

# 用阶跃有效折射率模型研究光子晶体 光纤色散特性\*

张德生 董孝义 张伟刚 王志

(南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

(2004 年 7 月 9 日收到, 2004 年 8 月 16 日收到修改稿)

在采用阶跃有效折射率模型研究光子晶体光纤的可行性方面, 提出了将普通单模光纤、色散位移光纤、色散平坦光纤作为一定极限条件下的折射率引导型光子晶体光纤特例的观点. 通过编程计算, 并与文献报道的实验数据对比, 表明应用本模型可以揭示光子晶体光纤所具有的奇异的色散机理. 特别是应用本模型具有更快的计算速度. 还用本模型分析了空气孔直径、周期及芯径对色散特性的影响.

关键词: 折射率引导型光子晶体光纤, 阶跃有效折射率模型, 色散

PACC: 4280M, 4281D, 4281F, 7820B

## 1. 引 言

随着对光信号传输的要求而出现的光纤已经实现了对光子传输路径的控制. 文献 [1, 2] 报道, 1987 年和 1992 年提出了光子晶体和光子晶体光纤的概念, 并在 1996 年完成了第一个光子晶体光纤实验样品的研制. 当前有关光子晶体光纤的分析理论、研制和应用的研究, 都已得到一定的进展, 展现出对光子运动控制的更加诱人的前景<sup>[3, 4]</sup>.

一种折射率引导型光子晶体光纤的结构如图 1 所示<sup>[5]</sup>. 根据光子晶体光纤的有效折射率公式<sup>[6]</sup>, 编程绘制的光子晶体光纤的有效折射率与波长的关系如图 2 所示. 图 2 各曲线表示空气孔直径变化从  $d = 0$  到  $d = 2.5\mu\text{m}$ , 变化步长为  $0.05\mu\text{m}$ , 以及空气孔周期  $\Lambda$  为  $2.5\mu\text{m}$  时, 波长从  $0.3$  到  $3.8\mu\text{m}$  的有效折射率与波长的关系. 图 2  $d = 0\mu\text{m}$  的曲线即是熔融硅的色散曲线,  $d = 1.75\mu\text{m}$  的粗实线表示空气孔直径为  $1.75\mu\text{m}$  时包层有效折射率的色散曲线. 不难看出, 不同波长所对应的光子晶体光纤可以看作理想阶跃折射率光纤. 显然在  $\Lambda = 0\mu\text{m}$  的极限条件时, 简单的特例是此时的折射率引导型光子晶体光纤成为空气包层的熔融硅棒光纤. 由此理想阶跃折射率光纤也可以归入光子晶体光纤的范畴. 进一步分析

普通单模光纤系列中的色散位移光纤和色散平坦光纤, 其中双包层 W 型和三包层的折射率分布可以看作是光纤截面内圆周方向  $\Lambda = 0\mu\text{m}$  的极限条件时光子晶体光纤的特例. 实际上由此也可以看到光子晶体光纤色散平坦特性已具有的实验基础.

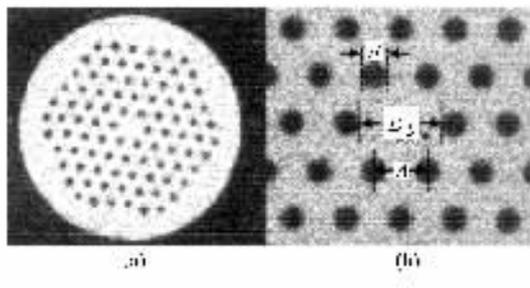


图 1 一种折射率引导型光子晶体光纤的结构

由此不难认定采用分析理想阶跃折射率光纤的方法, 分析折射率引导型光子晶体光纤是一种可行的方案, 并且编程分析, 已经得到了比较满意的结果.

