

其中 n_{L} 和 n_{R} 分别为左右偏振光子态占有数. 现在计算光纤中多光子态

$$|\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}};\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}\rangle\equiv|\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}}\rangle\otimes|\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}\rangle\quad(11)$$

的几何相位. 将(11)式代入(5)式得到

$$\phi^{(g)}(t)=\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')\left[1-\cos\lambda(t')\right]\mathrm{d}t'\right\}\langle\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}};\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}|S_3|\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}};\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}\rangle.\quad(12)$$

最后的计算结果为

$$\phi^{(g)}(t)=(n_{\mathrm{R}}-n_{\mathrm{L}})\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')\left[1-\cos\lambda(t')\right]\mathrm{d}t'\right\},\quad(13)$$

它与波矢 $\boldsymbol{k}$ 的模 k 无关但依赖于光传播路径的几何性质(即与极角 λ 与 γ 有关),这是几何相位拥有量子系统时间演化的拓扑与整体性质的体现. 应当强调的是相位(13)与光子占有数 $n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}}$ 有关,而且该相位在本质上是量子化的. Gao 也研究过这一几何相位,他用$\frac{1}{2}\left[a_{\mathrm{R(L)}}^{+}(k)+a_{\mathrm{R(L)}}(k)\right]$和$\frac{\mathrm{i}}{2}\left[a_{\mathrm{R(L)}}^{+}(k)-a_{\mathrm{R(L)}}(k)\right]$的不确定关系证明了形如(13)式几何相位具有量子秉性[32]. 虽然(13)式中的相位 $\phi^{(g)}(t)$等于光子的量子几何相位,但是它却不属于在量子真空水平上产生的几何相位,即(13)式并非来自量子真空起伏(零点涨落能). 下面研究目前在实验上还没有测过的量子真空水平上的几何相位(实验上很难被测量的原因后面会提到). 其实(13)式只是左右偏振光几何相位之和. 根据 S_3 的展开形式,左右偏振光$|\sigma=-1,k,n_{\mathrm{L}}\rangle$,$|\sigma=+1,k,n_{\mathrm{R}}\rangle$的几何相位各自应具有形式

$$\phi_{\mathrm{L}}^{(g)}(t)=-\left(n_{\mathrm{L}}+\frac{1}{2}\right)\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')\left[1-\cos\lambda(t')\right]\mathrm{d}t'\right\},$$
$$\phi_{\mathrm{R}}^{(g)}(t)=+\left(n_{\mathrm{R}}+\frac{1}{2}\right)\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')\left[1-\cos\lambda(t')\right]\mathrm{d}t'\right\}.\quad(14)$$

尽管它们之和恰好是(13)式,但是(13)式把如下的左右偏振光的量子真空几何相位

$$\phi_{\sigma=\pm1}^{(\mathrm{vac})}(t)=\pm\frac{1}{2}\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')\left[1-\cos\lambda(t')\right]\mathrm{d}t'\right\}\quad(15)$$

自动删去了(因为左右偏振光的量子真空几何相位只相差一个负号而已,因此恰好能互相抵消,在实验上表现为不可测量). 我们认为含时零点能具有物理意义,也对光子场的几何相位有贡献,因此这一量子真空几何相位(15)值得研究. 由于左右偏振光量子真空几何相位互相抵消,量子真空几何相位在实验上表现平庸,但是如果有条件抑制左右偏振光之一的量子涨落,那么仅剩下其中之一偏振光的真空几何相位,它在实验上有可能表现为可测. 如何抑止偏振光之一的量子真空涨落?这里简单提及一法 螺旋向性(gyrotropic)介质对左旋光与右旋光的折射率平方分别为 $n_{\mathrm{L}}^2=(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(\mu_1-\mu_2)$与 $n_{\mathrm{R}}^2=(\varepsilon_1+\varepsilon_2)(\mu_1+\mu_2)$,其中 $\varepsilon_{1,2},\mu_{1,2}$ 为螺旋向性介质的介电张量与磁导率张量参数[5]. 适当选择参数 $\varepsilon_{1,2},\mu_{1,2}$,有可能使得左右偏振光折射率平方呈一正一负,于是就能达到抑止两偏振光之一的目的,在实验上测量真空几何相位也就成为可能.

