

# 基于鲁棒有限时控制的混沌系统的同步\*

高铁杠<sup>1)2)</sup> 陈增强<sup>1)</sup> 袁著祉<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 南开大学信息技术科学学院自动化系, 天津 300071)

<sup>2)</sup> 南开大学软件学院, 天津 300071)

(2004 年 9 月 15 日收到, 2004 年 10 月 15 日收到修改稿)

通过构造快速滑模控制器, 实现了混沌系统的有限时同步, 指出许多混沌系统经过状态变换后, 都可以通过快速收敛的有限时控制器在有限时间内实现驱动系统和响应系统的完全同步, 并以陈氏混沌系统和四阶细胞神经网络超混沌系统为例进行了系统仿真. 结果显示, 该有限时控制器不仅具有良好的性能, 而且具备较强的鲁棒性.

关键词: 鲁棒控制, 有限时同步, 混沌系统

PACC: 0545

## 1. 引 言

近年来混沌现象已经引起人们更多地关注. 混沌信号由于其对初值的极端敏感性而且具有较强的随机性, 因此在众多领域中显示出潜在的应用价值. 例如, 在通信中用混沌信号作为载波调制出来的加密信号具有非常复杂的类随机特性, 加密信号即使被截获, 破译起来也非常困难, 因而, 人们在基于混沌系统通信技术方面进行了广泛的应用研究; 另外在信息隐藏技术方面, 同样, 利用混沌系统的随机特性, 人们已经得到了许多有意义的研究成果.

1990 年, Pecora 和 Carrol<sup>[1]</sup> 发现, 如果复制一自治混沌系统的适当子系统做为响应系统, 并用原自治混沌系统做为驱动系统, 利用驱动系统的混沌信号控制该响应系统, 在某些条件下, 响应系统中的混沌信号会很快与驱动系统中相应的混沌信号同步. 这一发现为混沌保密通信提供了可能之后, 有关如何实现混沌同步以及混沌同步在网络保密通信方面的研究越来越多, 人们提出了各种各样的混沌同步方法, 如误差反馈方法<sup>[2,3]</sup>、自适应方法<sup>[4-6]</sup>、观测器方法<sup>[7-10]</sup>、神经网络方法<sup>[11-13]</sup>、以及其他各种方法等. 目前随着理论研究的深入, 采用的方法也越来越稳定, 因此, 混沌同步研究的趋势将是如何用简单的同步结构、较小的控制量和较短的时间来实现混沌系统的同步.

本文提出了一种基于有限时快速滑模的混沌系

统控制方法, 该方法可以在有限时间内使两个系统达到完全同步, 而且该方法的鲁棒性较强. 有限时控制技术最早由 Haimo<sup>[14]</sup> 提出, Yu 等人<sup>[15]</sup> 和 Amato 等人<sup>[16]</sup> 提出了单输入单输出 (SISO) 不确定非线性系统全局鲁棒终端滑模控制的概念, 并给出了控制器的设计方式, Bhat<sup>[17]</sup> 和 Hong<sup>[18]</sup> 等研究了该类型控制器的稳定性问题, Li 和 Tian<sup>[19]</sup> 在 2003 年用一类简单的控制器<sup>[14,17]</sup> 研究了 Lorenz 和 Duffing 混沌系统的有限时同步. 本文根据混沌系统的特点, 研究了一大类混沌系统的有限时同步, 同时指出, 许多混沌系统经过状态变换也可以实现系统的有限时同步, 并通过陈氏系统和四阶细胞神经网络混沌系统给出了状态变换的实现以及控制器的构造方法, 仿真结果表明, 本方法控制结构简单, 同步的时间可以进行估计和控制, 在同步控制中具有良好的性能.

## 2. 问题描述

本文假定混沌系统的动态方程表示为:

$$\dot{x} = Ax + F(x), \quad (1)$$

其中,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $x(t) \in R^n$ ,  $F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$ ,  $f_i(x): R^n \rightarrow R$ , 并且假定  $f_i(x): R^n \rightarrow R$  是  $x$  的 Lipchitz 函数, 即对于任意  $x_1 \in R^n$ ,  $x_2 \in R^n$  存在常数  $M > 0$ , 使得对任何  $1 \leq i \leq p$ ,  $\|f_i(x_1) - f_i(x_2)\| \leq L \|x_1 - x_2\|$  成立.