通过对普通阶跃折射率光纤的折射率分布与光子晶体光纤的折射率分布的比较, 还可以发现, 与常规阶跃折射率分布光纤相比, 光子晶体光纤是一种更接近理想阶跃折射率模型的光纤, 理论值与实测数据应该具有更好的一致性. 这是由于光子晶体光纤芯的折射率分布在具有理想阶跃的同时, 不存在

\* 国家重点基础研究发展规划项目(批准号 2003CB314906)、国家技术研究发展计划(批准号 2002AA313110)及南开大学科技创新基金资助的课题.

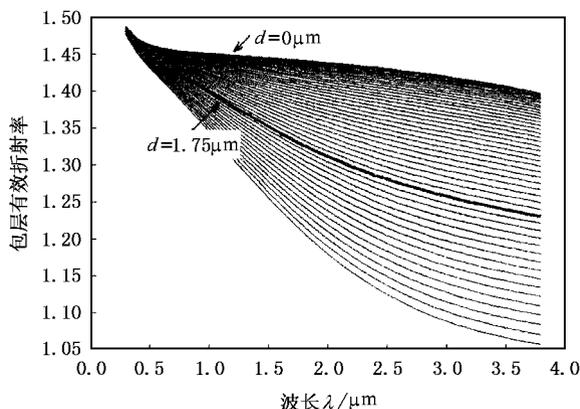


图2 光子晶体光纤有效折射率与波长的关系

中心折射率凹陷等,因此理论分析将更具指导意义. 本文将以此阶跃有效折射率模型的建立和应用结果为中心,对该模型进行论述.

## 2. 光子晶体光纤理论分析

对光子晶体光纤的分析似乎还没有令人满意的数值模型,但如何可靠、精确地预测光子晶体光纤的特性,是光子晶体光纤技术成功发展的一个前提.

有效折射率模型最初是由 Birks 等人提出,将光子晶体光纤粗略等效为阶跃折射率光纤,而忽视了光子晶体光纤截面的复杂折射率分布,虽然也能给出一些光子晶体光纤的深层运行规律,但不能精确预测光子晶体光纤的模式特性如色散、偏振<sup>[7-9]</sup>. 因为这些特性依赖于空气孔的分布和大小,还有一种通过修改边界条件得到的有效折射率模型<sup>[10]</sup>. 在这些模型中不能精确预测光子晶体光纤模式特性的主要原因是没有考虑对应不同波长应动态求解模式方程和采用完全色散公式进行计算.

其他的分析方法包括 Silvertre 等人提出的全矢量法<sup>[11]</sup>、Mogilevtsev 等人提出的电场分解为具有局域性的厄米-高斯函数,波动方程化为本征值方程的特征值求解法、Monro 等人提出的将电场和中间折射率缺陷都分解为厄米-高斯函数,而将空气孔网格由周期性余弦函数表示的一种混合方法<sup>[9]</sup>,以及时域有限差分法<sup>[12]</sup>. 它们的特点是针对不同的折射率分布,求解电磁场的数值模型. 求解的过程可以分解为折射率分布特性和对应的电磁场分布特性两部分内容,显然不同于阶跃有效折射率模型. 阶跃有效折射率模型是在明确有效折射率分布特性的条件下,

仅求解电磁场的分布特性,因此阶跃有效折射率模型能够具有较快的速度. 还应强调的是,对于理想阶跃折射率分布光纤的模式方程,以及色散公式的数值求解计算,已不存在理论的问题,因此阶跃有效折射率模型分析光子晶体光纤色散特性的中心问题,仅仅是得到如塞尔梅耶多项式一样的空气孔材料的色散特性公式.

## 3. 阶跃有效折射率模型的建立

考虑以上分析,可以建立光子晶体光纤中的阶跃有效折射率模型如下.

1) 在光子晶体光纤中不采用弱波导近似,因此模式方程的数值求解和色散计算不采用弱波导近似方程和公式,色散计算公式应使用完全色散公式.

2) 考虑光子晶体光纤芯包层材料不同的色散特性,数值求解模式方程和计算色散时对应不同的波长,芯包层的折射率取值应相应改变.