3. 在双轴各向异性左手征材料中光波的传播

在以前的理论与实验工作中人们证明在弯曲光纤内传播的光子的几何相位依赖于在光子波函数演化路径(在动量空间中)对原点所张开之立体角(及锥角)[22,23,28,29]. 但是通过研究在双轴各向异性负材料中光子波函数的特殊传播性质,我们发现此时光子几何相位将可能不依赖于演化路径所张之锥角. 首先我们设双轴各向异性负材料的介电张量与磁导率张量的表达式为

$$(\hat{\varepsilon})_{ik}=\begin{pmatrix}\varepsilon&0&0\\0&-\varepsilon&0\\0&0&\varepsilon_3\end{pmatrix},$$
$$(\hat{\mu})_{ik}=\begin{pmatrix}-\mu&0&0\\0&\mu&0\\0&0&\mu_3\end{pmatrix}.\quad(16)$$

具有这样的介电张量与磁导率张量的负材料能为目前的实验所制备[13]. 设在双轴各向异性负材料中传播的光波波矢为 $\boldsymbol{k}=(0,0,k)$,按照 Maxwell 方程组,

我们得到 $\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{E}=(-kE_2,KE_1,0)$，$[(\hat{\mu})_{ik}H_k]=(-\mu H_1,\mu H_2,0)$. 从电磁感应定律$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$，进一步可以得到 $H_1=\dfrac{kE_2}{\mu\mu_0\omega}$，$H_2=\dfrac{kE_1}{\mu\mu_0\omega}$. 这样时谐波 Poynting 矢量第三分量为

$$S_3=E_1H_2-E_2H_1=\frac{k}{\mu\mu_0\omega}(E_1^2-E_2^2). \tag{17}$$

这里，光波分量 E_1 和 E_2 场的 Poynting 矢量形式分别为

$$\boldsymbol{S}^{(1)}=\frac{E_1^2}{\mu\mu_0\omega}\boldsymbol{k},\quad \boldsymbol{S}^{(2)}=-\frac{E_2^2}{\mu\mu_0\omega}\boldsymbol{k}. \tag{18}$$

从(18)式明显可以看到 Poynting 矢量 $\boldsymbol{S}^{(2)}$ 的方向与 $\boldsymbol{S}^{(1)}$ 的方向相反. 这就意味着如果 $\mu>0$，那么对于 E_1 场分量，由(16)式所定义的双轴各向异性介质就很像右手征(right-handed)材料(普通材料)，而对 E_2 场而言它却如左手征材料. 对于一个实际的入射光波，由于 E_1 场分量与 E_2 场分量的 Poynting 矢量 $\boldsymbol{S}^{(1)}$与 $\boldsymbol{S}^{(2)}$(代表能流方向)同向，因此从上面的讨论已可以得到一个结论：在双轴各向异性材料中平面波的分量 E_1 和 E_2 场的波矢反向. 考虑一个由双轴各向异性负材料制成的螺旋形光纤，如果在其内部 E_1 场波矢设为 $\boldsymbol{k}(t)=k(\sin\lambda\cos\gamma,\sin\lambda\sin\gamma,\cos\lambda)$，那么根据(18)式可以证明 E_2 场的波矢应是 $-\boldsymbol{k}(t)=k(\sin\lambda'\cos\gamma',\sin\lambda'\sin\gamma',\cos\lambda')$，其中 $\lambda'=\lambda-\pi$，$\gamma'=\gamma+\pi$. 于是对于 E_2 场，(5)式中含时系数从$\int_0^t\dot{\gamma}(t')[1-\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'$ 变为$\int_0^t\dot{\gamma}(t')[1+\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'$. 在下面的讨论中，这一结果将用于计算在双轴各向异性左手征介质光纤中圆偏振光的几何相位.

4. 双轴各向异性左手征介质光纤中偏振光几何相位

左、右偏振光的产生算符的定义分别是 $a_{\mathrm{L}}^{+}=\dfrac{a_1^{+}+\mathrm{i}a_2^{+}}{\sqrt{2}}$和 $a_{\mathrm{R}}^{+}=\dfrac{a_1^{+}-\mathrm{i}a_2^{+}}{\sqrt{2}}$，左、右偏振光的光子占有数为 n_{R} 和 n_{L} 的光子态分别为

$$|n_{\mathrm{R}}\rangle=\frac{(a_{\mathrm{R}}^{+})^{n_{\mathrm{R}}}}{\sqrt{n_{\mathrm{R}}!}}|0_{\mathrm{R}}\rangle$$

和

$$|n_{\mathrm{L}}\rangle=\frac{(a_{\mathrm{L}}^{+})^{n_{\mathrm{L}}}}{\sqrt{n_{\mathrm{L}}!}}|0_{\mathrm{L}}\rangle.$$