定义 1 称混沌系统 (1) 为驱动系统, 假设其响

\* 国家自然科学基金 (批准号 60174021, 60374037) 和南开大学科技创新研究基金 (批准号 2004-016) 资助的课题.

应系统为

$$\dot{y} = Ay + F(y) + U(t, x, y), \quad (2)$$

其中  $U(t, x, y)$  为控制向量, 如果存在一个时间  $t_0$ , 使得对于任意的  $x_0, y_0 \in R^n$ , 当  $t \geq t_0$  时,  $x(t) = y(t)$  ( $t \geq t_0$ ), 则称混沌系统 (1) 和响应系统 (2) 为有限时同步.

引理 1<sup>[20]</sup> 给定下面的快速滑模

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta x^{q/p}, \quad (3)$$

其中  $x \in R$ ,  $\alpha, \beta$  是正的常数,  $q, p$  是正的奇数, 则对任何开始时刻的数值  $x(0)$ , 系统 (3) 将在有限时间  $t_s$  内达到  $x = 0$ , 其中  $t_s$  由下式确定

$$t_s = \frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha x(0)^{p-q} \beta + \beta}{\beta}. \quad (4)$$

考虑下列的滑模表面<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} s_0 = e(t), \\ s_1 = \dot{s}_0 + \alpha_0 s_0 + \beta_0 s_0^{q_0/p_0}, \\ s_2 = \dot{s}_1 + \alpha_1 s_1 + \beta_1 s_1^{q_1/p_1}, \\ \dots \\ s_{n-1} = \dot{s}_{n-2} + \alpha_{n-2} s_{n-2} + \beta_{n-2} s_{n-2}^{q_{n-2}/p_{n-2}}, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\alpha_i, \beta_i, i = 0, 1, \dots, n-2$  是正的常数,  $p_i, q_i, i = 0, 1, \dots, n-2$  是正的奇常数且满足  $p_i > q_i$ , 从 (5) 可以得到  $s_{i+1} = \dot{s}_i + \alpha_i s_i + \beta_i s_i^{q_i/p_i}$ , 由引理 1, 如果  $s_{i+1}$  为零, 则  $s_i$  将在有限时间内达到零, 依次递推, 可以得出  $s_0$  即  $e(t)$  将在有限时间内达到零.

值得注意的是, 为了避免滑模的奇异性, 必须保证下面的式子成立:

$$\frac{q_k}{p_k} > \frac{n-k-1}{n-k}, k = n-2, \dots, 0. \quad (6)$$

定理 1 对于如下的混沌系统

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) = e_{i+1}(t), i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{e}_n(t) = f(X(t)) + u(t). \end{cases} \quad (7)$$

设计如下的控制器:

$$\begin{aligned} u(t) = & -(f(X(t))) + \sum_{j=0}^{n-2} \alpha_j s_j^{(n-1)} \\ & + \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j \frac{d^{n-j-1}}{dt^{n-j-1}} s_j^{q_j/p_j} \\ & + \theta s_{n-1}(t) + \gamma s_{n-1}^{q/p}(t), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\theta, \gamma$  为正的常数, 可以使得  $e_i(t), i = 1, 2, \dots, n$  在有限时间内收敛到零.

证明 在 (5) 式中, 令  $s_0 = e_1(t)$ , 由 (5) 式知

$$\dot{s}_{n-1} = s_0^{(n)} + \sum_{j=0}^{n-2} \alpha_j s_j^{(n-j-1)} + \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j \frac{d^{n-j-1}}{dt^{n-j-1}} s_j^{q_j/p_j}. \quad (9)$$

于是

$$\dot{s}_{n-1} = \left( e_1^{(n)} + \sum_{j=0}^{n-2} \alpha_j s_j^{(n-j-1)} + \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j \frac{d^{n-j-1}}{dt^{n-j-1}} s_j^{q_j/p_j} \right), \quad (10)$$

将 (7) 和 (9) 式代入 (10) 式, 有

$$\begin{aligned} \dot{s}_{n-1}(t) = & f(X(t)) + u(t) + \sum_{j=0}^{n-2} \alpha_j s_j^{(n-j-1)} \\ & + \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j \frac{d^{n-j-1}}{dt^{n-j-1}} s_j^{q_j/p_j}, \\ \dot{s}_{n-1}(t) = & -\theta s_{n-1}(t) - \gamma s_{n-1}^{q/p}(t). \end{aligned} \quad (11)$$

根据引理 1 可知,  $s_{n-1}(t)$  将在一个有限时间内达到零, 从 (5) 式向上递推, 可以得出  $s_{n-1}(t), s_{n-3}(t), \dots, s_0(t)$  均经过一个有限时间达到零, 即  $e_i(t), i = 1, 2, \dots, n$  在一个有限时间达到零, 定理证毕.