3) 建立以空气孔周期材料的参数为自变量的有效折射率的色散特性公式.

4) 光纤芯径的取值应考虑空气孔直径和空气孔周期间隔及不同波长时的相关性.

## 4. 用阶跃有效折射率模型求解光子晶体光纤的色散特性

理想阶跃折射率光纤的  $HE_{y,\mu}$ ,  $EH_{y,\mu}$  模式特征方程的详细推导可参考文献 [13]. 从文献 [14] 对阶跃折射率光纤的完全色散公式可以看到单模光纤中完全色散由三部分组成,  $D_1 = D_m + D_w + D_\Delta$ . 分别对应材料色散、波导色散和相对折射率差色散. 本文忽略相对折射率差色散,只考虑材料色散和波导色散. 简化后,  $D_1 = D_m + D_w$ .

为验证用于分析阶跃有效折射率模型和所编程序对光子晶体光纤色散分析的有效性,首先编程计算了理想阶跃折射率光纤 G652 的色散特性. 文献 [15] 有较为详细的分析. 分析结果与 G652 光纤实测数据的对比表明具有很好的一致性. 在采用阶跃有效折射率模型计算光子晶体光纤的色散特性时,首先代入熔融硅和包层的有效折射率数值,求解得到模式方程的模式根,然后由完全色散公式计算对应的色散值. 计算过程中光纤芯径的取值按公式  $a = \Lambda - d/4$  计算.

## 5. 实验对比

### 5.1. 本文数据与文献 16 ]的结果对比

文献 16 ]报道了光子晶体光纤结构参数在  $\Lambda$  为 4.4, 2.5 和 1.8  $\mu\text{m}$ ,  $d$  为 3.52, 1.75 和 1.53  $\mu\text{m}$  时, 测量得到的零色散点为 1050, 860 和 815 nm, 并且给出了 700—900 nm 区间测量结果的拟合曲线. 本文得到的零色散点为 1078, 913 和 817 nm. 与文献 16 ]的数据对比结果如图 3 所示.

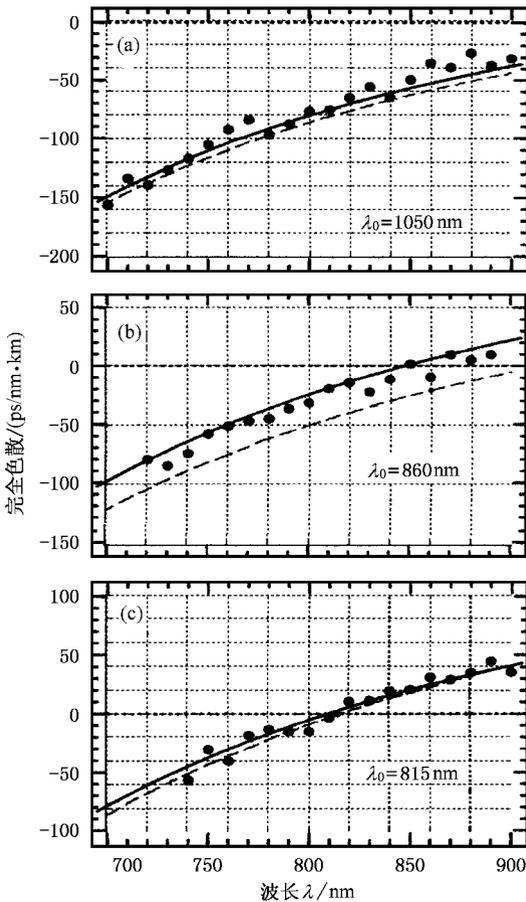


图 3 文献 16 ]的数据与本文计算结果的对比. 圆点和实线为文献 16 ]的测量值和拟合曲线, 虚线为本文的计算结果

### 5.2. 本文数据与文献 17 ]的结果对比

文献 17 ]测量了光子晶体光纤具有相同的归一化空气孔直径  $d/\Lambda = 0.8$ ,  $\Lambda = 1, 1.75$  和 2  $\mu\text{m}$  时的色度色散. 如图 4 中粗线条所示, 零色散点分别为 670, 740 和 850 nm. 本文的计算结果如图 4 中细线条所示, 零色散点分别为 642, 804 和 848 nm. 图 4 中右

