

具有周期信号调制噪声的线性模型的随机共振^{*}

靳艳飞¹⁾ 徐伟^{1)†} 李伟¹⁾ 徐猛²⁾

¹⁾ 西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

²⁾ 西北工业大学自动控制系, 西安 710072)

(2004 年 10 月 10 日收到, 2004 年 11 月 11 日收到修改稿)

研究了具有周期信号调制噪声的过阻尼线性系统的随机共振现象. 当采用非对称的分段噪声时, 可以得到系统响应的一、二阶矩和信噪比的精确表达式. 通过对信噪比的分析, 发现了“真实的”随机共振和传统的随机共振现象, 讨论了乘性噪声的非对称性、自相关时间和噪声之间的相关强度对信噪比的影响.

关键词: 随机共振, 信噪比, 周期信号调制噪声, 线性模型

PACC: 0540

1. 引言

20 世纪 80 年代初, Benzi 等^[1]和 Nicolis 等^[2]提出随机共振的概念并用来解释第四纪全球气象冰川问题. 此后, 关于随机共振的理论和实验研究引起了人们的极大兴趣^[3-11], 研究人员普遍认为随机共振只能出现在有周期信号和噪声的非线性系统中, 然而最近的一些研究证明了随机共振现象可以出现在由乘性噪声或分段噪声驱动的线性系统中^[12-14], 甚至是白噪声激励的具有随机阻尼的欠阻尼线性系统中^[15]. Gitterman 等^[12, 13]发现的随机共振相对于传统随机共振是广义上的, 即信噪比随噪声强度是单调变化的, 但随系统的其他一些特征参数(如: 信号的振幅、频率或噪声的相关时间等)是非单调变化的.

在上述文章中, 噪声和周期信号都是以相加的形式引入系统的, 但是在一些实际的物理系统中, 噪声和信号必须以相乘的方式出现, 例如: 在光学或射电天文学的扩充器中需要使用周期信号调制的噪声. Dykman 等^[16]研究了具有周期信号调制噪声的非对称双稳系统并发现了随机共振现象. 王俊等^[17]研究了具有周期信号调制噪声的单模激光模型并观察到了随机多共振现象. 随着研究的进一步深化, 一些学者开始关注周期信号调制噪声的线性系统中是否

有传统的随机共振出现或者信噪比是否随着噪声强度的变化出现共振峰?

本文研究了具有周期信号调制噪声的线性模型的随机共振现象. 为了研究方便, 采取非对称的分段噪声, 通过平均法, 得到了响应的一、二阶矩及信噪比的精确解析表达式, 并讨论了噪声和信号对信噪比的影响, 发现了“真实的”随机共振, 传统随机共振和广义上的随机共振现象, 同时还探测到了一些新的现象. 文中得到的信噪比的表达式是未作任何近似的精确解析表达式, 故适用于任意的噪声强度和信号的振幅和频率, 不必限制在小的噪声和信号范围内, 从而揭示了绝热近似条件下不可能出现的一些物理现象.

2. 周期信号调制噪声的线性系统的信噪比

具有周期信号调制噪声的过阻尼线性系统的随机微分方程为

$$\frac{dx}{dt} = -ax - \xi(t)x + A \cos(\omega t) \eta(t), \quad (1)$$

其中 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 是具有零均值和非零相关函数的高斯噪声:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \eta(t) = 0, \\ \xi(t)\xi(t') &= \sigma_2 \exp(-\lambda_1 |t - t'|), \end{aligned} \quad (2)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10472091 和 10332030)和陕西自然科学基金(批准号: 2003A03)资助的课题.

