第 54 卷 第 5 期 2005 年 5 月
1000-3290/2005/54(05)/1977-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54, No.5, May, 2005

动态广义球对称含荷黑洞的量子熵*

刘成周†

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

(滨州学院物理系, 滨州 256600)

(2003 年 10 月 13 日收到; 2004 年 9 月 1 日收到修改稿)

计算了广义球对称含荷黑洞视界上标量场的量子态数和自由能, 得到了黑洞熵与视界面积成正比的结论, 表明黑洞熵就是其视界上的量子态的熵. 考虑广义不确定原理对黑洞熵的影响, 采用二维膜模型, 克服了 brick-wall 模型中的发散困难, 计算中无须任何截断, 且 brick-wall 模型中的小质量近似也可以避免. 对视界外二维膜上的量子场的熵做了级数展开讨论, 得到了一些值得探讨的结论.

关键词: 广义不确定原理, 黑洞熵, 视界, 截断

PACC: 0420, 0470

Hawking 发现了黑洞的热辐射[1], 证实了 Bekenstein 提出的黑洞具有与视界面积成正比的熵的猜想[2]. 此后, 关于黑洞熵的研究有许多进展[3—22]. 黑洞熵的起源有多种解释, 如热气体方法[3]、纠缠熵方法[4]、欧氏量子引力方法[5]、弦理论方法[6]、量子几何理论方法[7]. 热气体方法由' tHooft 提出[3], 该方法把黑洞熵解释为视界外量子场的统计熵. 由于发散困难, ' tHooft 设定在视界附近和距视界远距离处量子态消失, 从而引入了紫外截断和红外截断. brick-wall 模型[3] 的结果由三项组成: 第一部分是起源于引力场的与视界面积成正比的几何熵; 第二部分是对数发散的黑洞熵的量子修正; 第三部分是来自远距离处的真空场的贡献. 在 brick-wall 模型中, 第二和第三部分被忽略了, 从而得到了黑洞熵与视界面积成正比的结论. 这里, 截断的引入和结果中后两项的舍掉均是不自然的. 研究发现[9], 对 brick-wall 模型中的 Benkenstein-Hawking 熵给出贡献的主要是视界附近一薄层内的量子态, 进而提出了薄膜模型[10—12]. 薄膜模型通过计算视界附近一薄层内的量子态直接得到了 Benkenstein-Hawking 熵, 没有多余项的人为舍去和红外截断的引入, 且可以应用于各种动态黑洞, 但紫外截断仍无法避免. 薄膜模型可简化为二维膜模型[13], 从而通过计算视界附近一二维膜上的量子态的统计熵得到 Benkensetin-Hawking 熵. 由于视界上态密度的发散, 该二维膜不能放在视界上.

研究表明[23—25], 引力会使系统的不确定度增加. 在量子引力系统中, 海森堡不确定原理应由广义不确定原理取代. 广义不确定原理给出的广义坐标–动量不确定关系为

$$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{1}{2}\left[\hbar+\frac{\lambda}{\hbar}(\Delta p)^2\right]. \tag{1}$$

这里, $\lambda \sim G$ 是表征引力对海森堡不确定原理的修正常数, 该常数具有普朗克面积 l_p^2 的量级. 文献[26]把广义不确定原理引入黑洞热力学. 文献[27]表明, 考虑广义不确定原理对态密度的影响, 可以避免薄膜模型中的紫外截断. 文献[27—29]通过计算静态黑洞时空中被 brick-wall 模型和薄膜模型忽略掉的视界附近一薄层内的量子态数, 均定性得到了黑洞的 Bekenstein-Hawking 熵. 本文把广义不确定原理引入动态黑洞熵的膜模型中, 计算了广义球对称含荷黑洞视界这一零超曲面上的量子统计熵, 得到了黑洞熵与视界面积成正比的结论. 这里, 由于积分困难, 本文得到的是该比例系数的上限值, 但黑洞熵与视界面积成正比的结论是定性成立的, 从而可以表明黑洞熵就是其视界上的量子态的熵, 体现黑洞熵是视界的固有属性这一性质.

* 国家自然科学基金(批准号: 10373003, 10375008)资助的课题.