下角的粗实线为熔凝硅的色散曲线. 本文结果与文献 17 ]的完全重合. 在其上的  $\Lambda = 2 \mu\text{m}$  的粗细两条点线较好地重合在一起.  $\Lambda = 1$  和 1.75  $\mu\text{m}$  的本文结果与文献 17 ]有一定差距. 但在本文中通过修改  $\Lambda$  值, 由 1  $\mu\text{m}$  改为 1.115  $\mu\text{m}$  和由 1.75  $\mu\text{m}$  改为 1.425  $\mu\text{m}$  时, 本文的计算结果与文献 17 ]的曲线有较好的一致性. 这一现象也许可以用存在空气孔参数的测量误差或结构的不均匀性来解释.

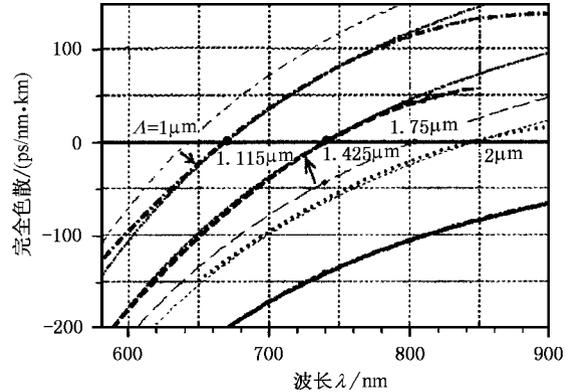


图 4 文献 17 ]的数据与本文计算结果的对比

### 5.3. 本文数据与文献 18 ]的结果对比

文献 18 ]测量了光子晶体光纤具有  $d = 0.4, 0.62, 1.24$  和 1.1  $\mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 0.8, 1.0, 1.58$  和 1.85  $\mu\text{m}$  时的色度色散. 零色散点分别为 700, 660, 740 和 840 nm. 本文计算结果对应的色散曲线如图 5 所示. 图 5 曲线 a, b, c, d 分别对应  $d = 0.4, 0.62, 1.24$  和 1.1  $\mu\text{m}$  时的计算结果, 方块对应文献报道的零色散点测量结果, 圆点表示本文计算得到的零色散点结果, 分别为 587, 641, 773 和 817 nm. 本文  $d = 0.4 \mu\text{m}$  的零色散点为 587 nm 的结果与文献 18 ]700 nm 偏差较大, 初步分析有可能是文献 18 ]的笔误. 其余的偏差可以适当调整空气孔的参数后得到较好的一致.

### 5.4. 本文数据与文献 19 ]的结果对比

文献 [19] 测量了光子晶体光纤具有  $d = 0.54 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 2.34 \mu\text{m}$  时的色度色散, 得到了在波长为 1.42—1.62  $\mu\text{m}$  范围色散值为  $0.5 \pm 0.07 \text{ps/nm.km}$  的结果. 表现出光子晶体光纤的色散平坦特性. 图 6 为文献 19 ]数据曲线. 本文的计算结果如图 7 所示, 在波长为 1.55  $\mu\text{m}$  时  $D_1 = -11.0072 \text{ps/nm.km}$ . 结果的偏差, 表现出光子晶体光纤对结构参数和有效折射率精确度的严格要求. 通过对光纤参数不同方式