按照前面的讨论，在这样一个各向异性左手征材料中 E_1 场的波矢与 E_2 场的波矢反向. 为了计算左右偏振光的几何相位，我们首先计算如下几个期望值$\langle n_{\mathrm{R}}|a_1^{+}a_1|n_{\mathrm{R}}\rangle$，$\langle n_{\mathrm{L}}|a_1^{+}a_1|n_{\mathrm{L}}\rangle$，$\langle n_{\mathrm{R}}|a_2^{+}a_2|n_{\mathrm{R}}\rangle$和$\langle n_{\mathrm{R}}|a_2^{+}a_2|n_{\mathrm{R}}\rangle$. 利用关系式

$$a_1|n_{\mathrm{R}}\rangle=\frac{1}{2^{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}\sqrt{n_{\mathrm{R}}!}}\sum_{l=0}^{n_{\mathrm{R}}}\frac{n_{\mathrm{R}}!}{l!(n_{\mathrm{R}}-l)!}\times a_1(a_1^{+})^{l}(\mathrm{i}a_2^{+})^{n_{\mathrm{R}}-l}|0_{\mathrm{R}}\rangle,$$

我们得到

$$\begin{aligned}a_1|n_{\mathrm{R}}\rangle&=\frac{n_{\mathrm{R}}}{2^{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}\sqrt{n_{\mathrm{R}}!}}\sum_{l=1}^{n_{\mathrm{R}}}\frac{(n_{\mathrm{R}}-1)!}{(l-1)!(n_{\mathrm{R}}-l)!}\\&\quad\times(a_1^{+})^{l-1}(\mathrm{i}a_2^{+})^{n_{\mathrm{R}}-l}|0_{\mathrm{R}}\rangle\\&=\sqrt{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}\frac{1}{2^{\frac{n_{\mathrm{R}}-1}{2}}\sqrt{(n_{\mathrm{R}}-1)!}}\\&\quad\times\sum_{l=1}^{n_{\mathrm{R}}}\frac{(n_{\mathrm{R}}-1)!}{(l-1)!(n_{\mathrm{R}}-l)!}\\&\quad\times(a_1^{+})^{l-1}(\mathrm{i}a_2^{+})^{n_{\mathrm{R}}-l}|0_{\mathrm{R}}\rangle\\&=\sqrt{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}|n_{\mathrm{R}}-1\rangle.\end{aligned} \tag{19}$$

在这里利用了公式

$$a_1(a_1^{+})^{l}=l(a_1^{+})^{l-1}+(a_1^{+})^{l}a_1.$$

这样，由 $a_1|n_{\mathrm{R}}\rangle=\sqrt{\dfrac{n_{\mathrm{R}}}{2}}|n_{\mathrm{R}}-1\rangle$与$\langle n_{\mathrm{R}}|a_1^{+}=\sqrt{\dfrac{n_{\mathrm{R}}}{2}}\langle n_{\mathrm{R}}-1|$，可以得到$\langle n_{\mathrm{R}}|a_1^{+}a_1|n_{\mathrm{R}}\rangle=\dfrac{n_{\mathrm{R}}}{2}$. 以同样的方法，我们还可以得到

$$\begin{aligned}a_2|n_{\mathrm{R}}\rangle&=\mathrm{i}\sqrt{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}|n_{\mathrm{R}}-1\rangle,\\ \langle n_{\mathrm{R}}|a_2^{+}&=-\mathrm{i}\sqrt{\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}}\langle n_{\mathrm{R}}-1|,\\ \langle n_{\mathrm{R}}|a_2^{+}a_2|n_{\mathrm{R}}&=\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}.\end{aligned} \tag{20}$$

因此，E_1 场和 E_2 场的属于右偏振光的非绝热非循回几何相位分别为

$$\begin{aligned}\phi_{\mathrm{R}}^{(1)}(t)&=\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')[1-\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'\right\},\\ \phi_{\mathrm{R}}^{(2)}(t)&=\frac{n_{\mathrm{R}}}{2}\left\{\int_0^t\dot{\gamma}(t')[1+\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'\right\},\end{aligned} \tag{21}$$

它们之和为

$$\begin{aligned}\phi_{\mathrm{R}}(t)&=\phi_{\mathrm{R}}^{(1)}(t)+\phi_{\mathrm{R}}^{(2)}(t)\\&=n_{\mathrm{R}}\int_0^t\dot{\gamma}(t')\mathrm{d}t',\end{aligned} \tag{22}$$

显然它与光子波函数演化路径(在 k 空间)所张立体角的(半)锥角 $\lambda(t)$ 无关.

