第 54 卷 第 6 期 2005 年 6 月
1000-3290/2005/54(06)/2590-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54,No.6,June,2005

ENSO 事件随机动力学模型的渐近分析*

韩祥临

(湖州师范学院理学院,湖州 313000)

(2004 年 9 月 15 日收到;2004 年 11 月 18 日收到修改稿)

利用边界层型函数,研究了 ENSO 事件随机动力学的某一模型,给出了这一问题的 n 阶渐近展开式,将相关结论应用于特殊的 ENSO 事件,并得到了零阶渐近解,为分析 ENSO 事件的变化状态提供了依据.

关键词:ENSO 事件, 边界层型函数, 渐近展开式

PACC:0545, 9260X

1. 引 言

南方涛动和 El Niño/La Niño(厄尔尼诺/拉尼娜)分别是发生在热带大气和海洋中的异常事件.通常人们将南方涛动与 El Niño 循环描述成一个统一的气候现象,简称为 ENSO. ENSO 不但影响区域和全球气候,而且还以其对全球广大地区带来严重旱涝等灾害而受到全世界人们的重视.因此,对 ENSO 的研究是十分有意义.文献[1]运用高阶奇异谱分析法、文献[2]运用混沌时间序列的时滞判定法、文献[3]运用自忆性原理分别研究了 ENSO 生命史和冷暖位相不对称性的问题以及年际平均气候冷暖态的变化,东亚季风等对 ENSO 的影响.其他作者也有一些研究[4—8].但由于海-气相互作用的复杂性和非线性[9—24],使得这一问题的研究十分困难.例如文献[12]研究了一类海表温度距平 SST(T)和温跃层厚度(h)的 ENSO 事件随机动力学方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 T + a_2 h + a_3 T^2 - a_3 \mu' Th - 2T^3 + \Gamma(t),$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 2bh - bT - 2h^3 + \Gamma(t),$$

其中

$$a_1 = \Delta\bar{T}'_z + \Delta\bar{T}'_x - \alpha'_s,$$

$$a_2 = -\mu\Delta\bar{T}'_x,$$

$$a_3 = \sqrt{\frac{2}{3}},$$

$$b = \frac{2\alpha}{p(1-3\alpha^2)},$$

这里,$\Delta\bar{T}_x$ 是东西两处的温度差;$\Delta\bar{T}_z$ 是混合层底部温跃层垂直温度差;α_s 是海表温度距平异常处的牛顿冷却系数;μ 是海表温度距平上的温跃层位移的度量;b 是海-气偶 α 的函数,它表示赤道 Kelvin 波和 Rossby 波对温跃层的共同影响效果;$p = \left(1-\frac{H_1}{H}\right)\left(\frac{L_0}{L_2}\right)^2$,$H$ 表示温跃层的温度,H_1 表示混合层的深度,L_0 是变形的海洋 Rossby 半径,L_s 是 Ekman 传播长度的标度;$\Gamma(t)$为 ENSO 事件系统内部与系统外部的随机噪声.我们引进新的变量.

令

$$x = \sqrt{2}T - \frac{a_3}{3\sqrt{2}}, y = \sqrt{2}h,$$

则有

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_1 x - x^3 - \varepsilon_1(x-y) + \mu xy + \Gamma(t),$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha_2 y - y^3 - \varepsilon_2(x-y) + \Gamma(t),$$

其中 $\alpha_1 = a_1 + a_2 + a_3^2(1-\mu')/6$,$\varepsilon_1 = a_2 - a_3^2\mu'/6$,$\mu = -\frac{\sqrt{2}}{2}a_3\mu'$,$\alpha_2 = b$,$\varepsilon_2 = -b$,$\mu'$ 为耦合交换系数,且 a_1, a_2, a_3, u', b 为可调参数.因此,适当调整参量使 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$,$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$,则有

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - x^3 - \varepsilon(x-y) + \mu xy + \Gamma(t),$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y - y^3 - \varepsilon(y-x) + \Gamma(t).$$

* 国家自然科学基金(批准号:10471039)和浙江省自然科学基金(批准号:102009)资助的课题.