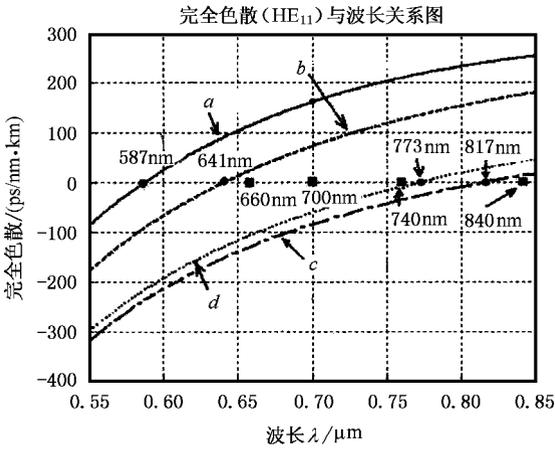


图 5 文献 [18] 的数据与本文计算结果的对比

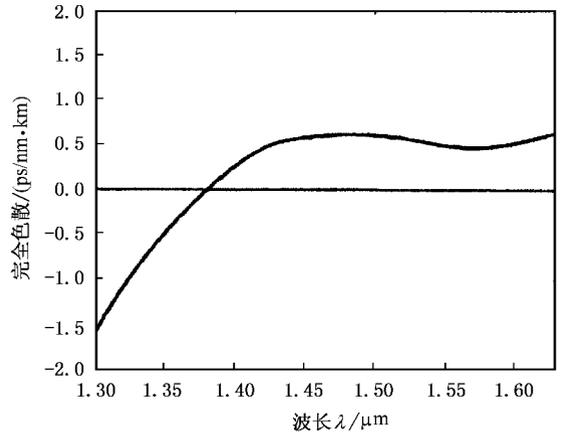


图 6 文献 [19]  $d = 0.54\mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 2.34\mu\text{m}$  时色散平坦光子晶体光纤数据

的修改,得到色度色散的曲线如图 8 所示.图 8 对应文献[19]的光子晶体光纤结构参数,保持  $\Lambda = 2.34\mu\text{m}$  不变,改变  $d = 0.54\mu\text{m}$  分别为  $d = 0.870\mu\text{m}$  和  $d = 0.855\mu\text{m}$  时,得到波长为  $1.55\mu\text{m}$  时的  $D_1 = 0.6864\text{ps/nm}\cdot\text{km}$  和  $D_1 = 0.0024\text{ps/nm}\cdot\text{km}$ ,图中对应曲线  $a, b$ .当  $d = 0.60\mu\text{m}$  不变,分别计算  $\Lambda = 2.72\mu\text{m}$  和  $\Lambda = 2.70\mu\text{m}$  时,得到波长为  $1.55\mu\text{m}$  时的  $D_1 = 0.5521\text{ps/nm}\cdot\text{km}$  和  $D_1 = 0.1073\text{ps/nm}\cdot\text{km}$ ,图中对应曲线  $c, d$ .进一步计算还可得到,在只改变图 8 中  $d = 0.6\mu\text{m}$ , $\Lambda = 2.72\mu\text{m}$  所示光子晶体光纤芯径参数  $a$  时, $a$  减小  $0.15\mu\text{m}$  将使  $1650\text{nm}$  色度色散由  $3.72$  变为  $0.55\text{ps/nm}\cdot\text{km}$ ;  $a$  增大  $0.23\mu\text{m}$  将使  $1450\text{nm}$  的色度色散由  $-3.37$  变为  $0.53\text{ps/nm}\cdot\text{km}$ .可见光纤芯径的变化对色度色散平坦特性的影响十分敏感,也许这会成为实现光子晶体光纤色散平坦特性的主要障碍.

### 6. 光子晶体光纤的色度色散与光纤参数的关系

采用在 5.4 节文献 [19] 相同的光纤参数,即  $d = 0.54\mu\text{m}$ , $\Lambda = 2.34\mu\text{m}$ ,分析光子晶体光纤的色度色散与光纤参数的关系.本文计算的不同参数的结果如图 9 所示.曲线  $a$  表示  $d = 0.54\mu\text{m}$ , $\Lambda = 2.34\mu\text{m}$  的色度色散曲线,曲线  $a_1, a_2$  表示光纤芯径为  $2.405$  和  $2.005\mu\text{m}$  时的结果,曲线  $L_1, L_2$  表示  $\Lambda$  为  $2.54$  和  $2.14\mu\text{m}$  时的结果,曲线  $d_1, d_2$  表示  $d$  为  $0.34$  和  $0.74\mu\text{m}$  时的结果.从曲线  $a_1, a_2$  可以看到光纤芯径对色度色散的影响,芯径的增大,使得色度色散同时

