

大粒子对高斯波束散射的数值模拟^{*}

吴 鹏¹⁾ 韩一平²⁾ 刘德芳²⁾

¹⁾ 西北大学物理系, 西安 710069)

²⁾ 西安电子科技大学理学院 应用物理系, 西安 710071)

(2004 年 7 月 9 日收到, 2004 年 10 月 27 日收到修改稿)

基于广义米氏理论, 精确的求解了球形粒子对高斯波束和平面波的散射, 采用 Matlab 编程, 改进了计算方法, 所能够计算的粒子的尺寸参数已突破 80000. 给出了平面波与高斯波入射时, 均匀粒子以及镀层粒子的散射分布, 比较了吸收粒子和非吸收粒子散射分布.

关键词: 广义米氏理论, 高斯波束, 光散射, 波束因子

PACC: 4110H, 4225F, 4262

1. 引 言

随着科学技术的发展, 在各种工业过程中研究和测量小粒子的光学特性的要求越来越广泛和迫切, 如大气环境科学中, 对大气中的悬浮粒子, 雨滴, 冰晶的研究; 在环保领域, 测量有害污染物的浓度; 在生物医学中对生物细胞的研究, 在化学工业中, 对输送物料的多相流的浓度和速度的非接触测量, 以及在激光多普勒技术中, 研究粒子的形状, 尺寸, 折射率和运动速度等都具有重要的意义. 在上述研究和测量技术的开发和应用中, 采用激光测量是一种重要的手段, 因此粒子对激光的散射和吸收作用是近几年的研究热点.

在处理许多实际问题时, 为了研究问题方便起见, 经常采用一些简化模型, 如将粒子简化为球形, 柱形, 椭球等等^[1-3]. 米氏理论 (Lorenz-Mie Theory) 是研究小粒子激光光散射的一种精确而有效的方法.

Davis 在 1979 年提出了高斯波束用平面波角谱的展开形式^[4], 为研究粒子散射提供了一种途径. 1980 年 Gouesbet 等人^[5]和 Grehan 等人^[6]根据 Davis 的结果, 利用 Bromwich 公式深入了波束对均匀球的远区散射, 提出了广义米氏理论, 给出了在轴的球形粒子对高斯光束的散射的一种级数计算方法, 以及高斯波束在球坐标中的展开系数的三种计算方法.

Khaled 等人^[7]研究了涂层球在离轴高斯波束中散射强度的数值计算. Kojima 研究了二维高斯波束对柱形粒子的散射.

利用广义米氏理论, 采用分离变量法, 可以研究具有对称性粒子在高斯波的照射下, 电磁场方程的精确解, 然而在数值求解中, 由于粒子的尺寸参数 ($\alpha = \frac{2\pi a}{\lambda}$, 其中 a 为粒子的有效半径, λ 为入射波长) 越大, 求解的复杂叠加项就越多, 带来的计算误差就越大, 因此米氏理论的数值计算受到粒子的尺寸参数限制. 根据国内外文献报道^[8], 目前国际上能够计算的粒子尺寸参数低于 10000, 而且仅对于平面入射波.

在本文中, 我们基于广义米氏理论, 精确的求解了球形粒子对高斯波束和平面波的散射, 采用 Matlab 编程, 改进了计算方法, 所能够计算的粒子的尺寸参数已突破 80000.

2. 理论方法

我们把入射波束可以展开为球矢量波函数 $m_{\sigma mn}^{(i)}(r, \theta, \phi)$, $n_{\sigma mn}^{(i)}(r, \theta, \phi)$ (TE 模式)^[5,6]:

$$E^i = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_n \left[i g_{n, TE}^m(c) m_{mn}^{(1)}(r, \theta, \phi) + g_{n, TM}^m(c) n_{mn}^{(1)}(r, \theta, \phi) \right]$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号 60371019)资助的课题.

[†] E-mail: yphan@xidian.edu.cn

$g_{n,TE}^m, g_{n,TM}^m$ 是 高 斯 波 束 在 球 坐 标 系 这 的 展 开 系 数, 又 称 波 束 因 子. 根 据 球 贝 塞 尔 函 数 和 连 带 勒 让 德 函 数 的 正 交 性, 可 以 得 到 波 束 因 子, 可 以 采 用 局 域 近 似 法, 积 分 法 以 及 级 数 法 表 示. Doicu 等 人 提 出 了 用 平 移 相 加 定 理 求 解 波 束 因 子 的 方 法^[9], 给 出 波 束 因 子 的 局 域 近 似 表 示:

$$g_{n,TM}^m = (-1)^m i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} K_{nm} \bar{\Psi} \exp(ikz_0) \times \frac{1}{2} \left\{ \exp[i(m-1)\varphi] J_{m-1} \left(2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) + \exp[i(m+1)\varphi] J_{m-1} \left(2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right\},$$

$$g_{n,TE}^m = (-1)^{m-1} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} K_{nm} \bar{\Psi} \exp(ikz_0) \times \frac{1}{2} \left\{ \exp[i(m-1)\varphi] J_{m-1} \left(2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) - \exp[i(m+1)\varphi] J_{m-1} \left(2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right\},$$