假设 $\Gamma(t)$ 为白噪声，且 $<T(t)>=0$，$<\Gamma(t')\Gamma(t)>=2D(t-t')$，$D$ 为噪声强度．与化学中薛洛格（Shlogl）化学反应模型进行类比可以发现，式中 ε 可以认为海表温度距平 SST（T）和温跃层（h）之间的扩散，μxy 为一交叉项，且 μ 为一小量，$\varepsilon>0$．

当海表温度距平 SST（T）和温跃层（h）之间的扩散 ε 很小，以及温跃层（h）的变化很小时的情形，ENSO 事件随机动力学方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\alpha x-x^3-\varepsilon(x-y)+\mu xy+\Gamma(t)$$
$$=U(x,y,t,\varepsilon),\qquad(1)$$
$$\varepsilon\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\beta y-y^3-\varepsilon(x-y)+\Gamma(t)$$
$$\equiv V(x,y,t,\varepsilon),\qquad(2)$$
$$x(0,\varepsilon)=A(\varepsilon),y(0,\varepsilon)=B(\varepsilon),\qquad(3)$$

其中 $U(x,y,t,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}U_i(x,y,t)\varepsilon^i$，$V(x,y,t,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}V_i(x,y,t)\varepsilon^i$，$A(\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}A_i\varepsilon_i$，$B(\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}B_i\varepsilon^i$，$x=\sqrt{2}T-\frac{a}{3\sqrt{2}}$，$y=\sqrt{2}h$，$a,\alpha,\beta,\mu$ 为常数，ε 为正的小参数，$\Gamma(t)$ 为 ENSO 事件系统或系统外部的随机噪声．

我们将利用边界层型函数[9,25,26]，构造问题（1）—（3）解的 n 阶渐近展开式，并应用于更特殊的问题，进而为研究 ENSO 事件的变化状态提供依据．

2．理论探讨

我们作如下假设：$[H_1]$ 存在连续可微函数 $\Phi(x,t)$，使得

$$V_0(x,\Phi(x,t),t)=0,$$

且使非线性初值问题

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=U_0(x,\Phi(x,t),t)\equiv\tilde{u}(x,t),$$
$$x(0)=A_0$$

在某个有界闭区间 $[0,t_0]$ 上（$t_0>0$）有解 $X_0(t)$[10]，并在 $[0,t_0]$ 上存在常数 $k>0$，使得

$$V_{0y}(X_0(t),Y_0(t),t)\leqslant -k,$$

其中 $Y_0(t)=\Phi(x_0(t),t)$．

$[H_2]$ 对一切介于 $Y_0(0)$ 和 B_0 之间的值 λ 及上述常数 k，有

$$V_{0y}(X_0(0),\lambda,0)\leqslant -k.$$

在上述假设下，我们来构造问题（1）—（3）的渐近解．当 $\varepsilon\to 0$ 时，在 $(0,t_0]$ 上问题（1）—（3）以 $(X_0(t),Y_0(t))$ 作为其极限解．但一般情况下 $X_0(0)=A$，$Y_0(0)\neq B$．因此，$x(t,\varepsilon)$ 当 $\varepsilon\to0$ 时将在 $[0,t_0]$ 上一致收敛，而 $Y_0(t)$ 通常是非一致的．为获得问题（1）—（3）的渐近解，我们引入伸展变量

$$\tau=\frac{t}{\varepsilon},$$

来寻找如下形式的解：

$$x(t,\varepsilon)=X(t,\varepsilon)+\varepsilon m(\tau,\varepsilon),$$
$$y(t,\varepsilon)=Y(t,\varepsilon)+n(\tau,\varepsilon),$$

其中当 $\varepsilon\to0$ 时，X,Y,m 和 n 都具有渐近级数展开式，即

$$X(t,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}X_i(t)\varepsilon^i,Y(t,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}Y_i(t)\varepsilon^i,\qquad(4)$$

$$m(\tau,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}m_i(\tau)\varepsilon^i,n(\tau,\varepsilon)\sim\sum_{i=0}^{\infty}n_i(\tau)\varepsilon^i,\qquad(5)$$