† E-mail: chengzhouliubj20@163.com

依据(1)式,相空间 $\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}$ 内的量子态数目应由下式给出[25]:

$$\mathrm{d}n = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}}{(2\pi\hbar)^2(1+\lambda p^2)^2}, \tag{2}$$

而按海森堡量子不确定原理给出的量子态数目为 $\mathrm{d}n' = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}}{(2\pi\hbar)^2}$. 显然,引力压缩了量子态密度,且该压缩是能量依赖的,高频部分的压缩会特别显著.事实上,文献[27]表明,该压缩可以使静态球对称黑洞视界上的量子态密度收敛.可以相信,在动态黑洞时空中引入广义不确定原理,仍可以克服 brick-wall 模型中态密度在视界上的发散困难.这里,讨论一般动态广义球对称含荷黑洞的情况.

一般动态广义球对称含荷黑洞的时空线元为[30]

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{e}^{2\psi}(1-2M/r+Q^2/r^2)\mathrm{d}\upsilon^2 + 2\mathrm{e}^{\psi}\mathrm{d}\upsilon\mathrm{d}r + r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2). \tag{3}$$

其中 $\psi=\psi(r,\upsilon)$,υ 为超前爱丁顿坐标.$M=M(\upsilon)$,$Q=Q(\upsilon)$分别为黑洞的质量和电荷.

上式代入零曲面方程

$$g^{\mu\nu}\frac{\partial f}{\partial x^\mu}\frac{\partial f}{\partial x^\nu} = 0, \tag{4}$$

得到

$$2\mathrm{e}^{\psi}\frac{\partial f}{\partial r}\frac{\partial f}{\partial \upsilon} + \mathrm{e}^{2\psi}\left(1-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)^2 = 0. \tag{5}$$

考虑到球对称性

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial f}{\partial \varphi} = 0,$$

及 f 满足的条件

$$\frac{\partial f}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial \upsilon} + \frac{\partial f}{\partial \upsilon} = 0,$$

可得视界方程为

$$1-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}} = 0. \tag{6}$$

解上式,可得事件视界位置为

$$r_{\mathrm{h}} = \frac{M+\sqrt{M^2-(1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}})Q^2}}{1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}}}. \tag{7}$$

其中,$\dot{r}_{\mathrm{h}}=\partial r_{\mathrm{h}}/\partial\upsilon$. 显然,事件视界与外无限红移面 $r=M+\sqrt{M^2-Q^2}$ 并不重和,但这是坐标依赖的.

引入坐标变换[31]

$$R = r - r_{\mathrm{h}}, \mathrm{d}R = \mathrm{d}R - \dot{r}_{\mathrm{h}}d\upsilon, \tag{8}$$

则(3)式变为

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{e}^{2\psi}\left(1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}}-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\mathrm{d}\upsilon^2 + 2\mathrm{e}^{\psi}\mathrm{d}\upsilon\mathrm{d}R + r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2). \tag{9}$$

上式中令 $g_{\upsilon\upsilon}=0$,即可求的(4)式所示的视界位置.

令 $\mathrm{d}R=0$,据(6)式可得上述时空中三维等 R 超曲面上的诱导度规为

$$\mathrm{d}s_m^2 = -\mathrm{e}^{2\psi}\left(1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}}-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)\mathrm{d}\upsilon^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2). \tag{10}$$

该超曲面上的度规行列式和不为零的逆变度规分量为

$$g_m = -\mathrm{e}^{2\psi}\left(1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}}-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right)r^4\sin^2\theta,$$

$$g_m^{\upsilon\upsilon} = \frac{\mathrm{e}^{-2\psi}}{1-2\mathrm{e}^{-\psi}\dot{r}_{\mathrm{h}}-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}},$$

$$g_m^{\theta\theta} = r^{-2}, g_m^{\varphi\varphi} = (r\sin\theta)^{-2}. \tag{11}$$

上式代入 μ 质量标量粒子的 Klein-Gordon 方程

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\frac{\partial\phi}{\partial v^\nu}\right) = \mu^2\phi, \tag{12}$$

可得

$$-\frac{r^2}{\rho}\frac{\partial^2\phi}{\partial\upsilon^2} - \frac{1}{\sqrt{\rho}}\frac{\partial}{\partial\upsilon}\left(\frac{r^2}{\sqrt{\rho}}\right)\frac{\partial\phi}{\partial\upsilon} + \mathrm{ctg}\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta} + \frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2} - \mu^2r^2\phi = 0. \tag{13}$$