[†] E-mail: weixu@nwpu.edu.cn

$$\begin{aligned} \eta(t)\eta(t') &= \sigma_2 \exp(-\lambda_2 |t - t'|), \\ \xi(t)\eta(t') &= \eta(t)\xi(t') \\ &= \sigma_3 \exp(-\lambda_3 |t - t'|). \end{aligned}$$

首先,对方程(1)平均并将(1)式乘以 $2x$ 后平均, 可得一、二阶矩的运动微分方程:

$$\frac{d \langle x \rangle}{dt} = -a \langle x \rangle - \langle \xi(t)x \rangle, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt} &= -2a \langle x^2 \rangle - 2 \langle \xi(t)x^2 \rangle \\ &\quad + 2A \cos(\omega t) \langle x\eta(t) \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

由于(3)式含有新的相关函数 $\langle \xi(t)x \rangle$, 利用 Shapiro-Loginov 公式^[18]可得

$$\frac{d \langle \xi(t)x \rangle}{dt} = \langle \xi(t) \rangle \frac{dx}{dt} - \lambda_1 \langle \xi(t)x \rangle. \quad (5)$$

(1)式两边同乘 $\xi(t)$, 然后进行平均并结合(5)式可得

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \xi(t)x \rangle}{dt} &= -(a + \lambda_1) \langle \xi(t)x \rangle - \langle \xi^2(t)x \rangle \\ &\quad + A \cos(\omega t) \sigma_3. \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式包含高阶的相关函数 $\langle \xi^2(t)x \rangle$, 那么必须对其进行解耦. 为了计算方便, 我们采用非对称的分段噪声. 假设 $\xi(t)$ 仅能取两个值 M_1 和 $-N_1$, $\eta(t)$ 取 M_2 和 $-N_2$. 这里 M_1, N_1, M_2, N_2 均是正的. p_1 是由 M_1 到 $-N_1$ 的转换率, p_2 是由 $-N_1$ 到 M_1 的转换率. q_1 是由 M_2 到 $-N_2$ 的转换率, q_2 是相应的逆转换率. 由(2)式, 上述参数满足下列关系:

$$\begin{aligned} p_2 M_1 - p_1 N_1 &= 0, q_2 M_2 - q_1 N_2 = 0, \\ \sigma_1 &= M_1 N_1, \sigma_2 = M_2 N_2, \\ \lambda_1 &= p_1 + p_2, \lambda_2 = q_1 + q_2. \end{aligned} \quad (7)$$

非对称分段噪声 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 的非对称性分别记为 Δ_1 和 Δ_2 . 那么

$$\Delta_1 = M_1 - N_1, \Delta_2 = M_2 - N_2. \quad (8)$$

则 $\langle \xi^2(t)x \rangle$ 可以由 $\langle \xi(t)x \rangle$ 来表示

$$\langle \xi^2(t)x \rangle = \sigma_1 \langle x \rangle + \Delta_1 \langle \xi(t)x \rangle. \quad (9)$$

将(9)式代入(6)式可得

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \xi(t)x \rangle}{dt} &= -(a + \lambda_1 + \Delta_1) \langle \xi(t)x \rangle - \sigma_1 \langle x \rangle \\ &\quad + A \cos(\omega t) \sigma_3. \end{aligned} \quad (10)$$

由上式可知(3)式和(10)式形成了未知函数 $\langle x \rangle$ 和 $\langle \xi(t)x \rangle$ 的线性微分方程组, 通过求解方程组并令 $t \rightarrow \infty$, 可得 $\langle x \rangle$ 的渐近表达式

$$\langle x \rangle = A \sigma_3 \frac{f_1 \cos(\omega t) + f_2 \sin(\omega t)}{f_3}, \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1 &= \omega^2 - b_1 b_2, f_2 = -a(b_1 + b_2), \\ f_3 &= (\omega^2 + b_2^2)(\omega^2 + b_1^2), \end{aligned}$$

$$b_{1,2} = a + \epsilon_{1,2} = a + \frac{\lambda_1 + \Delta_1}{2}$$

$$\pm \sqrt{\frac{(\lambda_1 + \Delta_1)^2}{4} + \sigma_1}.$$

用类似的方法可得二阶矩 $\langle x^2 \rangle$ 的表达式.(4)式含有两个新的相关函数 $\langle \xi(t)x^2 \rangle$ 和 $\langle x\eta(t) \rangle$, 为了求得 $\langle x^2 \rangle$ 必须对其进行解耦.(1)式分别乘以 $2\xi(t)x$ 和 $\eta(t)$, 然后方程两边平均可得下列方程

