

# 集总式放大波分复用链路中交叉相位调制的 边带不稳定性\*

李齐良<sup>1,2)†</sup> 朱海东<sup>1)</sup> 李院民<sup>1)</sup> 唐向宏<sup>1)</sup> 林理彬<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 杭州电子科技大学通信学院, 杭州 310018)

<sup>2)</sup> 四川大学物理科学与技术学院, 成都 610064)

(2004 年 7 月 2 日收到, 2004 年 10 月 28 日收到修改稿)

集总式放大链路中, 放大器的周期分布, 等效于形成一折射率光栅, 它为四波混频提供了相位匹配的条件, 产生边带不稳定性. 本文通过解析和数值模拟的方法, 研究了周期集总式放大链路中, 交叉相位调制边带不稳定性. 解析研究中, 根据耦合方程的稳态解, 计算了反常色散与正常色散光纤链路中由于扰动而产生的边带不稳定性增益. 数值模拟中, 利用分裂步长傅里叶变换法与 Monte-Carlo 方法, 得出了输出光脉冲的频谱, 说明输出光脉冲频谱中产生新的边带. 两种方法的计算结果表明, 在周期集总式放大光通信链路中, 存在交叉相位调制边带不稳定性, 两种方法得到的结论基本一致.

关键词: 交叉相位调制, 边带不稳定性, 集总式放大

PACC: 4225B, 4265, 4230Q

## 1. 引 言

非线性光纤光学介质中, 介质的折射率与光强度有关, 它通过自相位调制 (self-phase modulation, SPM) 和交叉相位调制 (cross-phase modulation, XPM) 来体现. 当有一路光波信号在光纤中传输时, 这一路光信号的相位中, 由于介质的折射率受入射这种光本身强度的影响, 将产生非线性相移, 这种效应称为自身相位进行调制; 当有  $N$  个光信号在光纤中传输时, 某一路光信号的相移不仅与本身光信号强度有关, 还与其他光信号强度有关, 这种效应称为交叉相位调制. 这两种非线性效应与光纤中的色散一起, 导致了光纤中的调制不稳定性 (modulational instability, MI). 所谓调制不稳定性, 在时域上, 连续波的幅度和相位在微小的扰动下, 其幅度呈指数增长, 连续或者准连续光波破缺成具有很高重复频率的超短脉冲串, 因此利用调制不稳定性可以产生高重复率的超短脉冲光; 在频域上, 由于调制不稳定性, 在光波的中心频率附近, 产生两个边带, 这样对高速率传输的波分复用系统, 调制不稳定性产生两个边带, 使信道

之间产生干扰, 它也有害处. 这种现象的研究始于 1961 年, 并在流体<sup>[1,2]</sup>、等离子体<sup>[3,4]</sup>、非线性光学<sup>[5,6]</sup>中被预言和研究. 如果光纤中色散和非线性效应达到平衡, 就会得到类似粒子效应的孤立子, 简称孤子, 有关孤子的研究, 国内外文献多有报道<sup>[7-13]</sup>.

近年来, 调制不稳定性的研究引起人们强烈的兴趣, 二阶非线性材料<sup>[14]</sup>, 光纤光栅<sup>[15]</sup>, 双折射光纤<sup>[16]</sup>, 光纤耦合器<sup>[17]</sup>等中的调制不稳定性, 有深入而大量理论和实验研究. 非线性 Kerr 介质中, 调制不稳定性是由于衍射和非线性自聚焦效应产生的; 光纤中的调制不稳定性是由于色散和非线性效应产生的, 如果光纤中只存在自相位调制情况, 只有反常色散光纤中才能产生调制不稳定性, 但有交叉相位调制情况或者双折射光纤中, 正常和反常色散光纤中, 都可以产生调制不稳定性.

光纤中总是存在损耗的, 为了补偿光纤中的损耗, 链路中的信号必须被不断放大, 放大的方式有光-电-光方法, 以及光-光的方法. 前者利用半导体光放大器, 后者采用掺铒、掺镨、掺铷光纤放大器等. 目前, 掺铒光纤放大器 (EDFA) 已经商用化, 由于掺铒光纤放大器 (EDFA) 的发明, 使得超长距离的通信得

\* 浙江省教育厅科学研究项目 (批准号 20030627) 资助的课题.