注: 该控制器是鲁棒控制器, 如果外部扰动是已知的, 不妨设为  $d(t)$ , 则控制器为

$$\begin{aligned} u(t) = & -(f(X(t))) + d(t) + \sum_{j=0}^{n-2} \alpha_j s_j^{(n-1)} \\ & + \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j \frac{d^{n-j-1}}{dt^{n-j-1}} s_j^{q_j/p_j} + \theta s_{n-1}(t) + \gamma s_{n-1}^{q/p}(t) \end{aligned}$$

即可. 如果外部扰动未知, 但是有界, 控制器设计方式可以参考文献 [15]. 本文仅考虑混沌系统没有外扰的情形.

实际上, 许多混沌系统都只有 (7) 式的形式, 这类系统的有限时控制器依据定理 1 设计即可, 而为了应用有限时控制器, 多数的混沌系统需要经过一定的状态变换才能应用. 本文的目的就是指出, 许多混沌系统可以通过状态变换转换成定理 1 具有的形式, 从而可以设计出性能优良的鲁棒有限时控制器来实现混沌系统的同步.

### 3. 实例与仿真

#### 3.1. 陈氏混沌系统的有限时同步设计

陈氏混沌系统 (Chen 系统) 为典型的混沌系统<sup>[21]</sup> 其微分方程为连续时间的方程, 模型方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x), \\ \dot{y} = (c-a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (12)$$

当  $a = 35, b = 3, c = 28$  时, 系统呈现混沌状态如图 1,

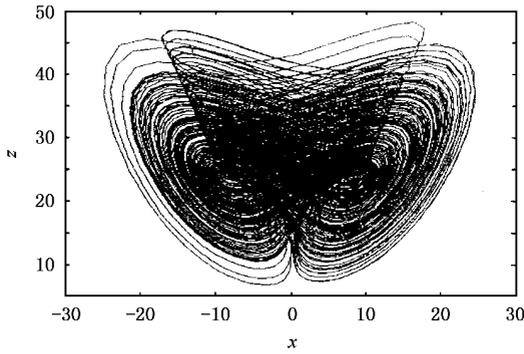


图 1 Chen 系统的混沌轨迹

响应系统可以写成：

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = a(\tilde{y} - \tilde{x}), \\ \dot{\tilde{y}} = (c - a)\tilde{x} - \tilde{x}\tilde{z} + c\tilde{y} + u_1(t), \\ \dot{\tilde{z}} = \tilde{x}\tilde{y} - b\tilde{z} + u_2(t), \end{cases} \quad (13)$$

其中  $u(t)$  是控制变量, 如果令同步误差为:  $e_x = x - \tilde{x}$ ,  $e_y = y - \tilde{y}$ ,  $e_z = z - \tilde{z}$  则

$$\begin{cases} \dot{e}_x = a(e_y - e_x), \\ \dot{e}_y = (c - a)e_x - e_x\tilde{z} - e_zx + ce_y + u_1(t), \\ \dot{e}_z = \tilde{x}e_y + ye_x - be_z + u_2(t), \end{cases} \quad (14)$$

并定义新状态  $Z = [z_1 \ z_2]^T = P[e_x \ e_y]^T$ , 其中变

换矩阵  $P = \begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  则此时(14)式为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = (c - \tilde{z})az_1 + (c - a)\tilde{y}z_2 + az_1 + xe_z + u_1(t), \\ \dot{e}_z = \tilde{x}e_y + ye_x - be_z + u_2(t). \end{cases} \quad (15)$$

依据定理 1, 设计如下的有限时间控制器：

$$u_1 = -(f(X) + z_2 + \frac{5}{7}z_2z_1^{-2/7} + z_2 + z_1 + z_1^{5/7} + (z_2 + z_1 + z_1^{5/7})^{3/5}), \quad (16)$$

其中  $f(X) = (c - \tilde{z})az_1 + (c - a)\tilde{y}z_2 + az_1 + xe_z$ .