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt} &= -(2a + 2\Delta_1) \langle \xi(t)x^2 \rangle - 2\sigma_1 \langle x^2 \rangle \\ &\quad + 2A \cos(\omega t) \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \eta(t) \frac{d \langle x \rangle}{dt} &= -a \langle x\eta(t) \rangle - \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle \\ &\quad + A \cos(\omega t) \sigma_2. \end{aligned} \quad (13)$$

利用 Shapiro-Loginov 公式(12)式和(13)式可以简化为

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \xi(t)x^2 \rangle}{dt} &= -(2a + \lambda_1 + 2\Delta_1) \langle \xi(t)x^2 \rangle - 2\sigma_1 \langle x^2 \rangle \\ &\quad + 2A \cos(\omega t) \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \langle x\eta(t) \rangle}{dt} &= -(a + \lambda_2) \langle x\eta(t) \rangle - \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle \\ &\quad + A \cos(\omega t) \sigma_2. \end{aligned} \quad (15)$$

(14)式和(15)式包含新的相关函数 $\langle \xi(t)\eta(t)x \rangle$, 其运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle}{dt} &= -(a + \lambda_1 + \lambda_2 + \Delta_1) \langle \xi(t)\eta(t)x \rangle \\ &\quad - \sigma_1 \langle x\eta(t) \rangle + A \cos(\omega t) \sigma_3 \Delta_2. \end{aligned} \quad (16)$$

利用方程(14)~(16)并结合(4)式, 就得到关于四个未知函数 $\langle x^2 \rangle$, $\langle x\eta(t) \rangle$, $\langle \xi(t)x^2 \rangle$ 和 $\langle \xi(t)\eta(t)x \rangle$ 的四个微分方程. 通过求解上述微分方程, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 可得 $\langle x^2 \rangle$ 的平稳表达式

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle_{st} &= A^2 \omega \left[\frac{\epsilon_2 \sigma_2}{(b_1 + \lambda_2)^2 + \omega^2} + \frac{\epsilon_1 \Delta_2 \sigma_3}{(b_1 + \lambda_2)^2 + \omega^2} \right] \\ &\quad \times \{ \lambda [b_3^2 + \omega^2] \{ b_4^2 + \omega^2 \} \\ &\quad \times [a(2a + \lambda_1 + 2\Delta_1) - 2\sigma_1] \}^{-1}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$b_{3,4} = 2a + \frac{\lambda_1 + 2\Delta_1}{2} \pm \sqrt{\frac{(\lambda_1 + 2\Delta_1)^2}{4} + 4\sigma_1}.$$

通过求解方程(1), 可将其解的一般形式写为

$$\begin{aligned} x(t + \tau) &= x(t)g(\tau) \exp(-a\tau) \\ &\quad + A \int_0^\tau \exp(-av)h(v) \end{aligned}$$

$$\times \cos[\omega(t + \tau - v)]dv, \quad (18)$$

其中

$$g(v) = \exp\left[-\int_0^v \xi(u)du\right],$$

$$h(t-v) = \gamma(v)\exp\left[-\int_v^t \xi(u)du\right].$$

(18)式包含了乘性噪声的指数形式的积分,将 $g(v)$ 和 $h(v)$ 展开成级数的形式并经过计算得到下列渐近表达式^[19,20]:

$$g(v) = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp[-\varepsilon_2 v] - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp[-\varepsilon_1 v], \quad (19)$$

$$h(t-v) = \frac{\sigma_3}{\lambda_3} \exp[-\lambda_3(t-v) - 1] g(t-v). \quad (20)$$