† E-mail: liqiliang@sina.com.cn

以实现.随着密集波分复用(dense wavelength division multiplexing, DWDM)技术在光通信中的应用,需要用 EDFA 同时对多个信号进行放大,再通过级联的方法,可以使信号传输得更远.光通信系统中光纤放大器有集总式和分布式两种情况,对于分布式情况,有源波分复用以及单信道链路中调制不稳定性,文献[18]中已经作深入的研究.集总式放大方式中,很多长距离光纤通信系统中,采用的掺杂光纤放大器的长度仅仅几米长,远小于两放大器之间的间隔.由于光放大器周期放大的特性,折射率的非线性部分依赖于光功率,链路中等效于形成一个折射率光栅,其周期等于放大器间隔,当扰动频率满足 Bragg 条件时,这种长周期光栅为调制不稳定性边带之间提供了一种新的耦合机制.

集总式放大链路中,单个脉冲包络或者说单信道传输情况中,文献[19]已经对其中调制不稳定性作深入研究,即由于周期集总式放大链路具有光栅特性,链路中存在边带不稳定性.但是,现今在光纤的低损耗波段,复用的波长路数已经超过 100 个,每一个光载波的相位不仅受到 SPM 的影响,而且 XPM 的影响更为严重.且随着光子技术的发展,密集波分复用技术在通信上的应用,信道之间的间隔在变小,交叉相位调制不稳定性对系统的影响,越来越大,因此有必要对有源集总式放大的波分复用系统链路中的边带调制不稳定性进行研究.本文第 1 节介绍基本的理论模型,第 2 节根据耦合方程的稳态解,解析研究边带不稳定性增益情况,第 3 节利用分裂步长傅里叶变换法,和 Monte-Carlo 法,对边带调制的不稳定性进行数值研究,最后为结论.

## 2. 耦合方程

在两个放大器之间,两脉冲包络传输的耦合方程为

$$\frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_{21}\frac{\partial^2 u}{\partial T^2} = i\gamma_1 |u|^2 u + i2\gamma_1 |v|^2 u - \frac{1}{2}\alpha u, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_{22}\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} = i\gamma_2 |v|^2 v + i2\gamma_2 |u|^2 v - \frac{1}{2}\alpha v. \quad (1b)$$

公式中, $Z = z$ ,  $T = t - \beta_1 z$ ,  $\beta_1$  是一阶色散系数, $z$ ,  $t$  分别表示空间的位置和时间坐标; $\beta_{21} \approx \beta_{22} = \beta_2$  是

群速度色散(group velocity dispersion, GVD)系数, $\beta_2 > 0$  和  $\beta_2 < 0$  分别对应正常色散和反常色散光纤; $\alpha$  为链路的损耗; $i\gamma_1 \approx \gamma_2 = \gamma = n_2(\omega_0)(cA_{\text{eff}})$  为非线性系数,其中  $n_2$  为非线性折射率,  $A_{\text{eff}}$  为光纤有效面积, $c$  为光速, $\omega_0$  为光波的中心频率.这就是有源的复系数非线性薛定谔耦合方程,如果链路中没有损耗,在色散和非线性平衡时,存在稳定解,文献[11]中已有研究.

在放大器内部,忽略色散和非线性效应, $-\alpha$  变成增益  $g_0$ . 假定

$$\begin{aligned} u &= A(Z), \\ v &= B(Z). \end{aligned} \quad (2)$$

这里,在两光放大器之间的光纤内, $f(Z) = \exp(-\alpha Z/2)$ ,在放大器内部, $f(Z) = 1$ . 这样  $f(Z)$  是一周期函数.假定放大器之间的距离为  $L$ ,则  $f(Z)$  的周期为  $L$ .将方程(2)代入(1a)和(1b)得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} &= i\gamma(|A|^2 + 2|B|^2)A(2Z), \\ \frac{\partial B}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 B}{\partial T^2} &= i\gamma(|B|^2 + 2|A|^2)B(2Z). \end{aligned} \quad (3)$$

显然, $f(2Z)$  为周期函数,在两光放大器之间的光纤内, $f(2Z) = \exp(-\alpha Z)$ , $Z$  取值的范围是  $(0, L)$ ,在放大器内部, $f(2Z) = 1$ .