以同样的方式可以得到

$$a_1|n_L\rangle = \sqrt{\frac{n_L}{2}}|n_L-1\rangle,$$

$$\langle n_L|a_1^\dagger = \sqrt{\frac{n_L}{2}}|n_L-1|,$$

$$\langle n_L|a_1^\dagger a_1|n_L\rangle = \frac{n_L}{2} \tag{23}$$

和

$$a_2|n_L\rangle = -\mathrm{i}\sqrt{\frac{n_L}{2}}|n_L-1\rangle,$$

$$\langle n_L|a_2^\dagger = \mathrm{i}\sqrt{\frac{n_L}{2}}|n_L-1|,$$

$$\langle n_L|a_2^\dagger a_2|n_L\rangle = \frac{n_L}{2}. \tag{24}$$

因此 E_1 场和 E_2 场的属于左偏振光的非绝热非循回几何相位分别为

$$\phi_L^{(1)}(t) = -\frac{n_L}{2}\left\{\int_0^t \dot{\gamma}(t')[1-\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'\right\},$$

$$\phi_L^{(2)}(t) = -\frac{n_L}{2}\left\{\int_0^t \dot{\gamma}(t')[1+\cos\lambda(t')]\mathrm{d}t'\right\}, \tag{25}$$

它们之和为

$$\phi_L(t) = \phi_L^{(1)}(t) + \phi_L^{(2)}(t) = -n_L\int_0^t \dot{\gamma}(t')\mathrm{d}t', \tag{26}$$

显然它也与光子波函数演化路径所张立体角的(半)锥角 $\lambda(t)$ 无关. 这样,我们得到的极化光子总相位为

$$\phi_{\mathrm{tot}}^{(g)}(t) = \phi_R(t) + \phi_L(t) = (n_R - n_L)\int_0^t \dot{\gamma}(t')\mathrm{d}t', \tag{27}$$

它与(13)式不相同.(13)式所表示的几何相位依赖于光子波函数演化路径所张立体角的(半)锥角 $\lambda(t)$.

以上证明了在双轴各向异性负材料光纤中光子波函数存在与演化路径锥角无关的几何相位. 我们知道波函数的动力学相位与量子系统能量、频率、速度等动力学物理量有关,而几何相位则体现量子系统演化路径的几何与拓扑性质,因此往往与演化路径所张立体角(及锥角)直接相关. 在本例中,光子几何相位却不依赖于光子波函数演化路径所张立体角(及锥角),这是一个有趣的量子物理效应. 这一效应是由于正负光学常数对几何相位的贡献自动相消所致.

5. 结　论

负折射系数材料是三年来在材料科学、固体物理、应用电磁学甚至信息领域内相当热门的新型人工复合超材料[5—10,33]. 在实验上各向异性材料比各向同性材料更加容易获得[13],可是理论上大多限于对各向同性材料的研究,而且所用手段主要是经典光学. 本文则是用量子光学来研究各向异性负材料中的光传播特殊性质,证明了一个与过去几何相位特征明显不同的新效应,即在双轴各向异性负材料光纤中存在与光子波函数演化路径所张立体角之锥角无关的光子几何相位. 尽管这一相位隐去了其拓扑特征,但是它在本质上仍旧属于几何相位(而非动力学相位),因为该相位表达式中剩下的量(如光子在螺旋光纤中传播的进动角频率)仍旧是一个几何量(它可以用螺旋光纤曲率半径与螺距表示),而非光子的动力学物理量. 本文提供的方法也有助于研究一般各向异性新型人工电磁介质(具有复杂的介电张量与磁导率张量)[34—36]中光传播所展现的新型量子力学与光学效应.