(18)式结合(19)(20)式,可得相关函数

$$\begin{aligned} x(t+\tau)x(t) &= x^2_{st} g(\tau) \exp(-a\tau) \\ &+ \frac{x}{\lambda_3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \exp(-at - 1) [f_4 \cos(\omega t) \\ &+ f_5 \sin(\omega t)], \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} f_4 &= \exp[-(\lambda_3 - b_2)x] \frac{-\varepsilon_1(\lambda_3 - b_2)f_9 + \varepsilon_1 \omega \sin(\omega\tau)}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2} \\ &+ \exp[-(\lambda_3 - b_1)x] \frac{\varepsilon_2(\lambda_3 - b_1)f_7 - \varepsilon_2 \omega \sin(\omega\tau)}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} f_5 &= \exp[-(\lambda_3 - b_2)x] \frac{\varepsilon_1(\lambda_3 - b_2) \sin(\omega\tau) + \varepsilon_1 \omega f_8}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2} \\ &+ \exp[-(\lambda_3 - b_1)x] \frac{-\varepsilon_2(\lambda_3 - b_1) \sin(\omega\tau) - \varepsilon_2 \omega f_6}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$f_{6,7} = \cos(\omega\tau) \pm \exp[(\lambda_3 - b_1)x],$$

$$f_{8,9} = \cos(\omega\tau) \pm \exp[(\lambda_3 - b_2)x] \quad (24)$$

由平均相关函数的定义可得

$$\begin{aligned} &x(t+\tau)x(t)_{st} \\ &= x^2_{st} g(\tau) \exp(-a\tau) \\ &+ \frac{A^2 \sigma_3^2}{\lambda_3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) f_3} \{ \varphi_5 [f_1 \varphi_1(\lambda_3 + \varepsilon_2)] \\ &- \omega(\lambda_3 + \varepsilon_2) [f_1 \varphi_3 + f_2 \varphi_1] \\ &+ 2\omega^2(f_1 \varphi_1 - f_2 \varphi_3) \\ &+ \varphi_6 [f_1 \varphi_2(\lambda_3 + \varepsilon_1)] \\ &- \omega(\lambda_3 + \varepsilon_1) [f_1 \varphi_4 + f_2 \varphi_2] \\ &+ 2\omega^2(f_1 \varphi_2 - f_2 \varphi_4) \}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\varphi_1 = \frac{-\varepsilon_1(\lambda_3 - b_2)f_9 + \varepsilon_1 \omega \sin(\omega\tau)}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2},$$

$$\varphi_2 = \frac{\varepsilon_2(\lambda_3 - b_1)f_7 - \varepsilon_2 \omega \sin(\omega\tau)}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2},$$

$$\varphi_3 = \frac{\varepsilon_1(\lambda_3 - b_2) \sin(\omega\tau) + \varepsilon_1 \omega f_8}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2},$$

$$\varphi_4 = \frac{-\varepsilon_2(\lambda_3 - b_1) \sin(\omega\tau) - \varepsilon_2 \omega f_6}{(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2},$$

$$\varphi_5 = \frac{1}{(\lambda_3 + \varepsilon_2) [(\lambda_3 + \varepsilon_2)^2 + 4\omega^2]},$$

$$\varphi_6 = \frac{1}{(\lambda_3 + \varepsilon_1) [(\lambda_3 + \varepsilon_1)^2 + 4\omega^2]}.$$

对(25)式进行傅里叶变换,得到功率谱为

$$\begin{aligned} S(\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)_{st} \exp(-i\Omega\tau) d\tau \\ &= S_1(\Omega) + S_2(\Omega), \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$S_1(\Omega) = \frac{x^2_{st}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \left[\frac{\varepsilon_2 b_1}{b_1^2 + \Omega^2} - \frac{\varepsilon_1 b_2}{b_2^2 + \Omega^2} \right] - \frac{A^2 \sigma_3^2 [\varphi_5 \varepsilon_1 (f_1 A_1 + f_2 \omega A_2) + \varphi_6 \varepsilon_2 (f_1 A_3 + f_2 \omega A_4)]}{\lambda_3 f_3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2]}, \quad (27)$$

$$S_2(\Omega) = \frac{\pi A^2 \sigma_3^2 [\varphi_5 \varepsilon_1 (f_1 B_1 + f_2 \omega B_2) + \varphi_6 \varepsilon_2 (f_1 B_3 + f_2 \omega B_4)]}{\lambda_3 f_3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [(\lambda_3 - b_2)^2 + \omega^2]} \delta(\Omega - \omega), \quad (28)$$