## 3. 边带不稳定性

时间  $T$  为某一个确定时刻,方程(3)稳态连续波解

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{P_1} \exp[i\phi_1], \\ B &= \sqrt{P_2} \exp[i\phi_2]. \end{aligned}$$

这里  $\phi_1 = \int_0^z (P_1 + 2P_2)f(2Z)dZ$ ,  $\phi_2 = \int_0^z (P_2 + 2P_1)f(2Z)dZ$ ,  $P_1$  和  $P_2$  为相邻两脉冲的功率.

幅度受到噪声扰动时,其方程(3)的解为

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{P_1} + a_1 e^{i\Omega T}) \exp[i\phi_1], \\ B &= (\sqrt{P_2} + a_2 e^{i\Omega T}) \exp[i\phi_2]. \end{aligned} \quad (4)$$

将(4)式代入方程(3)得到关于  $a_1, a_2$  的线性化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial Z} - \frac{i}{2}\beta_2 \Omega^2 a_1 &= i\gamma P_1 (a_1 + a_1^*) f(2Z) \\ &\quad + i2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (a_2 + a_2^*) f(2Z), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial Z} - \frac{i}{2}\beta_2 \Omega^2 a_2 = i\gamma P_2 (a_2 + a_2^*) f(2Z)$$

$$+ i2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (a_1 + a_1^*) f(2Z). \tag{5}$$

由于  $f(2Z)$  是周期函数,它反映了链路的周期光栅特性,假定其周期为  $L$  (即两放大器之间距离),当链路为超远距离如越洋通信情况时,  $Z$  看成无限大,可以将其展开为傅里叶级数

$$f(2Z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp(ik_m Z), \tag{6}$$

式中  $k_m = 2\pi m/L$ ,  $c_m = r[1 + im2\pi(\alpha L)]$ , 其  $r = [1 - \exp(-\alpha L)]/(\alpha L)$ .

假定扰动量中具有  $f(2Z)$  傅里叶分量重的  $p$  阶相位常数满足光栅 Bragg 相位匹配条件,发生共振,且  $k_p \rightarrow \beta_2 \Omega^2$ . 这样,令  $a_1 = b_1(Z) \exp(-ik_p Z/2)$ ,  $a_2$

$= b_2(Z) \exp(-ik_p Z/2)$  这里  $k_p$  代表扰动  $a_1, a_2$  的波数,代入(5)式,保留  $\exp(-ik_p Z/2)$  项,利用  $c_{-m} = c_m^*$  得到

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1}{\partial z} = i\left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_1\right) b_1 + i\gamma P_1 c_p^* b_1^* \\ \quad + i\gamma 2\sqrt{P_1 P_2}(c_0 b_2 + c_p^* b_2^*), \\ \frac{\partial b_2}{\partial z} = i\left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_2\right) b_2 + i\gamma P_2 c_p^* b_2^* \\ \quad + i\gamma 2\sqrt{P_1 P_2}(c_0 b_1 + c_p^* b_1^*). \end{cases} \tag{7}$$

设  $b_1 = \phi_1 + i\varphi_1$ ,  $b_2 = \phi_2 + i\varphi_2$ ,  $c_p = c_{p1} + ic_{p2}$ , 代入(7)式中,得到4个方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \gamma P_1 c_{p2} \phi_1 + \gamma P_1 c_{p1} \varphi_1 - \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_1\right) \varphi_1 + 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} \phi_2 + 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} - c_0) \varphi_2, \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \gamma P_1 c_{p1} \phi_1 + \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_1\right) \varphi_1 - \gamma P_1 c_{p2} \varphi_1 + 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} + c_0) \phi_2 - 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} \varphi_2, \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} \phi_1 + 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} - c_0) \varphi_1 + \gamma P_2 c_{p2} \phi_2 + \gamma P_2 c_{p1} \varphi_2 - \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_2\right) \varphi_2, \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} + c_0) \phi_1 - 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} \varphi_1 + \gamma P_2 c_{p1} \phi_2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} + \gamma c_0 P_2\right) \varphi_2 - \gamma P_2 c_{p2} \varphi_2. \end{cases}$$