从(15)式的第三式可以看出, 当经过一个有限时间  $t_1$  后,  $e_x$  和  $e_y$  将恒等于零, 于是该等式变为

$$e_z = -be_z + u_2(t). \quad (17)$$

这样由引理 1, 控制量  $u_2(t)$  设计为

$$u_2(t) = -e_z^{3/5}. \quad (18)$$

即可在另一个有限时间  $t_2$  内使得  $e_z$  恒为零, 从而使得(14)式的状态在有限时间  $t_1 + t_2$  内变为零, 这样驱动系统(12)和响应系统(13)在有限时间  $t_1 + t_2$

内实现了完全同步.

在误差动态系统(14)中, 当初始值:  $e_x = -0.35$ ,  $e_y = 0.65$ ,  $e_z = 3$  时, 在(16)式的  $u_1$  和(18)式的  $u_2$  控制下, 各个状态的变化如图 2—5.

利用同样的状态变换方法, 可以实现著名的 Lorenz 系统等的有限时间同步.

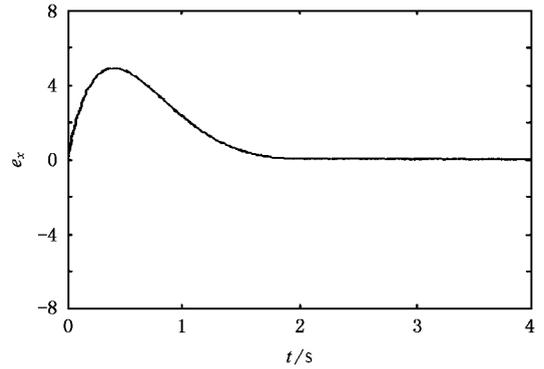


图 2  $e_x$  的误差变化曲线

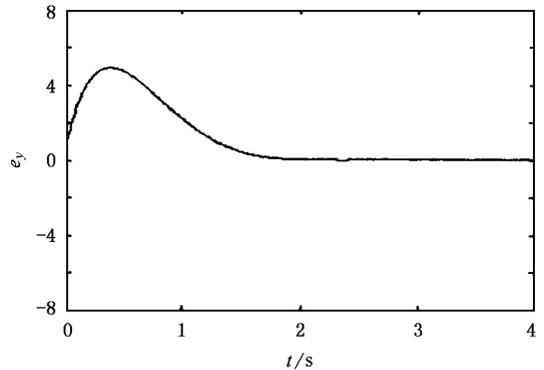


图 3  $e_y$  的误差变化曲线

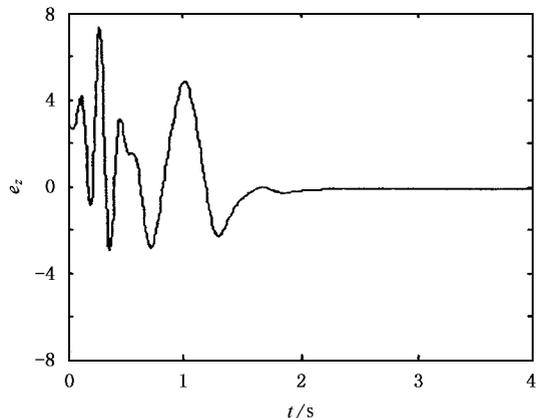
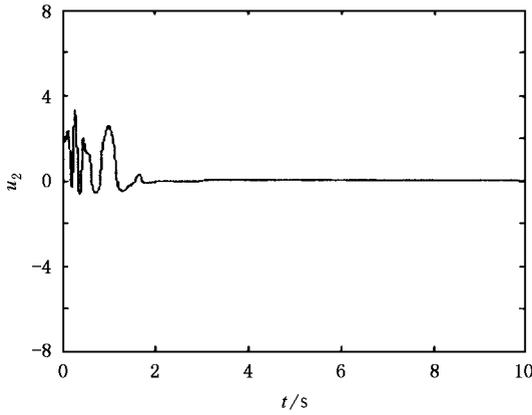


图 4  $e_z$  的误差变化曲线

图5  $u_2$  的状态变化曲线

### 3.2. 细胞神经网络超混沌系统的有限时同步设计

本节举例说明了一个四阶细胞神经网络超混沌系统的有限时同步设计, 该动态系统的状态方程可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_3 - x_4, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = 14x_1 - 14x_2, \\ \dot{x}_4 = 100x_1 - 100x_4 + 100(|x_4 + 1| - |x_4 - 1|). \end{cases} \quad (19)$$