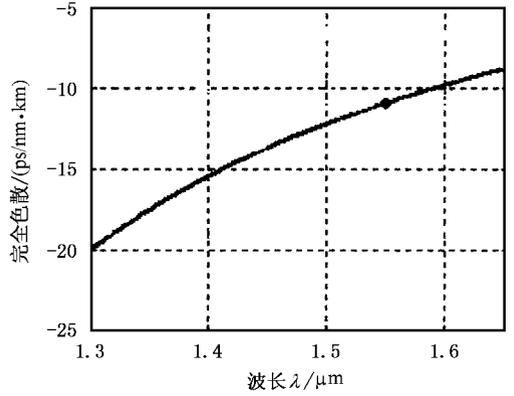


图 7 与文献 [19] 结构参数相同时的本文计算结果

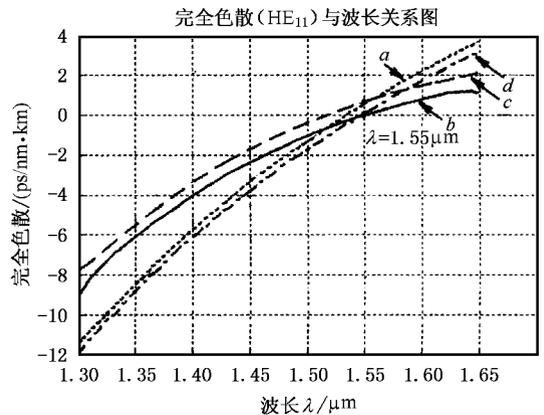


图 8 改变文献 [19] 光子晶体光纤参数时本文对应的计算结果

增大,而且在一定的波长范围内增大的比例近似相同.考虑实际光子晶体光纤的情况,光纤芯径的取值在本文中按公式  $a = \Lambda - d/4$  计算,因此  $\Lambda$  的变化

同时造成芯径  $a$  的变化,变化的结果更多地反映了光纤芯径的变化.但是,  $\Delta$  的变化对色度色散的影响,可以从两对曲线  $a_1$  和  $L_1$  与  $a_2$  和  $L_2$  的表示中发现.可见此时其单独对色度色散的实际影响较弱.  $d$  的变化同样会造成光纤芯径的变化.图 9 中  $d_1$ ,  $d_2$  曲线表明,  $d$  的变化更多地表现在相对折射率差的变化,而且不同波长下的作用不同.图 9 中曲线  $a$ ,  $d_1$  和  $d_2$  在波长为  $1.55\mu\text{m}$  时对应的相对折射率差分别为  $0.799\%$ ,  $0.315\%$  和  $1.45\%$ .需要注意的是,这里所取  $d$  的相对变化较其他参数要大许多.