将上式写为

$$\frac{\partial X}{\partial z} = MX \tag{8}$$

形式,其中  $X = (A_1, B_1, A_2, B_2)^T$ ,  $M$  为  $4 \times 4$  矩阵,表达式是

$$M = \begin{bmatrix} \gamma P_1 c_{p2} & \gamma P_1 (c_{p1} - c_0) - \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{k_p}{2} & 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} & 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} - c_0) \\ \gamma P_1 (c_{p1} + c_0) + \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} & -\gamma P_1 c_{p2} & 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} + c_0) & -2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} \\ 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} & 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} - c_0) & \gamma P_2 c_{p2} & \gamma P_2 (c_{p1} - c_0) - \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{k_p}{2} \\ 2\gamma \sqrt{P_1 P_2} (c_{p1} + c_0) & -2\gamma \sqrt{P_1 P_2} c_{p2} & \gamma P_2 (c_{p1} + c_0) + \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{k_p}{2} & -\gamma P_2 c_{p2} \end{bmatrix}$$

上式中的  $k_p = 2\pi n/L$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 为光栅的

波矢. 求解矩阵  $M$  的本征值, 其本征值为

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \sqrt{K_1 + 2\gamma \sqrt{K_2}}, \quad (9a)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \sqrt{K_1 - 2\gamma \sqrt{K_2}}, \quad (9b)$$

$$\lambda_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{K_1 + 2\gamma \sqrt{K_2}}, \quad (9c)$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2} \sqrt{K_1 - 2\gamma \sqrt{K_2}}, \quad (9d)$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 = & -4 \left( \frac{\beta}{2} \Omega^2 + \frac{k_p}{2} \right)^2 - 4\gamma \left( \frac{\beta}{2} \Omega^2 + \frac{k_p}{2} \right) c_0 (P_1 + P_2) \\ & + \mathcal{X} |c_p|^2 - c_0^2 \gamma^2 (P_1^2 + 8P_1 P_2 + P_2^2), \\ K_2 = & \gamma^2 (|c_p|^2 - c_0^2) (P_1 + P_2) (P_1^2 + 14P_1 P_2 + P_2^2) \\ & - 4c_0 (|c_p|^2 - c_0^2) \gamma \left( \frac{\beta}{2} \Omega^2 + \frac{k_p}{2} \right) \\ & \times (P_1^3 + P_2^3 + 15P_1^2 P_2 + 15P_1 P_2^2) \\ & + 4c_0^2 \left( \frac{\beta}{2} \Omega^2 + \frac{k_p}{2} \right)^2 (P_1^2 + 14P_1 P_2 + P_2^2). \end{aligned}$$

### 3.1. 反常色散光纤

对于反常色散光纤,取  $\beta_2 = -2\text{ps}^2/\text{km}$ , 光纤放大器之间的距离为  $50\text{km}$ , 非线性系数为  $3\text{W}^{-1}/\text{km}$ , 光功率  $P_1 = 1\text{mW}$ ,  $P_2 = 1.5\text{mW}$ . 比较 (9a)–(9d), 取 (9a) 定义为边带不稳定性的增益, 即