这里

$$\rho = \mathrm{e}^{2\psi}\left(1-\dot{r}_{\mathrm{h}}\mathrm{e}^{-\psi}-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}\right). \tag{14}$$

分离变量,令

$$\phi = F(\upsilon,r)Y_{lm}(\theta,\varphi), \tag{15}$$

可得超曲面上波函数的径向和横向方程为

$$\frac{r^2}{\rho}\frac{\partial^2 F}{\partial\upsilon^2} + \frac{1}{\sqrt{\rho}}\frac{\partial}{\partial\upsilon}\left(\frac{r^2}{\sqrt{\rho}}\right)\frac{\partial F}{\partial\upsilon} - L^2F = 0, \tag{16}$$

$$\mathrm{ctg}\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta} + \frac{\partial^2 Y}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2} + b^2Y = 0. \tag{17}$$

其中 L 为分离变量常数.

对(17)式采用 WKB 近似,令

$$Y = \mathrm{e}^{\mathrm{i}Z(\theta,\varphi)},$$

可得

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\theta}\left(\frac{\partial Z}{\partial\varphi}\right)^2 - L^2 = 0. \tag{18}$$

注意到广义动量的 θ,φ 分量为

$$p_\theta = \frac{\partial Z}{\partial\theta}, p_\varphi = \frac{\partial Z}{\partial\varphi}, \tag{19}$$

可得超曲面上的空间动量平方为

$$P^2 = P_i P^i = g_m^{\theta\theta} P_\theta^2 + g_m^{\varphi\varphi} P_\varphi^2 = \frac{L^2}{r^2}. \tag{20}$$

以前的工作表明[32]，对于径向波函数 F 在稳态时空中可按 $F = f(r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$ 的形式分离变量；而在动态时空中，(16)式在视界附近的渐近行为仍具有波动方程的标准形式，可对 F 作如下形式的变量分离

$$F = f(v, r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega v}. \tag{21}$$

把上式带入(16)式，可得

$$\frac{r^2}{\rho}(\ddot{f} - \omega^2 f) + \frac{\dot{f}}{\sqrt{\rho}}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{r^2}{\sqrt{\rho}}\right) + L^2 f = 0, \tag{22}$$

$$\frac{2r^2}{\rho}\dot{f} + \frac{1}{\sqrt{\rho}}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{r^2}{\sqrt{\rho}}\right)f = 0. \tag{23}$$

这里，$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial v}$. 把(22)式展开，有

$$\rho r^2(\ddot{f} - \omega^2 f) + \dot{f}\left(2\rho r\dot{r} - \frac{1}{2}r^2\dot{\rho}\right) + \rho^2 L^2 f = 0. \tag{24}$$

其中，$\dot{r} = \frac{\partial r}{\partial v}$，$\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial v}$，

由(7)式可以看出，在视界上有

$$\rho_{\mathrm{h}} = 0. \tag{25}$$

上式代入(24)式，则知视界上有

$$\frac{1}{2}\dot{f}\, r_{\mathrm{h}}^2 \frac{\partial \rho}{\partial v} = 0,$$

$$\dot{f} = 0, \tag{26}$$

$$\ddot{f} = 0, \tag{27}$$

即动态黑洞视界上的波函数具有与稳态时空中视界外的波函数一样的形式.

把(23)式代入(22)式可得

$$L^2 = \frac{r^2}{\rho}(\omega^2 + \Lambda). \tag{28}$$

其中

$$\Lambda = \frac{2\dot{f}^2}{f^2} - \frac{\ddot{f}}{f}. \tag{29}$$

注意到(26)，(27)两式，显然，视界上有下式成立：

$$\Lambda_{\mathrm{h}} = 0. \tag{30}$$

采用 $G = c = \hbar = k_{\mathrm{B}} = 1$ 的自然单位制，据(2)式且把(20)式代入，可得(2)式所示的超曲面上，相空间 $\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}p_\theta\mathrm{d}p_\varphi$ 内的量子态数目为

$$\mathrm{d}n = \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}p_\theta\mathrm{d}p_\varphi}{\left(1 + \lambda\frac{L^2}{r_{\mathrm{h}}^2}\right)^2}. \tag{31}$$