其中

$$\bar{\Psi} = iQ_0 \exp\left(\frac{-iQ_0 \rho_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left(\frac{-iQ_0(n+0.5)^2}{k^2 w_0^2}\right),$$

$$K_{nm} = \begin{cases} (-i)^m \frac{i}{(n+0.5)^{m-1}} & m \neq 0, \\ \frac{n(n+1)}{n+0.5} & m = 0, \end{cases}$$

$$\rho_n = (n+0.5) \frac{1}{k}, \quad Q_0 = \left(i - \frac{2z_0}{l}\right)^{-1}.$$

借 助 以 上 述 场 的 展 开 式 和 边 界 条 件, 粒 子 的 散 射 场、 内 场 可 以 得 到.

3. 数值计算

我 们 采 用 Matlab 数 值 计 算 的 粒 子 散 射, 在 Matlab 的 中 Legendre 函 数 $P_n^m(x)$ 计 算, n 被 限 制 小 于 256, 在 我 们 的 程 序 中, 扩 展 了 Legendre 函 数 的 计 算 范 围, 使 其 能 够 计 算 更 大 的 粒 子. 我 们 充 分 利 用 了 Matlab 计 算 矩 阵 和 数 组 的 功 能, 改 善 相 应 的 算 法.

图 1 给 出 用 Matlab 程 序 计 算 水 滴 球 形 粒 子 散 射 场 的 分 布, 粒 子 尺 寸 参 数 为 80000. 折 射 率 $m = 1.33$. 从 图 中 可 以 看 出 一 阶 彩 虹 角 的 位 置 在 137.883° .

图 2 比 较 球 形 粒 子 对 高 斯 波 和 平 面 波 的 散 射 角 分 布, 尺 寸 参 数 为 100, 折 射 率 $m = 1.33$, 波 长 为 $0.5\mu m$, 高 斯 波 的 束 腰 半 径 为 $w_0 = 4\lambda$. 从 图 中 可 以

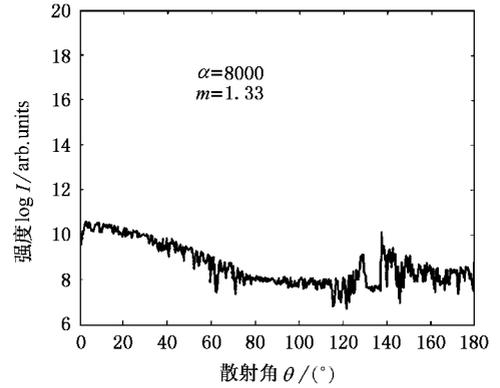


图 1 尺寸参数为 80000 的水滴光散射角分布

看 出 高 斯 波 束 的 散 射 要 小 于 平 面 波, 在 90° 附 近 散 射 最 小.

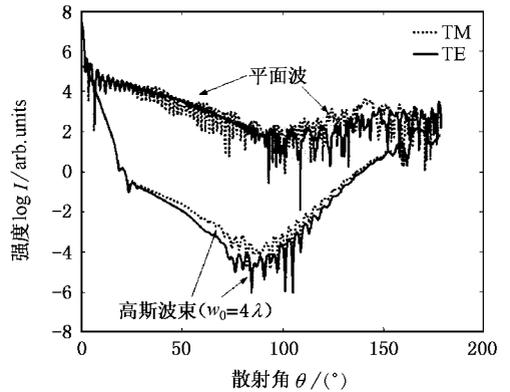


图 2 球形粒子对高斯波和平面波的散射角分布

图 3 计 算 了 镀 层 球 形 粒 子 的 高 斯 波 和 平 面 波 的 散 射 分 布, 外 层 折 射 率 $m_1 = 1.33$, 内 层 折 射 率 $m_2 = 1.2$, 外 层 的 尺 寸 参 数 为 40, 内 层 的 尺 寸 参 数 为 30, 高 斯 波 的 束 腰 半 径 为 $w_0 = 3\lambda$.