$$A_1 = \omega^2(\varepsilon_2 + 2b_2 - \lambda_3) + (\lambda_3 + \varepsilon_2)(b_2 - \lambda_3),$$

$$A_2 = 2\omega^2 + (\lambda_3 + \varepsilon_2)(-b_2 + \lambda_3),$$

$$A_3 = \omega^2(-\varepsilon_1 - 2b_1 + \lambda_3) + (\lambda_3 + \varepsilon_1)(-b_1 + \lambda_3),$$

$$A_4 = -2\omega^2 + (-\lambda_3 + b_1)(\lambda_3 + \varepsilon_1),$$

$$B_1 = \omega^2(-\varepsilon_2 + 2b_2 + 3\lambda_3) + \varepsilon_2^2(b_2 - \lambda_3) + \lambda_3(\lambda_3 + \varepsilon_2)(b_2 - 2\lambda_3),$$

$$B_2 = -2\omega^2 + (\lambda_3 + \varepsilon_2)(-b_2 + \lambda_3),$$

$$B_3 = \omega^2(\varepsilon_1 - 2b_1 + 3\lambda_3) + \varepsilon_1^2(-b_1 + \lambda_3) + \lambda_3(\lambda_3 + 2\varepsilon_1)(-b_1 + \lambda_3),$$

$$B_4 = 2\omega^2 + (-\lambda_3 + b_1)(\epsilon_1 + \lambda_3).$$

根据方程(26)–(28),定义信噪比 R_{SN} 为总信号功率与 $\Omega = \omega$ 处的单位噪声谱的平均功率之比

(这里只取正 Ω 的谱):

$$R_{SN} = \frac{\pi[\varphi_5\epsilon_1(f_1B_1 + f_2\Omega B_2) + \varphi_6\epsilon_2(f_1B_3 + f_2\Omega B_4)]}{x^2_{st} \left[\frac{\epsilon_2 b_1}{b_1^2 + \Omega^2} - \frac{\epsilon_1 b_2}{b_2^2 + \Omega^2} \right] \frac{\lambda_3 f_3}{A^2 \sigma_3^2} [(\lambda_3 - b_2)^2 + \Omega^2] + [\varphi_5\epsilon_1(f_1A_1 + f_2\Omega A_2) + \varphi_6\epsilon_2(f_1A_3 + f_2\Omega A_4)]}, \tag{29}$$

其中 x^2_{st} 、 f_i ($i = 1, 2, 3$), A_j , B_j ($j = 1, 2, 3, 4$) 如上定义.

3. 结论和讨论

(29)式给出了信噪比 R_{SN} 的解析表达式,下面我们讨论噪声和信号对信噪比 R_{SN} 的影响.

图1描述了信噪比 R_{SN} 作为系统频率 Ω 的函数.随着不同的乘性噪声的非对称性 Δ_1 变化的情况.信噪比 R_{SN} 随系统频率 Ω 的增大出现一个共振峰,出现了频率调制的随机共振,即“真实的”随机共振.当 $\Omega < 0.84$ 时,随着乘性噪声的非对称性 Δ_1 的增加, R_{SN} 的峰值降低.当 $\Omega > 0.84$ 时,随着乘性噪声非对称性 Δ_1 的增加, R_{SN} 的值逐渐增加,同时,极值位置右移.因此,对于较小的系统频率 Ω ,乘性噪声的非对称性 Δ_1 可以减小信噪比,而对于较大的频率 Ω , Δ_1 可以提高信噪比.