而整个超曲面上，处于与 p^2 对应的能量 ω 以下的所有量子态数目为

$$\Gamma(\omega) = \int \mathrm{d}n = \frac{1}{(2\pi)^2\left(1 + \lambda\frac{L^2}{r_{\mathrm{h}}^2}\right)^2}\int \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}p_\theta\mathrm{d}p_\varphi. \tag{32}$$

而据(20)式，知

$$p_\varphi = \pm\sqrt{L^2 - p_\theta^2}\sin\theta.$$

上式代入(32)式，有

$$\begin{aligned}\Gamma(\omega) &= \frac{2}{(2\pi)^2\left(1 + \lambda\frac{L^2}{r^2}\right)^2} \times \int \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi \int \sqrt{L^2 - p_\theta^2}\sin\theta\mathrm{d}p_\theta \\ &= \frac{L^2}{\left(1 + \lambda\frac{L^2}{r^2}\right)^2}.\end{aligned} \tag{33}$$

其中，令上式中的根号下非负即定出 p_θ 的积分上下限.

按量子统计，二维球面系统的自由能为

$$F = \frac{1}{\beta}\sum_{l,m}\ln(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega}). \tag{34}$$

进行半经典处理，把能态视为连续，用求和代替积分，则有

$$\begin{aligned}F &= \frac{1}{\beta}\int_0^\infty g(\omega)\ln(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega})\mathrm{d}\omega \\ &= \frac{1}{\beta}\int_0^\infty \ln(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega})\mathrm{d}\Gamma(\omega),\end{aligned} \tag{35}$$

分部积分，得

$$F = -\int_0^\infty \frac{\Gamma(\omega)}{\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1}\mathrm{d}\omega. \tag{36}$$

其中 $g(\omega) = \frac{\mathrm{d}\Gamma(\omega)}{\mathrm{d}\omega}$ 为态密度.

把(33)式代入上式，可得

$$F = -\int_0^\infty \frac{L^2\mathrm{d}\omega}{(\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1)\left(1 + \lambda\frac{L^2}{r^2}\right)^2}. \tag{37}$$

由上式可得整个超曲面上标量场的熵为

$$\begin{aligned}S &= \beta^2\frac{\partial F}{\partial \beta} = \beta^2\int_0^\infty \frac{\omega\mathrm{e}^{\beta\omega}L^2}{(\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1)^2\left(1 + \lambda^2\frac{L^2}{r^2}\right)^2}\mathrm{d}\omega \\ &= \frac{r^2\beta^2}{\rho}\int_0^\infty \frac{(\omega^2 + \Lambda)\omega\mathrm{d}\omega}{(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega})(\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1)\left(1 + \frac{\lambda(\omega^2 + \Lambda)}{\rho}\right)^2} \\ &= S(\Lambda) = S(0) + S'(0)\Lambda \\ &\quad + \frac{1}{2}S''(0)\Lambda^2 + \cdots\end{aligned} \tag{38}$$

其中

$$S(0)=\frac{r^2\beta^2}{\rho}\int_0^\infty\frac{\omega^3\mathrm{d}\omega}{(1-\mathrm{e}^{-\beta\omega})(\mathrm{e}^{\beta\omega}-1)\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^2},\tag{39}$$

$$S'(0)=\frac{r^2\beta^2}{\rho}\int_0^\infty\frac{\omega\left(1-\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)\mathrm{d}\omega}{(1-\mathrm{e}^{-\beta\omega})(\mathrm{e}^{\beta\omega}-1)\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3},\tag{40}$$

$$S''(0)=-2\frac{r^2\beta^2\lambda}{\rho}\int_0^\infty\frac{\omega\left(2-\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)\mathrm{d}\omega}{(1-\mathrm{e}^{-\beta\omega})(\mathrm{e}^{\beta\omega}-1)\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^4}.\tag{41}$$

注意到视界面上有(30)式成立,这样,对于动态广义球对称含荷黑洞视界上的量子场,则有

$$S_{\mathrm{h}}=S_{\mathrm{h}}(0).\tag{42}$$

对于(39)式,应用不等式

$$\mathrm{e}^{\beta\omega}-1>\beta\omega,$$

$$1-\mathrm{e}^{-\beta\omega}>\frac{\beta\omega}{1+\beta\omega}\tag{43}$$

可知

$$S(0)<\frac{r^2}{\rho}\int_0^\infty\frac{\omega+\beta\omega^2}{\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^2}\mathrm{d}\omega=\frac{r^2}{\rho}\left[\frac{\rho}{2\lambda}+\frac{\pi\beta}{4}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right)^3\right]$$

$$=r^2\left(\frac{1}{2\lambda}+\frac{\pi\beta\rho^{1/2}}{4\lambda^{3/2}}\right).\tag{44}$$