同样, 其响应系统可以写成

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4, \\ \dot{\tilde{x}}_2 = 2\tilde{x}_2 + \tilde{x}_3, \\ \dot{\tilde{x}}_3 = 14\tilde{x}_1 - 14\tilde{x}_2 + u_1, \\ \dot{\tilde{x}}_4 = 100\tilde{x}_1 - 100\tilde{x}_4 + 100(|\tilde{x}_4 + 1| - |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2, \end{cases} \quad (20)$$

其中,  $u_1$  和  $u_2$  是控制量. 这样, 驱动和响应系统的同步误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -e_3 - e_4, \\ \dot{e}_2 = 2e_2 + e_3, \\ \dot{e}_3 = 14e_1 - 14e_2 + u_1, \\ \dot{e}_4 = 100e_1 - 100e_4 + 100(|x_4 + 1| - |\tilde{x}_4 + 1| - |x_4 - 1| + |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2. \end{cases} \quad (21)$$

此时, 可以进行如下形式的状态变换: 定义新状态  $Z = [z_1 \ z_2]^T = P[e_2 \ e_3]^T$ , 其中变换矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ 则(21)式可以写成}$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -14z_1 + 2z_2 + 14e_1 + u_1, \\ \dot{e}_1 = -e_3 - e_4, \\ \dot{e}_4 = 100e_1 - 100e_4 + 100(|x_4 + 1| - |\tilde{x}_4 + 1| - |x_4 - 1| + |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2. \end{cases} \quad (22)$$

从上式可以看出,  $Z = [z_1 \ z_2]^T$  具有定理 1 的形式, 因此, 可以对其设计形如 (8) 式的控制器  $u_1 = -(f(X) + z_2 + \frac{5}{7}z_2z_1^{-2/7} + z_2 + z_1 + z_1^{5/7} + (z_2 + z_1 + z_1^{5/7})^{3/5})$ , 其中  $f(X) = -14z_1 + 2z_2 + 14e_1$ , 因此, 在有限时间后,  $e_2$  和  $e_3$  收敛于零, 此时 (22) 式的后面两式又满足定理 1 的形式, 因此可以依据定理 1 设计控制器  $u_2$ . 这样再经过一个有限时间  $e_1$  和  $e_4$  收敛到零, 这样实现了动态误差系统 (21) 有限时收敛, 从而实现了驱动系统 (19) 和响应系统 (21) 的有限时同步.

如果响应系统写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4 + u_1, \\ \dot{\tilde{x}}_2 = 2\tilde{x}_2 + \tilde{x}_3, \\ \dot{\tilde{x}}_3 = 14\tilde{x}_1 - 14\tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_4 = 100\tilde{x}_1 - 100\tilde{x}_4 + 100(|\tilde{x}_4 + 1| - |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2, \end{cases} \quad (23)$$

其中,  $u_1$  和  $u_2$  是控制量. 这样, 驱动和响应系统的同步误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -e_3 - e_4 + u_1, \\ \dot{e}_2 = 2e_2 + e_3, \\ \dot{e}_3 = 14e_1 - 14e_2, \\ \dot{e}_4 = 100e_1 - 100e_4 + 100(|x_4 + 1| - |\tilde{x}_4 + 1| - |x_4 - 1| + |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2. \end{cases} \quad (24)$$

此时, 进行如下形式的状态变换, 定义新状态  $Z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T = P[e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ , 其中变换矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 14 & -10 & 2 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

则此时 (24) 式为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ \dot{z}_3 = 392z_1 - 80z_2 + 28z_3 - 14e_4 + 14u_1, \\ \dot{e}_4 = 100e_1 - 100e_4 + 100(|x_4 + 1| - |\tilde{x}_4 + 1| - |x_4 - 1| + |\tilde{x}_4 - 1|) + u_2. \end{cases} \quad (26)$$

可以看出(26)式的前面三个方程可以组成一个满足定理1条件的系统,因此控制器  $u_1$  设计为如下形式:

$$\begin{cases} s_0 = z_1, \\ s_1 = \dot{s}_0 + s_0 + s_0^{5/7}, \\ s_2 = \dot{s}_1 + s_1 + s_1^{3/5}, \\ u_1 = -(\mathcal{J}(X)) + \sum_{j=0}^1 s_j^{(n-j-1)} \\ \quad + \sum_{j=0}^1 \frac{d^{2-j}}{dt^{2-j}} s_j^{q_j/p_j} + s_2(t) + s_2^{3/5}. \end{cases} \quad (27)$$