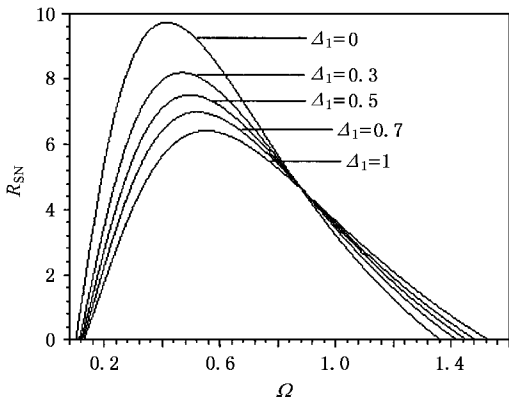


图1 信噪比 R_{SN} 作为频率 Ω 的函数随乘性噪声非对称性 Δ_1 变化的曲线 $a = 2, A = 1, \sigma_1 = \sigma_3 = 1, \sigma_2 = 2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \Delta_2 = 1$

图2描述了信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声强度 σ_1 的函数.随着不同的乘性噪声的非对称性 Δ_1 变化的情形.信噪比 R_{SN} 随着乘性噪声强度 σ_1 的增加会出现一个最大值, R_{SN} 是 σ_1 的非单调函数,出现了传统随机共振.该现象在噪声和信号以相加的方式引入的线性系统^[13]中是观察不到的.在图2中,我们固定 $\Omega = 1$ (> 0.84),故随着乘性噪声的非对称性 Δ_1 的增大, R_{SN} 的峰值增高,峰值的位置右移.

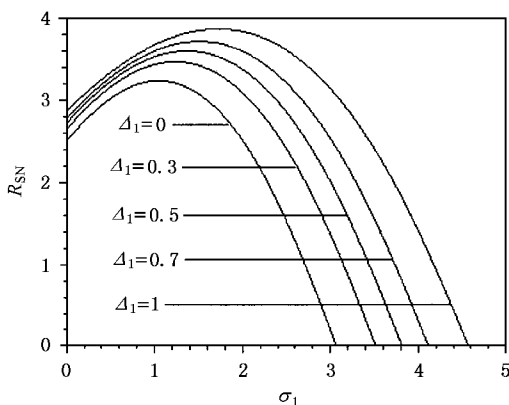


图2 信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声强度 σ_1 的函数随乘性噪声非对称性 Δ_1 变化的曲线 $\Omega = 1, \Delta_2 = 1, a = 2, A = 1, \sigma_3 = 1, \sigma_2 = 2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$

信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声自相关时间 τ_1 的函数.随着不同的噪声之间互相关强度 σ_3 变化的情形如图3所示,这里 $\tau_1 = \lambda_1^{-1}$.信噪比 R_{SN} 随乘性噪声相关时间 τ_1 的增加出现了两个极值,首先随着 τ_1 的增加, R_{SN} 逐渐减小达到一个极小值,然后随着 τ_1 的增加, R_{SN} 逐渐增加达到一个极大值, R_{SN} 是 τ_1 的非单调函数,出现了文献^[13]中定义的“广义上”的

随机共振.故当 $\tau_1 < 0.1$ 时,信噪比 R_{SN} 随 τ_1 的增大而受到抑制.当 $\tau_1 > 0.1$ 时,信噪比 R_{SN} 随 τ_1 的增大而出现一个共振峰.同时,随着噪声之间互相关强度 σ_3 的增加, R_{SN} 的峰值降低,峰的位置左移.

图4描述了信噪比 R_{SN} 作为频率 Ω 的函数,随不同的噪声之间互相关强度 σ_3 变化的情况.信噪比

R_{SN} 随着频率 Ω 的增加出现一个漂亮的单峰,且随着噪声之间互相关强度 σ_3 的增加峰值逐渐减小.因

此,图 3 和图 4 都表明了噪声之间的相关强度 σ_3 可以使输出的信噪比 R_{SN} 降低.

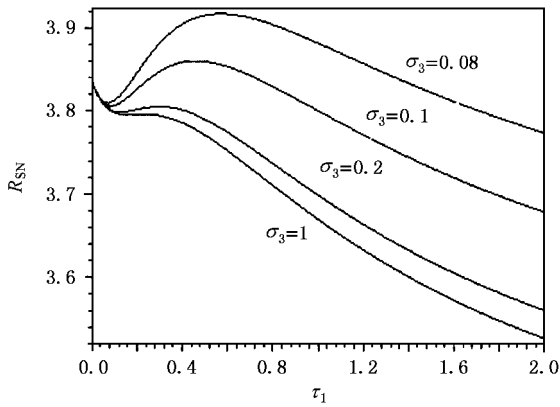


图 3 信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声自相关时间 τ_1 的函数随噪声之间相关强度 σ_3 变化的曲线 ($\Omega = 1, a = 2, A = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \Delta_1 = 1, \Delta_2 = 1$)