$$g = \text{Re}(\lambda_1), \quad (10)$$

当  $\text{Re}(\lambda_1) > 0$  时, 就会产生调制不稳定性. 这样我们通过对 (9a) 进行计算, 得到在光栅取不同的阶数 ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) 的时候, 边带不稳定性的增益. 其结果如图 1 所示, 由图 1 可以看出, 对应于每一级边带不稳定性增益谱, 其每一阶的谱宽很窄, 是由于链路中折射率分布具有光栅的特性, 这种 Bragg 光栅为四波混频提供了相位匹配的条件, 某个范围边带频率的光在这种折射率光栅中, 被得到加强, 同时, 不同的 Bragg 衍射级数对应着不同的边带频率. 这就是这种长周期光栅集总式光放大链路中, 边带调制不稳定性的特点. 还可以看出零阶情况非线性增益最大, 但两个边带与中心频率差很小, 这对于波分复用系统  $50\text{GHz}$  信道间隔来说, 不会造成信道的串扰; 对于高阶情况, 两个边带与中心频率差可超过  $50\text{GHz}$ , 这样边带不稳定性将会使邻近信道之间发生串扰, 影响通信系统的性能. 与文献 [19] 相比, 该工作中只计算了单包络的情况, 没有讨论交叉相位调制的情况, 且我们在这里得到了边带不稳定性增益确定的表达式. 文献 [18] 中讨论的是分布式光放

大器链路中调制不稳定性情况, 这种链路没有光栅的特点.

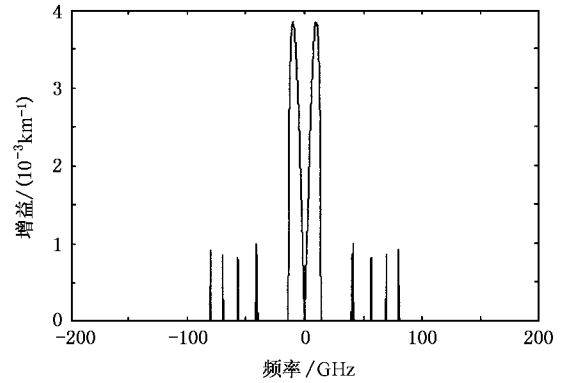


图 1 反常色散情况, 边带不稳定性增益与频率之间的关系

### 3.2. 正常色散情况

对于正常色散光纤, 取二阶色散系数  $\beta_2 = 2\text{ps}^2/\text{km}$ , 光纤的非线性系数  $\gamma = 3\text{W}^{-1}/\text{km}$ , 通过模拟发现利用关系式 (9a) 来定义边带不稳定性的增益, 比较合适, 即用方程 (10) 来定义正常色散光纤中边带不稳定性的增益, 同样只有在  $\text{Re}(\lambda_1) > 0$  时, 才能产生调制不稳定性.

通过计算, 对折射率光栅, 取不同的阶数, 得到边带调制不稳定性增益如图 2 所示. 图 2 边带不稳定性增益, 对于每一阶情况, 频谱宽度很窄, 原因也是由于周期集总放大链路中, 折射率分布的周期特性, 这种 Bragg 光栅为四波混频提供了相位匹配的条件, 某个范围边带频率的光在这种折射率光栅中, 被得到加强, 同时, 不同的 Bragg 衍射级数对应着不同的边带频率. 图 2 中, 还可以看出, 一阶情况, 边带调制不稳定性增益最大, 对于信道间隔小于  $50\text{GHz}$  的密集波分复用系统, 影响比较大.

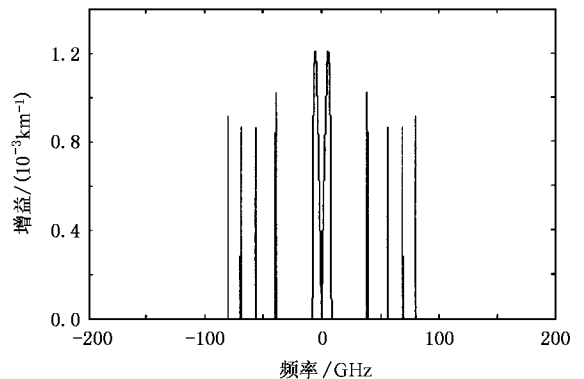


图 2 正常色散情况, 边带不稳定性增益与频率之间的关系

## 4. 分裂步长傅里叶变换法

将放大器中自发辐射噪声引入方程(3),当作链路中产生调制不稳定性的种子,方程(3)变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} &= i\chi(|A|^2 + 2|B|^2)A f(2Z) \\ &\quad - i\Gamma(Z, T)A, \\ \frac{\partial B}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 B}{\partial T^2} &= i\chi(|B|^2 + 2|A|^2)B f(2Z) \\ &\quad - i\Gamma(Z, T)B. \end{aligned} \quad (11)$$

这里  $f(2z)$  为周期函数,放大器产生的噪声  $\Gamma$  为乘性相位噪声,它的自相关函数为  $\delta$  函数,这种相位噪声光子的作用,使得四波混频的相位匹配条件容易得到满足,产生新的斯托克斯带和反斯托克斯带.由于  $f(2Z)$  为周期函数,可将其展开成如(6)式所示的傅里叶级数.