可以使得系统(26)的状态  $e_1, e_2$  和  $e_3$  经过一个有限时间  $t_1$  达到零. 其中  $q_0 = 5, p_0 = 7, q_1 = 3, p_1 = 5, \mathcal{J}(X) = 392z_1 - 80z_2 + 28z_3 - 14e_4$ . 而从系统(26)的第4式可以看出经过一个有限时间  $t_1$  后, 由于  $e_1$  变为零, 因此  $u_2$  容易设计为如下式:

$$u_2 = -100(|x_4 + 1| - |\tilde{x}_4 + 1| - |x_4 - 1| + |\tilde{x}_4 - 1|) - (e_4)^{3/5}. \quad (28)$$

可以使得  $e_4$  经过一个有限时间  $t_2$  达到零, 这样在一个有限时间  $t_1 + t_2$  内, 驱动系统(19)和响应系统(23)实现了完全同步.

在控制律(27)控制下, 误差动态系统(24)在初始数值为  $e_1 = 0.5, e_2 = -0.5, e_3 = 0.5, e_4 = 2$  时各个状态的变化如图6—9.

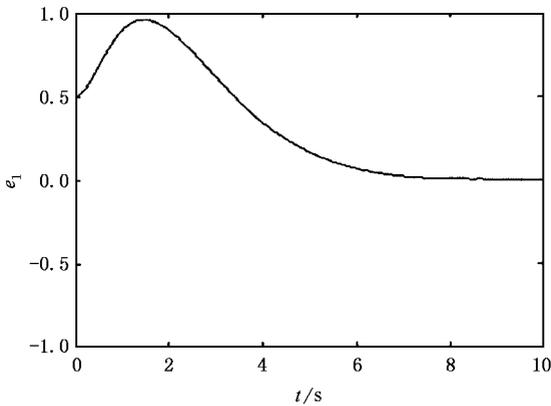


图6  $e_1$  的误差变化曲线

可以看出, 有限时同步控制器除了可以应用于满足定理1条件的混沌系统, 还满足一大类经过变换可以转换成这种形式的混沌系统, 该控制器在系统存在外部扰动下, 仍然能够具有较好的性能. 利用同样的方法可以实现 Rössler 超混沌系统<sup>22]</sup>的有限时同步.