我们还要求 m_i 和 n_i（$i=0,1,\cdots$）当 $\tau\to\infty$ 时都趋于零．

因为当 $t>0$ 时，渐近解由外部解给出，所以 $(X(t,\varepsilon),Y(t,\varepsilon))$ 在形式上必须满足（1）式．将（4）式代入（1）式，由于 (X_0,Y_0) 是退化问题的解，故当 $\varepsilon=0$ 时等式成立．利用 U,V 在 $(X_0,Y_0,t,0)$ 附近的 Taylor 展开式，并比较 ε^i（$i=1,2,\cdots$）同次幂的系数，得到

$$\frac{\mathrm{d}X_i}{\mathrm{d}t}=U_{0x}(X_0,Y_0,t)X_i$$
$$+U_{0y}(X_0,Y_0,t)Y_i+F_{i-1}(t),\qquad(6)$$
$$0=V_{0y}(X_0,Y_0,t)Y_i+G_{i-1}(t),\qquad(7)$$

其中 $U_{0x}=\alpha-3x^2+\mu y$，$U_{0y}=\mu x$，$V_{0y}=\beta-3y^2$，$F_0(t)=U_1(X_0,Y_0,t)$，$G_0(t)=V_1(X_0,Y_0,t)-\frac{\mathrm{d}Y_0}{\mathrm{d}t}$，$F_{i-1}$ 和 G_{i-1}（$i=1,2,3,\cdots$）依次由 $l<i$ 时的各 X_i 和 Y_i 所决定．

由假设 $[H_1]$ 知 V_{0y} 在 $[0,t_0]$ 上不等于零，于是由（7）可求得

$$Y_i(t)=-G_{i-1}(t)/V_{0y}(X_0,Y_0,t).\qquad(8)$$

又因为 X_i 满足初值

$$X_i(0)=A_i-m_{i-1}(0),\qquad(9)$$

于是，将（8）式代入（6）式后，由（6）式和（9）式 X_i 就可作为一阶线性方程的解而唯一地求得．也就是说，只要知道 $m_{i-1}(0)$（$i=1,2,\cdots$），则外部解 (X,Y) 就

可逐项地完全确定.因此,我们还必须求得边界层校正项的初值 $m(0,\varepsilon)$.

将展开式 $x(t,\varepsilon)=X(t,\varepsilon)+\varepsilon m(\tau,\varepsilon)$和 $y(t,\varepsilon)=Y(t,\varepsilon)+n(\tau,\varepsilon)$代入(1)式,得到边界层校正项应满足的非线性方程组:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\tau}&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}\\&=U(X(\varepsilon\tau,\varepsilon)+\varepsilon m(\tau,\varepsilon),Y(\varepsilon\tau,\varepsilon)\\&\quad+n(\tau,\varepsilon),\varepsilon\tau,\varepsilon)\\&\quad-U(X(\varepsilon\tau,\varepsilon),Y(\varepsilon\tau,\varepsilon),\varepsilon\tau,\varepsilon),\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\tau}&=\varepsilon\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right)\\&=V(X(\varepsilon\tau,\varepsilon)+\varepsilon m(\tau,\varepsilon),Y(\varepsilon\tau,\varepsilon)\\&\quad+n(\tau,\varepsilon),\varepsilon\tau,\varepsilon)\\&\quad-V(X(\varepsilon\tau,\varepsilon),Y(\varepsilon\tau,\varepsilon),\varepsilon\tau,\varepsilon),\end{aligned}\tag{11}$$

$n(\tau,\varepsilon)$应满足初始条件

$$n(0,\varepsilon)=B(0)-Y(0,\varepsilon).\tag{12}$$

在(10)和(11)中,对 τ 的有限值在($X_0(0)$,$Y_0(0)+n_0(\tau)$,0,0)附近进行 Taylor 展开,并比较同次幂系数得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}m_0}{\mathrm{d}\tau}&=U_0(X_0(0),Y_0(0)+n_0(\tau),0)\\&\quad-U_0(X_0(0),Y_0(0),0)\\&=\mu X_0(0)n_0(\tau),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}\tau}&=V_0(X_0(0),Y_0(0)+n_0(\tau),0)\\&\quad-V_0(X_0(0),Y_0(0),0)\\&=\beta n_0(\tau)-(Y_0(0)+n_0(\tau))^3+Y_0^3(0)\\&=\bar{V}_0(n_0(\tau))n_0(\tau),\end{aligned}$$