再注意到(26)式,则得视界上量子场的上限熵为

$$S_{\mathrm{hb}}=\frac{r_{\mathrm{h}}^2}{2\lambda}=\frac{A_{\mathrm{h}}}{8\pi\lambda}.\tag{45}$$

其中,$A_{\mathrm{h}}=\int\sqrt{g_{\theta\theta}g_{\varphi\varphi}}\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi=\int r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi=4\pi r_{\mathrm{h}}^2$为视界面积.

这样,在动态广义含荷黑洞时空中,通过计算视界这一二维膜上的量子场的熵,定性得到了黑洞熵与视界面积成正比的结论.与热气体方法中的原有brick-wall模型和薄膜模型相比,本文用广义不确定原理克服了态密度在视界上的发散困难,计算中无须任何截断.由于动态黑洞处于非热平衡中,因而看到本文的结果(45)式所示的黑洞熵比处于热平衡中同质量的静态黑洞熵[27]要小.而对于视界外二维膜上的量子场的统计熵,可以看到,除了(44)式所示的与(45)式相对应的这一项之外,还有一系列有由(40),(41)等式所给出的附加项.对此,做如下讨论.

把(43)式应用于(40)式,可得

$$S'(0)<\frac{r^2}{\rho}\int_0^\infty\frac{(1+\beta\omega)\left(1-\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)}{\omega\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3}\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{r^2}{\rho}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3}+\frac{r^2\beta}{\rho}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}\omega}{\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3}-\frac{r^2\lambda}{\rho^2}\int_0^\infty\frac{\omega\mathrm{d}\omega}{\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3}-\frac{r^2\beta\lambda}{\rho^2}\int_0^\infty\frac{\omega^2\mathrm{d}\omega}{\left(1+\frac{\lambda}{\rho}\omega^2\right)^3}$$

$$=-\frac{r^2}{\rho}\left(\frac{3}{4}+\left|\ln\frac{1+\lambda\omega^2/\rho}{\lambda\omega^2/\rho}\right|_0^\infty\right)+\frac{r^2\beta}{\rho}3\pi\left(\frac{\rho}{\lambda}\right)^{1/2}-\frac{r^2\lambda}{\rho^2}\frac{1}{4}-\frac{r^2\beta\lambda}{\rho^2}\frac{\pi}{16}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right)^{3/2}.\tag{46}$$

把上式及(44)式代入(38)式,这样,对于视界外附近二维膜上的量子场,可得其上限统计熵的一级近似为

$$S_{\mathrm{b}}=r^2\left(\frac{1}{2\lambda}+\frac{\pi\beta\rho^{1/2}}{4\lambda^{3/2}}-\frac{3\Lambda}{4\rho}-\frac{\Lambda}{\rho}\left|\ln\frac{1+\lambda\omega^2/\rho}{\lambda\omega^2/\rho}\right|_0^\infty+\frac{3\pi\Lambda}{\sqrt{\rho\lambda}}-\frac{\lambda\Lambda}{4\rho^2}-\frac{\pi\beta\Lambda}{16\sqrt{\rho\lambda}}\right).\tag{47}$$

上式复杂且有红外对数发散,但没有与视界面积成正比的项.这表明,本文的熵计算只能在视界上进行.对此,可做如下解释:黑洞熵是事件视界的内禀性质,求黑洞熵可以而且应该在视界上进行.在原始热气体方法中,由于没有考虑到视界附近引力对量子态密度的影响,导致了不应有的紫外发散困难,使得熵的计算无法在视界上进行;广义不确定原理克服了视界上量子态的发散,使得黑洞熵有了更本质、合理和简明的计算方法,此时脱离视界的熵计算就会脱离熵本质,进而掩盖熵本身.至于(47)式中各项的物理意义以及它们怎样淹没了黑洞的Bekenstein-Hawking熵,拟在以后的工作中做进一步讨论.

本文写作过程中得到了赵峥教授和李翔博士后的热心帮助,在此深表谢意.