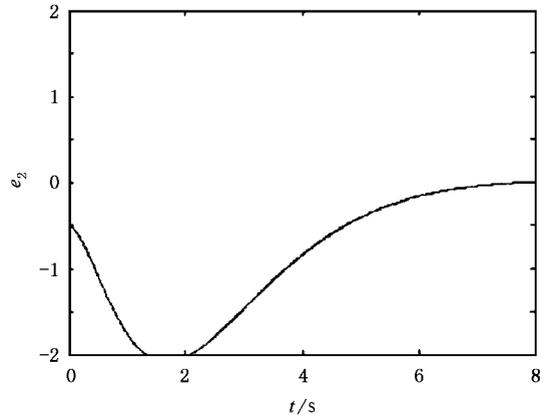


图7  $e_2$  的误差变化曲线

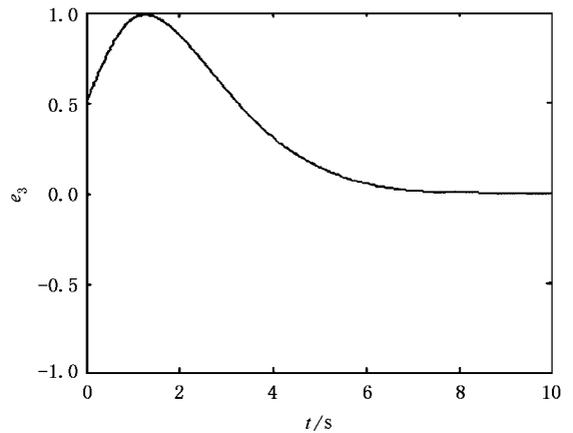


图8  $e_3$  的误差变化曲线

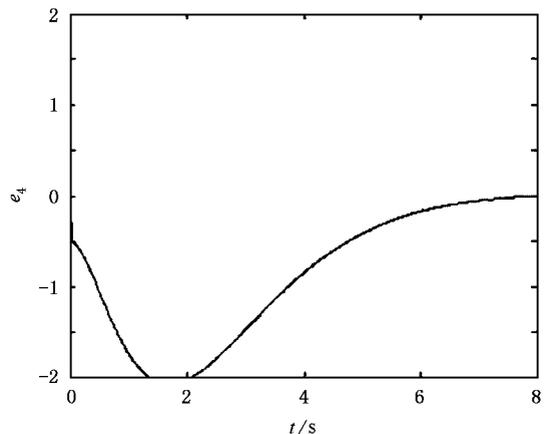


图9  $e_4$  的误差变化曲线

## 4. 结 论

本文对混沌系统的有限时同步进行了研究,通过对混沌系统进行状态的变换,可以构造出快速收

敛的且收敛时间可以估计和计算的有限时同步控制器,这种同步控制和普通的渐进同步控制相比,收敛速度较快,而且是完全同步,具有优良的性能.陈氏混沌系统和四阶细胞神经网络超混沌系统的仿真结果验证了方法的有效性.

- [ 1 ] Pecora L M and Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [ 2 ] Tang G N *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1 (in Chinese) [ 唐国宁等 2004 物理学报 **53** 1 ]
- [ 3 ] Tao Ch H *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 281 (in Chinese) [ 陶朝海等 2003 物理学报 **52** 281 ]
- [ 4 ] Li Z and Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 9
- [ 5 ] Yue D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 292 (in Chinese) [ 岳冬 2003 物理学报 **52** 292 ]
- [ 6 ] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares D L and Zhou C 2002 *Physics Reports.* **366** 1
- [ 7 ] Hasler M 1998 *Int J. Bifurcation Chaos* , **8** 647
- [ 8 ] Grassi G and Mascolo S 1997 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **1** **44** 1011
- [ 9 ] Ouan X P *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 276 (in Chinese) [ 关新平等 2003 物理学报 **52** 276 ]
- [ 10 ] Yang X S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1919 (in Chinese) [ 杨晓松 2000 物理学报 **49** 1919 ]
- [ 11 ] Guan X P *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1670 (in Chinese) [ 关新平等 2001 物理学报 **50** 1670 ]
- [ 12 ] Liu D *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 531 (in Chinese) [ 刘丁等 2003 物理学报 **52** 531 ]
- [ 13 ] He G G *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2103 (in Chinese) [ 何国光等 2001 物理学报 **50** 2103 ]
- [ 14 ] Haimo V T 1986 *SIAM J. Control. Optim.* **24** 760
- [ 15 ] Yu S, Yu X and Man Z 2000 *Proc. 39th Conf. on Decision and Control* , 2198
- [ 16 ] Amato F, Ariola M and Dorato P 2001 *Automatica* **37** 1459
- [ 17 ] Bhat S and Bernstein D 1997 *Proc. ACC, Albuquerque, NM* ; 2513
- [ 18 ] Hong Y, Huang J and Xu Y S 2001 *IEEE Trans. Automatic Control* **46** 305
- [ 19 ] Li S H and Tian Y P 2003 *Chaos Solitons and Fractals* **15** 303
- [ 20 ] Nijmeijer H and Mareels I M Y 1997 *IEEE Trans. Circ. Sys.* **1** **44** 882
- [ 21 ] Ueta T and Chen G 2000 *Int. J. Bifurcation Chaos* **10** 1917
- [ 22 ] Cheng L *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 536 (in Chinese) [ 程丽等 2003 物理学报 **52** 536 ]

## Robust finite time synchronization of chaotic systems<sup>\*</sup>

Gao Tie-Gang<sup>1,2)</sup> Chen Zeng-Qiang<sup>1)</sup> Yuan Zhu-Zhi<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*Institute of Information Science and Technology, Nankai University, Tianjin 300071, China*

<sup>2)</sup>*College of Software, Nankai University, Tianjin 300071, China*

(Received 15 September 2004; revised manuscript received 15 October 2004)

### Abstract

In this paper, a robust finite time fast sliding mode controller is presented for a class of chaotic synchronization. Using the fast sliding mode controller, many chaotic systems can achieve synchronization with identical response system through state transformation, and Chen's system and hyperchaos system of 4th-order cellular neural network are used to demonstrate the obtained results. The results show that the controller possesses the advantage of fast response and robustness.

**Keywords** : robust control, finite time synchronization, chaotic system

**PACC** : 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60174021 and 60374037), and the Science Technology Innovation Foundation of Nankai University (Grant No. 2004-016)