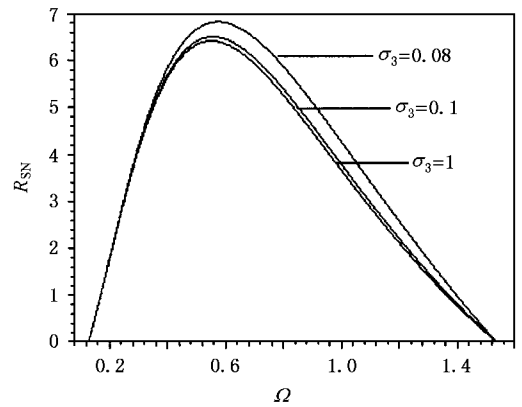


图 4 信噪比 R_{SN} 作为频率 Ω 的函数随噪声之间相关强度 σ_3 变化的曲线 ($a = 2, A = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \Delta_1 = 1, \Delta_2 = 1$)

- [1] Benzi R , Suter A and Vulpiani A 1981 *J. Phys. A* **14** L453
- [2] Nicolis C and Nicolis G 1981 *Tellus* **33** 225
- [3] McNamara B , Wiesenfeld K and Roy R 1988 *Phys. Rev. Lett* **60** 2626
- [4] Hu G , Nicolis G and Nicolis C 1990 *Phys. Rev. A* **42** 2030
- [5] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear Systems* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese)
- [6] Gammaitoni L , Hänggi P , Jung P and Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [7] Lou X Q *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977 (in Chinese) [罗晓琴等 2002 物理学报 **51** 977]
- [8] Kang Y M *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 802 (in Chinese) [康艳梅等 2003 物理学报 **52** 802]
- [9] Liang G Y 2003 *Chin. Phys.* **12** 377
- [10] Zhu H J *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2404 (in Chinese) [祝恒江等 2003 物理学报 **52** 2404]
- [11] Xie C W *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **12** 1208 (in Chinese) [谢宏伟等 2003 物理学报 **12** 1208]
- [12] Berdichevsky V and Gitterman M 1996 *Europhys. Lett.* **36** 161
- [13] Berdichevsky V and Gitterman M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [14] Zhang L Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 (in Chinese) [张良英等 2003 物理学报 **52** 1174]
- [15] Gitterman M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 041104
- [16] Dykman M I , Luchinsky D G , McClintock P V E and Stein N D 1992 *Phys. Rev. A* **46** R1713
- [17] Wang J , Cao L and Wu D J 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1217
- [18] Shapiro J H and Logginov V M 1978 *Physica A* **91** 563
- [19] Kubo R , Toda M and Hashitsume N 1986 *Nonequilibrium Statistical Mechanics Part 2* (Berlin : Springer)
- [20] Fuliński A 1995 *Phys. Rev. E* **52** 4523

Stochastic resonance for periodically modulated noise in a linear system^{*}

Jin Yan-Fei¹⁾ Xu Wei^{1)†} Li Wei¹⁾ Xu Meng²⁾

¹⁾*Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

²⁾*Department of Automatic, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

(Received 10 October 2004; revised manuscript received 11 November 2004)

Abstract

Stochastic resonance (SR) in an overdamped linear system with periodically modulated noise is studied. The explicit expressions of the first two moments and signal-to-noise ratio (SNR) are obtained when we introduce the asymmetric dichotomous noises to the system. Through analyzing the SNR, we find the bona fide SR and conventional SR. Meanwhile, the effects of the asymmetry and correlation time of the multiplicative noise and cross-correlated noise intensity on the SNR are discussed.

Keywords : stochastic resonance, signal-to-noise ratio, periodically modulated noise, linear system

PACC : 0540

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10472091 and 10332030) and by NSF of Shaanxi province, China (Grant No. 2003A03).

[†] E-mail: weixu@nwpu.edu.cn