其中 $\bar{V}_0(n_0(\tau))$是利用中值定理而得到的相应偏导数.又

$$n_0(0)=B_0-Y_0(0)=J,$$

由假设[H_2]知 $\bar{V}_0(J)<-k$,从而$|n_0(\tau)|$在一开始就是减少的,并且当 $\tau\to\infty$ 时有

$$|n_0(\tau)|\leqslant|(n_0(0))|\mathrm{e}^{-k\tau}.$$

由此得到关于 $n_0(\tau)$的积分方程:

$$n_0(\tau)=n_0(0)+\int_0^\tau n_0(s)\bar{V}_0(n_0(x))\mathrm{d}s.$$

由上式即可求得 $n_0(\tau)$.于是,有

$$m_0(\tau)=-\int_\tau^\infty\mu X_0(0)n_0(s)\mathrm{d}s=O(\mathrm{e}^{-k\tau}),$$

进而 $X_1(0)=A_1-m_0(0)$就可确定.因此,外部展开中的项($X_1(t)$,$Y_1(t)$)就可唯一确定.

对于一般的 m_i 和 n_i($i=1,2,\cdots$),我们有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}\tau}&=U_{0y}(X_0(0),Y_0(0)+n_0(\tau)m,0)n_i(\tau)\\&\quad+\bar{F}_{i-1}(\tau),\\\frac{\mathrm{d}n_i}{\mathrm{d}\tau}&=V_{0y}(X_0(0),Y_0(0)+n_0(\tau)m,0)n_i(\tau)\\&\quad+\bar{G}_{i-1}(\tau),\end{aligned}$$

其中 $\bar{F}_{i-1}(\tau)$和 $\bar{G}_{i-1}(\tau)$可由 m_j,n_j($i=1,2,\cdots,i-1$)逐次确定,并且存在小的常数 $\delta>0$,使得

$$\bar{F}_{i-1}(\tau)=O(\mathrm{e}^{-k(1-\delta)})=\bar{G}_{i-1}(\tau).$$

又

$$n_i(0)=B_i-Y_i(0)$$

可逐次求得,故可通过积分线性方程求得 $n_i(\tau)$,进而可确定 $m_i(\tau)$.易证,$n_i(\tau)$和 $m_i(\tau)$满足

$$n_i(\tau)=O(\mathrm{e}^{-k(1-\delta)})=m_i(\tau),\tau\to\infty,$$

其中 δ 为一个小的正数.

又因为

$$X_{i+1}(0)=A_{i+1}-m_i(0),$$

所以外部展开式中的 X_{i+1}项又可确定.于是用逐项递推的方式可求得整个展开式.即

定理 在假设[H_1]和[H_2]下,对任意的非负整数 n 和对充分小的正数 ε,初值问题(1)—(3)存在如下形式的唯一解:

$$\begin{aligned}x(t,\varepsilon)&=X_0(t)+\sum_{i=1}^n\left(X_i(t)+m_{i-1}\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right)\varepsilon^i\\&\quad+O(\varepsilon^{n+1}),\\y(t,\varepsilon)&=\sum_{i=1}^n\left(Y_i(t)+n_i\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right)\varepsilon^i+O(\varepsilon^{n+1}),\end{aligned}$$

$$0\leqslant t\leqslant t_0,0<\varepsilon\ll1.$$

定理的正确性可参见文献[11].