[1] Hawking S W 1975 *Commun*. *Math*. *Phys*. **43** 199
[2] Bekenstein J D 1973 *Phys*. *Rev*. D **7** 2333
[3] 't Hooft G 1985 *Nucl*. *Phys*. B **256** 727
[4] Bombelli L *et al* 1986 *Phys*. *Rev*. D **34** 373
[5] Gibbons G W and Hawing S W 1977 *Phys*. *Rev*. D **15** 2752
[6] Cardoso G L *et al* 2000 *Class*. *Quantum*. *Grav*. **17** 1007
[7] Ashtekar A *et al* 1998 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **80** 904
[8] Jing J L 1998 *Int*. *J*. *Theor*. *Phys*. **37** 1441
[9] Mukohyama S W and Israel W 1998 *Phys*. *Rev*. D **58** 104005
[10] Li X and Zhao Z 2001 *Chin*. *Phys*. *Lett*.**18** 463
[11] Liu W B and Zhao Z 2001 *Chin*. *Phys*. *Lett*.**18** 310
[12] Gao C J and Wen biao Liu W B 2000 *In* . *J*. *Theor*. *Phys*.**39** 2221
[13] Li X and Zhao Z 2001 *Int*. *J*. *Theor*. *Phys*. **40** 903
[14] Jing J L 2003 *Chin*. *Phys*. *Lett*. **20** 459
[15] Shen Y G 2002 *Phys*. *Lett* B **537** 187
[16] Shen Y G and Gao C J 2002 *Gen*. *Rel*. *Grav*. **34** 1035
[17] Li C A *et al* 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2173(in Chinese)[**李传安等 物理学报** 2002 **51** 2173]
[18] Zhu B,Yao G Z and Zhao Z 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2656(in Chinese)[**朱　斌、姚国政、赵　峥** 2002 **物理学报 51** 2656]
[19] Song T P and Yao G Z 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 1144(in Chinese)[**宋太平、姚国政** 2002 **物理学报 51** 1144]
[20] Song M S 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 1350(in Chinese)[**孙鸣超** 2003 **物理学报 52** 1350]
[21] Meng Q M,Su J Q and Li C A 2003 *Acta Phys*. *Sin*. 52 1822(in Chinese)[**孟庆苗、苏九清、李传安** 2003 **物理学报 52** 1822]
[22] Song T P and Hou C X 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 1398(in Chinese)[**宋太平、侯晨霞** 2002 **物理学报 51** 1398]
[23] Kempt A *et al* 1995 *Phys*. *Rev*. D **52** 1108
[24] Garay L J 1995 *Int* . *J*. *Mod*. *Phys*. A **10** 145
[25] Cheng L N *et al* 2002 *Phys*. *Rev*. D **65** 125028
[26] Li X 2002 *Phys*. *Lett*. B **537** 306
[27] Li X 2002 *Phys*. *Lett*. B **540** 9
[28] Liu W B 2003 *Chin*. *Phys*. *Lett*.**20** 440
[29] Han Y W *et al* 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 3270(in Chinese)[**韩亦文等** 2004 **物理学报 53** 3270]
[30] Wang B B and Huang C G 2001 *Phys*. *Rev*. D **63** 124014
[31] Li Z H 1999 *Inter*. *J*. *Theor*. *Phys*. **38** 925
[32] Zhao Z and Dai X X 1992 *Mod*. *Phys*. *Lett*. A **7** 1771

Quantum entropy of the general non-stationary black hole with charges*

Liu Cheng-Zhou

(*Department of Physics*, *Beijing Normal University*, *Beijing* 100875, *China*)

(*Department of Physics*, *Binzhou College*, *Binzhou* 256600, *China*)

(Received 13 October 2003; revised manuscript received 1 September 2004)

Abstract

The quantum state number and free energy of the scalar field at the horizon of general non-stationary black hole with charges are calculated and the result shows that the entropy of black hole is proportional to the event horizon area. This implies that the black hole entropy is just identical to the entropy of the quantum field on the event horizon. Taking into account the effect of the generalized uncertainty principle on the black hole entropy and adopting the 2-D membrane model, the divergence in the brick-wall model is removed, without any cut-off, and the little mass approximations appear in the brick-wall model and the thin film model are removed. Calculating the scalar field on the 2-D membrane outside horizon by using progression method we obtained some interesting results.

Keywords: generalized uncertainty principle, black hole entropy, event horizon, cut-off

PACC: 0420, 0470

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10373003, 10375008).