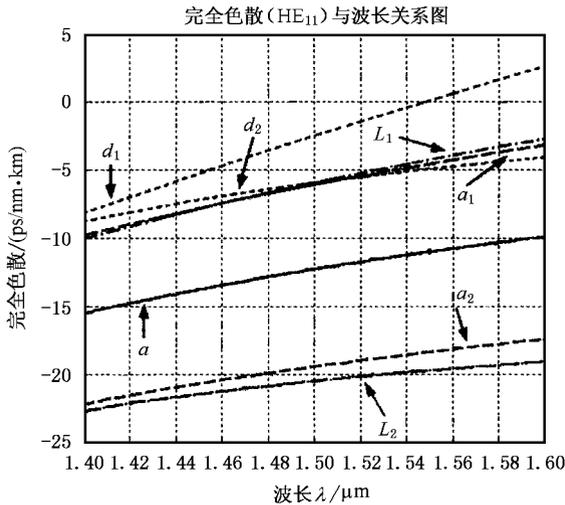


图 9 光子晶体光纤的色度色散与光纤参数的关系

## 7. 空气孔直径对光子晶体光纤色散特性的影响

以 5.4 节文献 [19] 相同的光纤参数为参考,即  $d = 0.54\mu\text{m}$ ,  $\Delta = 2.34\mu\text{m}$ , 分析光子晶体光纤的色度色散与空气孔直径的关系.增大减小  $d$  为  $0.15$ ,  $0.25$ ,  $0.34$ ,  $0.44$ ,  $0.54$ ,  $0.64$ ,  $0.74$ ,  $0.84\mu\text{m}$ , 分别计算光子晶体光纤的色度色散.结果如图 10 所示.图 10 依次对应  $d$  的曲线为  $a, b, c, d, e, f, g, h$ , 曲线  $D_m$  表示熔凝硅材料色散.从图 10 可以看出空气孔直径

对色度色散的影响与光波长有关.但图 10 最有意义的是表明了,在空气孔直径趋于零时,得到的色度色散逐渐趋于熔凝硅的材料色散,从中可以看到本方法具有一定的自洽性.

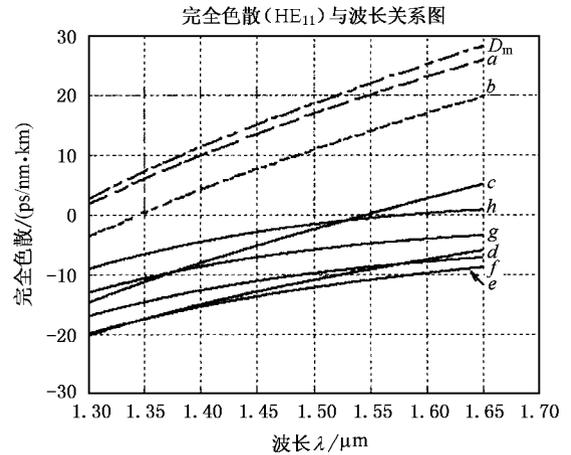


图 10 光子晶体光纤的色度色散与空气孔直径的关系

## 8. 结 论

1. 与常规阶跃折射率光纤相比,光子晶体光纤是一种更接近理想阶跃折射率模型的光纤,理论值与实测数据应该具有更好的一致性.理论值更具指导意义.

2. 采用阶跃有效折射率模型,进行光子晶体光纤色散特性分析,需要解决的主要问题是得到如塞尔梅耶多项式一样的空气孔周期材料的色散特性表达式.采用本模型和文献报道的有效折射率公式与实验数据的对比,得到了较好的一致性和自洽性.

3. 具有色散位移和色散平坦特性的 W 型、三包层、多包层折射率分布的光纤,是光子晶体光纤的一种简约模式,分析表明,它是折射率引导型光子晶体光纤的一种特例,阶跃有效折射率模型同样可以适用.理想阶跃折射率光纤也可以看作是折射率引导型光子晶体光纤的一种特例.

[1] Chi H., Zeng Q. J. and Jiang C. 2002 *J. Optoelectron. · Laser* **13** 534 (in Chinese) [池 灏、曾庆济、姜 淳 2002 光电子·激光 **13** 534]

[2] Guan Y. L., Gong Y. D., Tang S. C., Jiang Z. A. and Jian S. S. 2001 *J. Optoelectron. · Laser* **12** 318 (in Chinese) [关雅莉、龚岩栋、汤树成、江中澳、简水生 2001 光电子·激光 **12** 318]