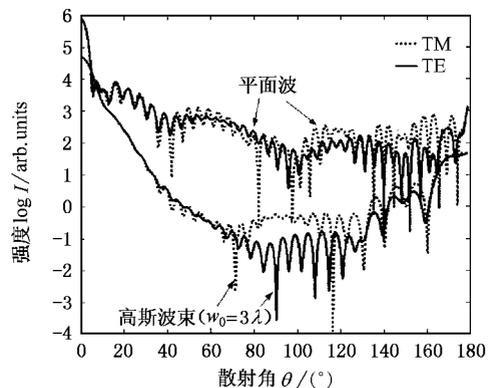


图 3 镀层球形粒子的高斯波和平面波的散射分布

图 4 比较吸收粒子与非吸收粒子的平面波散射场,粒子的尺寸参数为 100,折射率分别为 $m = 1.33 + 0.005i$ 和 $m = 1.33$. 从图中可以看出,吸收粒子

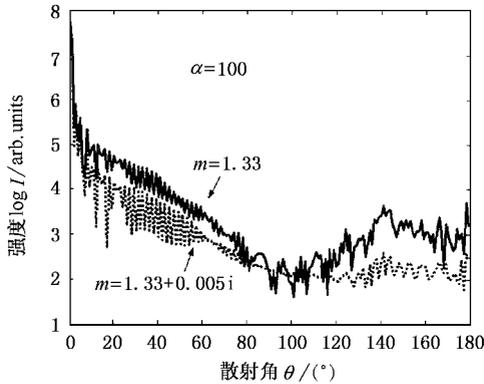


图 4 吸收粒子与非吸收粒子的散射场

的后向散射衰减得很快.

图 5 给出了 $m = 1.33$, 尺寸参数为 50, 平面入射波的波长为 $0.5\mu\text{m}$ 粒子散射场的三维分布.

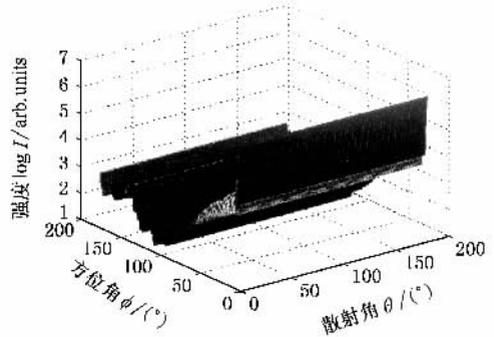


图 5 尺寸参数为 50 的粒子散射场的三维分布

4. 结束语

根据广义米氏理论,采用分离变量法,求解了高斯波对球形粒子的散射,采用 Matlab 编程,改进算

法,使得粒子尺寸参数可以达到 80000. 给出了平面波与高斯波入射时,粒子以及镀层粒子的散射分布,比较了吸收粒子和非吸收粒子散射分布. 此方面的研究可以为激光多普勒仪、激光测粒仪、彩虹测量术等测量技术提供理论依据.

- [1] Han Y P and Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 (in Chinese) [韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57]
- [2] Han Y P *et al* 2003 *Applied Optics* **42** 1233
- [3] Zhao J L and Yang D X 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2462 (in Chinese) [赵建林、杨德兴 2003 物理学报 **52** 2462]
- [4] Davis L W 1979 *Phys. Rev. A* **19** 1177

- [5] Gouesbet G, Maheu B and Gréhan G 1988 *J. Opt. Soc. Am.* **A 5** 1427
- [6] Gouesbet G 1997 *Appl. Opt.* **36** 4292
- [7] Khaled E E M, Hill S C and Barber P W 1994 *Appl. Opt.* **33** 4122
- [8] Zhou X, Li S and Stannos K 2003 *Appl. Opt.* **42** 4295
- [9] Doicu A and Wriedt T 1997 *Appl. Opt.* **36** 2971

Computation of Gaussian beam scattering for larger particle ^{*}

Wu Peng¹⁾ Han Yi-Ping^{2)†} Liu De-Fang²⁾

¹⁾(Department of Physics , Northwest University , Xi 'an 710069 ,China)

²⁾(Department of Applied Physics , School of Science , Xidian University , Xi 'an 710071 ,China)

(Received 9 July 2004 ; revised manuscript received 27 October 2004)

Abstract

By using a generalized Lorenz-Mie theory , the scattering field of spheres under Gaussian beams and plane-wave illumination is computed. The code is written with Matlab , and computational methods are improved. Computations for scattered field in our code are extended to fairly large size parameters , up to 80000. The light scattering properties of absorbing and nonabsorbing homogeneous spherical particles , coated spheres are investigated.

Keywords : generalized Lorenz-Mie theory , Gaussian beams , light scattering , beam-shape coefficients

PACC : 4110H , 4225F , 4262

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60371019).

[†]E-mail : yphan@xidian.edu.cn