3. 应 用

我们取 $\alpha=0,\beta>0,A_0=0,B_0\geqslant\frac{\sqrt{2\beta}}{2}$,则问题(1)—(3)可化为如下形式:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-x^3-\varepsilon(x-y),\tag{13}$$

$$\varepsilon\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\beta y-y^3-\varepsilon(x-y),\tag{14}$$

$$x(0,\varepsilon)=A(\varepsilon),y(0,\varepsilon)=B(\varepsilon),\tag{15}$$

问题(13)—(15)的退化问题为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-x^3\equiv U_0(x,y),$$

$$0=\beta y-y^3\equiv V_0(x,y),$$

$$x(0,0)=0.$$

取退化问题的解为 $X_0=0$，$Y_0=\sqrt{\beta}$. 易于验证，$V_{0y}=\beta-3y^2$. 若取 $k=\frac{\beta}{2}$，则对任意的 $t_0>0$，当 $t\in[0,t_0]$时，有 $V_{0y}(X_0(t),Y_0(t),t)=-2\beta\leqslant -k$. 对于介于 $Y_0(0)=\sqrt{\beta}$和 B_0 之间的所有值 λ，有

$$V_{0y}(X_0(0),\lambda,0)=\beta-2\lambda^2\leqslant\beta-3\left(\frac{\sqrt{2\beta}}{2}\right)^2$$

$$=-\frac{\beta}{2}=-k.$$

于是，由本文第二部分定理知，问题(13)—(15)存在渐近解. 为简单起见，下面我们来求其零阶渐近解. 将(4)式代入(13)—(15)式得到

$$\frac{\mathrm{d}Y_0}{\mathrm{d}t}=\beta Y_1-3Y_0^2Y_1-(X_0-Y_0),$$

解之得

$$Y_1(t)=\frac{\sqrt{\beta}}{2\beta}.$$

再将 $x(t,\varepsilon)=X(t,\varepsilon)+\varepsilon m(\tau,\varepsilon)$，$y(t,\varepsilon)=Y(t,\varepsilon)+n(\tau,\varepsilon)$ $\left(\text{其中 }\tau=\frac{t}{\varepsilon}\right)$ 代入(13)—(15)式得到边界层校正项应满足

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z}=\beta n-3Y^2n-3Yn^2-n^3-\varepsilon(\varepsilon m-n),$$

$$X(0,\varepsilon)+\varepsilon m(0,\varepsilon)=A(\varepsilon),$$

$$Y(0,\varepsilon)+n(0,\varepsilon)=B(\varepsilon).$$

由此得

$$\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}z}=-n_0(2\beta+3\sqrt{\beta}n_0+n_0),$$

$$Y_0(0)+n_0(0)=B_0,$$

解之得

$$\frac{n_0^2(n_0+2\sqrt{\beta})^3}{(2\beta+3\sqrt{\beta}n_0+n_0^2)(n_0-\sqrt{\beta})^3}=-4\beta\tau+C_2,\quad(17)$$

其中

$$C_2=\frac{n_0^2(0)(n_0(0)+2\sqrt{\beta})^3}{(2\beta+3\sqrt{\beta}n_0(0)+n^2(0))(n_0(0)-\sqrt{\beta})^3},$$

$$n_0(0)=\beta_0-\sqrt{\beta}.\quad(18)$$

于是，问题(13)—(15)式的零阶渐近解为

$$x=0,\quad y=\sqrt{\beta}+n_0(\tau),$$

其中 $n_0(\tau)$由(17)—(18)式确定.

4. 结　　论

本文首先研究了 ENSO 事件的某一特殊模型，即海表温度距平 SST(T)和温跃层(h)之间的扩散 ε 很小，以及温跃层(h)的变化很小时的情形，在适当的假设条件下，得到了这一模型的 n 阶渐近解. 然后，我们将由相关结论应用到特殊的 ENSO 事件模型，并给出了零阶渐近解. 本文的结果说明只要测得了 ENSO 事件的初始状态，我们就可以利用本文的结果求得 x，y 的渐近解，进而可以求得海表温度距平 T 和温跃层厚度 h. 这就为分析和研究 ENSO 事件的变化状态提供了理论依据，为模拟实验提供了可能. 同时，我们也可以看出，即使对一个特殊的问题，其计算量也非常大，有时甚至难以求得显式解. 因此，近似求解 X_i，Y_i，m_i 和 n_i($i=0,1,\cdots$)已成为利用本文所述方法求解和解释 ENSO 事件的关键，这里不再赘述.