- [ 3 ] Guan T L 2002 *Laser Optoelectron. Prog.* **39** 28 ( in Chinese ) [ 关铁梁 2002 激光与光电子学进展 **39** 28 ]
- [ 4 ] Wang Q Y and Su Y F 2002 *Laser Optoelectron. Prog.* **39** 68 ( in Chinese ) [ 王清月、粟岩峰 2002 激光与光电子学进展 **39** 68 ]
- [ 5 ] Nielsen M D , Petersson A , Jacobsen C , Simonsen H R , Vienne G and Bjarklev A 2002 [www.crystal-fibre.com/technology](http://www.crystal-fibre.com/technology)
- [ 6 ] Mortensen N A and Nielsen M D 2003 *Opt. Lett.* **28** 393
- [ 7 ] Birks T A *et al* 1999 *Opt. Fiber Commun. Conf.* OFC **4** 114
- [ 8 ] Cucinotta A , Selleri S , Vincetti L and Zoboli M 2002 *Opt. Fiber Commun. Conf.* OFC **1** 521
- [ 9 ] Monro T M and Richardson D J 1999 *J. Lightwave Technol.* **17** 1093
- [ 10 ] Chi H *et al* 2003 *J. Infrared Millim. Waves* **22** 149
- [ 11 ] Ferrando A and Silvertre E 1999 *Opt. Lett.* **24** 276
- [ 12 ] Zhu Y J *et al* 2003 *Acta Opt. Sin.* **23** 565 ( in Chinese ) [ 朱燕杰等 2003 光学学报 **23** 565 ]
- [ 13 ] Zhu S G and Fu K X 1992 *Fiber Optics* 68 ( Chengdu :Sichuan University Press ) ( in Chinese ) [ 朱世国、付克祥 1992 纤维光学 ( 成都 :四川大学出版社 ) ]
- [ 14 ] Zhao Z S 1994 *The Principle of Communications System of the Single Mode Optical Fiber* ( Beijing : Post & Telecom Press ) p51 ( in Chinese ) [ 赵梓森 1994 单模光纤通信系统原理 ( 北京 : 人民邮电出版社 ) 第 51 页 ]
- [ 15 ] Zhang D S and Dong X Y 2004 *Thesis for Master Degree* Nankai University ( in Chinese ) [ 张德生、董孝义 2004 硕士学位论文 ( 南开大学 ) ]
- [ 16 ] Ouxounov D and Homoelle D 2001 *Opt. Commun.* **192** 219
- [ 17 ] Wadsworth W J and Knight J C 2004 [www.bath.ac.uk](http://www.bath.ac.uk)
- [ 18 ] Knight J C *et al* 2000 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 807
- [ 19 ] Reeves W , Knight J and Russell P 2003 *Opt. Fiber Commun. Conf.* OFC **2** 696

## Studies on the dispersion in phontronic crystal fiber using the step effective index model<sup>\*</sup>

Zhang De Sheng Dong Xiao Yi Zhang Wei Gang Wang Zhi

( *Institute of Modern Optics , Nankai University ,Tianjin 300071 , China* )

( Received 9 July 2004 ; revised manuscript received 16 August 2004 )

### Abstract

As a precondition , it was presented that the single-mode optical fiber , the dispersion-shift optical fiber and the dispersion-flatten optical fiber can be regarded as the special examples of the index-guiding photonic crystal fiber ( PCF ) under a determinate condition , when the new step effective index model ( SEIM ) was used to discuss the chromatic dispersion properties of PCF . The result compared with the experimental data reported in the literature indicated that such a SEIM can be used to uncover more interesting dispersion regimes in PCFs . In particular , the speed of calculation by using the SEIM is very quick . Finally , the dispersion characteristics of the PCF with different air hole diameter  $d$  , air hole pitch  $\Lambda$  and the core radius  $a$  were also discussed .

**Keywords :** index-guiding photonic crystal fiber ( PCF ) , step effective index model ( SEIM ) , chromatic dispersion

**PACC :** 4280M , 4281D , 4281F , 7820B

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2003CB314906 ) , the National High Technology Development Program of China ( Grant No. 2002AA313110 ) , and the Science and Technology Innovation Foundation of Nankai University , China .