[1] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059

[2] Zhuang F, Wu L and He S L 2002 *Acta Sin. Phys.* **51** 2865 (in Chinese) [庄　飞、吴　良、何赛灵 2002 物理学报 **51** 2865]

[3] Li K and Pan W Y 2002 *Chin. Phys.* **11** 1245

[4] Harris S E 1997 *Phys. Today* **50**(7) 36

[5] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509

[6] Klimov V V 2002 *Opt. Comm.* **211** 183

[7] Smith D R *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184

[8] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J and Stewart W J 1998 *J. Phys. Condens. Matter* **10** 4785

[9] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J and Stewart W J 1999 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47** 2075

[10] Shen J Q 2003 *Phys. Scr.* **68** 87

[11] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966

[12] Shen J Q and Zhuang F 2003 *Acta Sin. Quant. Opt.* **9** 131 (in Chinese) [沈建其、庄　飞 2003 量子光学学报 **9** 131]

[13] Hu L B and Chui S T 2002 *Phys. Rev.* B **66** 085108

[14] Berry M V 1984 *Proc. Roy. Soc. London, Ser.* A **392** 45

[15] Aharonov Y and Anandan J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1593

[16] Furtado C and Bezerra V B 2000 *Phys. Rev.* D **62** 045003

[17] Shen J Q, Zhu H Y, Shi S L and Li J 2002 *Phys. Scr.* **65** 465

[18] Wu Y S and Kuppermann A 1993 *Chem. Phys. Lett.* **201** 178

[19] Zhu S L and Wang Z D 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 097902

[20] Wang X B and Keiji M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 097901

[21] Shen J Q, Xiao S S and Wu Q 2003 *Chin. Opt. Lett.* **1** 183

[22] Chiao R Y and Wu Y S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 933

[23] Tomita A and Chiao R Y 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 937

[24] Kwiat P G and Chiao R Y 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 588

[25] Ross J N 1984 *Opt. Quant. Elec.* **16** 455

[26] Lewis H R and Riesenfeld W B 1969 *J. Math. Phys.* **10** 1458

[27] Gao X. C, Xu J B and Qian T Z 1991 *Phys. Rev.* A **44** 7016

[28] Shen J Q, Zhu H Y and Shi S L 2002 *Acta Sin. Phys.* **51** 536 (in Chinese) [沈建其、朱红毅、施申蕾 2002 物理学报 **51** 536]

[29] Shen J Q and Ma L H 2003 *Phys. Lett.* A **308** 355

[30] Bjorken J D and Drell S D 1965 *Relativistic Quantum Fields* (McGraw-Hill Company, New York 1965) Chap. 14

[31] Bjorken J D and Drell S D 1965 *Relativistic Quantum Fields* (McGraw-Hill Company, New York 1965) Chap. 15

[32] Gao X C 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 613

[33] Shen J Q and Zhuang F 2004 *Acta Sin. Phys.* **53** 2000 (in Chinese) [沈建其、庄 飞 2004 物理学报 **53** 2000]

[34] Shen W M, Jin Y X and Shao Z X 2003 *Acta Sin. Phys.* **52** 3049 (in Chinese) [沈为民、金永兴、邵中兴 2003 物理学报 **52** 3049]

[35] Sun L Q, Wang J, Hong T and Tian Q 2002 *Chin. Phys.* **11** 1022

[36] Shen J Q 2003 *Wave Propagation in Generalized Gyrotropic Media* (arXiv: cond-mat/0305414)

Investigation of photon geometric phases inside a curved fiber made of biaxially anisotropic left-handed media*

Zhuang Fei[1] Shen Jian-Qi[2)3)]

1) (*Department of Physics, Institute of Condensed Matter Physics, Hangzhou Teacher's College, Hangzhou* 310012, *China*)

2) (*Zhejiang Institute of Modern Physics and Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou* 310027, *China*)

3) (*Centre for Optical & Electromagnetic Research* (*COER*), *Zhejiang University, Hangzhou* 310027, *China*)

(Received 27 April 2004; revised manuscript received 22 June 2004)

Abstract

The novel optical properties of wave propagation and the special feature of photon geometric phases inside a noncoplanarly curved fiber made of biaxially anisotropic left-handed media are considered in this paper. In general, the photon geometric phases is inevitably dependent on the solid angle subtended by the curve along which the photon moves, which presents the topological and global property of time evolution of photon wavefunctions. It is, however, shown that inside a biaxially anisotropic left-handed fiber the photon geometric phases will be independent of the cone angle, since the contributions of negative and positive refractive indices to the geometric phases of circularly polarized photons have been cancelled each other. In addition, we discuss briefly the properties of the quantum-vacuum geometric phases resulting from the quantum vacuum fluctuation, and the probability of the detection of such a vacuum effect in experiments.

Keywords: anisotropy, negative refractive index materials, geometric phases, optical fiber

PACC: 7820, 4120, 4225

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90101024) and Education-Research Conveyance Project of Education Department Zhejiang Province, China (Grant No.0424XP15).