[1] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]

[2] Feng G L *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 606 (in Chinese) [封国林等 2001 物理学报 **50** 606]

[3] Tian Y C 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 442 (in Chinese) [田玉楚 1997 物理学报 **46** 442]

[4] Yuan J and Xiao X C 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 897 (in Chinese) [袁　坚、肖先赐 1998 物理学报 **47** 897]

[5] Liu S K *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **51** 10 (in chinese) [刘式适等 2001 物理学报 **51** 10]

[6] Lu Z H *et al* 1993 *Acta Phya. Sin.* **42** 1556 (in Chinese) [卢志恒等 1993 物理学报 **42** 1556]

[7] Wang J F *et al* 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 2305 (in Chinese) [王嘉赋等 1997 物理学报 **46** 2305]

[8] Feng G L *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1181 (in Chinese) [封国林等 2002 物理学报 **51** 1181]

[9] de Jager E M and Jiang F R 1996 *The Theory of Singular Perturbation* (Amsterdam: Nor-Holland Publishing Co.)

[10] Hale J K 1969 *Ordinary Differential Equations* (New York: Wiley)

[11] Erdelyi A 1964 *The Integral Equation of Asymptotic Theory* (New York: Wiley)

[12] Wang B, Barcilon A and Fang Z 1999 *J. Atmos. Sci.* **56** 5

[13] Wang B and Fang Z 1996 *J. Atmos. Sci.* **53** 2786

[14] Bjerknes J 1969 *Mon. Wea. Rev.* **97** 163

[15] Ropelewski O F and Holpert M S 1987 *Mon. Wea. Rev.* **115** 1606

[16] Jin Z H and Tao S Y 1999 *Chinese Atmospheric Sciences* **23** 663 [金祖辉、淘诗言 1999 大气科学 **23** 663]

[17] Wu G X and Meng W 1998 *Chinese Atmospheric Sciences* **22** 470 [吴国雄、孟 文 1998 大气科学 **22** 470]

[18] Zhou J X and Ding Y H 2002 *Acta Meteorologica Sinica* **60** 40 [周江兴、丁一汇 2002 气象学报 **60** 40]

[19] Zhang T, Wu G X and Guo Y F 2002 *Acta Meteorologica Sinica* **60** 278 [张 韬、吴国雄、郭裕福 2002 气象学报 **60** 278]

[20] Zhu Y M and Yang X Q 2003 *Acta Meteorologica Sinica* **61** 641 [朱益民、杨修群 2003 气象学报 **61** 641]

[21] Wei J, Yang H and Sun S Q 2004 *Acta Meteorologica Sinica* **62** 308 [卫 捷、杨 辉、孙淑清 2004 气象学报 **62** 308]

[22] Mo J Q, Lin W T and Zhu J 2004 *Progress in Natural Science* **14** 550

[23] Mo J Q, Lin W T and Zhu J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3245 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛、朱 江 2004 物理学报 **53** 3245]

[24] Lin W T and Mo J Q 2003 *Chinese Science Bulletin* **48** 5

[25] Quyang C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1900 (in Chinese) [欧阳成 2004 物理学报 **53** 1900]

[26] Han X L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4061 (in Chinese) [韩祥临 2004 物理学报 **53** 4061]

An asymptotic analysis for the stochastic dynamics model on ENSO event*

Han Xiang-Lin

(*Institute of Science*, *Huzhou Teachers College*, *Huzhou* 313000, *China*)

(Received 15 September 2004; revised manuscript received 18 November 2004)

Abstract

Using the boundary layer function, we study the stochastic dynamics model on ENSO event. The n-order asymptotic expansion of solution for the original problem is obtained. By appling the result to a special ENSO event, the zero-order asymptotic expansion is obtained. A theoretical basis for analyzing the behavior of ENSO event is presented.

Keywords: ENSO event, boundary layer function, asymptotic expansion

PACC: 0545, 9260X

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10471039) and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. 102009).