对于方程(11),利用分裂步长傅里叶变换法得到

$$\frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial Z} = i \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp(ik_n Z) [\gamma |A|^2 + 2\gamma |B|^2 A], \quad Z \in (Z, Z + \Delta Z/2), \quad (12a)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial Z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - i\Gamma A, \quad Z \in (Z + \Delta Z/2, Z + \Delta Z), \quad (12b)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial Z} = i \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp(ik_n Z) [2\gamma |A|^2 + \gamma |B|^2] B, \quad Z \in (Z, Z + \Delta Z/2), \quad (12c)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial Z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 B}{\partial T^2} - i\Gamma B, \quad Z \in (Z + \Delta Z/2, Z + \Delta Z). \quad (12d)$$

对方程(13a)和(13c)进行积分,得到

$$A(T, Z + \Delta Z/2) = A(T, Z) \exp(E_1), \quad (13a)$$

$$B(T, Z + \Delta Z/2) = B(T, Z) \exp(E_2), \quad (13b)$$

式中

$$E_1 = i\chi(\gamma |A|^2 + 2\gamma |B|^2) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp(ik_n Z) \times [\exp(ik_n \Delta Z/2) - 1] / (ik_n),$$

$$E_2 = i\chi(2\gamma |A|^2 + \gamma |B|^2) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp(ik_n Z) \times [\exp(ik_n \Delta Z/2) - 1] / (ik_n),$$

(13a)(13b)作傅里叶变换得到

$$\hat{A}(\omega, Z + \Delta Z/2) = F[A(T, Z) \exp(E_1)] \quad (14a)$$

$$\hat{B}(\omega, Z + \Delta Z/2) = F[B(T, Z) \exp(E_2)] \quad (14b)$$

对方程(12c)和方程(12d),先作傅里叶变换,再进行积分得到

$$\hat{A}(\omega, Z + \Delta Z) = \hat{A}(\omega, Z + \Delta Z/2) \exp(D_1) \times \exp(-i\delta\phi), \quad (15a)$$

$$\hat{B}(\omega, Z + \Delta Z) = \hat{B}(\omega, Z + \Delta Z/2) \exp(D_2) \times \exp(-i\delta\phi). \quad (15b)$$

这里  $D_1 = D_2 = i\beta_2 \omega^2 \Delta Z/2$ ,  $\delta\phi$  为噪声相位项.将方程(14a)和(14b)代入(15a)与(15b)式,再进行傅里叶反变换得到

$$B(T, Z + \Delta Z) = F^{-1}\{F[B(T, Z) \exp(E_1)] \times \exp(D_1) \exp(-i\delta\phi)\} \quad (16a)$$

$$B(T, Z + \Delta Z) = F^{-1}\{F[B(T, Z) \exp(E_2)] \times \exp(D_2) \exp(-i\delta\phi)\} \quad (16b)$$

在每一个空间步长  $\Delta Z$  内,将相位噪声当作一个高斯过程,采用 Box-Muller 产生随机样值的方法进行计算,即 Monte-Carlo 方法.根据 Box-Muller 算法,在每一个频率附近,相位噪声的涨落为

$$\delta\phi(Z, \omega_j) = \sqrt{-\sigma_\phi^2 \Delta Z \ln(U_{1j})} \sin(2\pi U_{2j}). \quad (17)$$

这里  $U_{1j}, U_{2j}$  是计算机产生的(0,1)之间的随机样值,  $\sigma_\phi^2$  为均方相位噪声值.输入初始位置脉冲为高斯型脉冲,其形式

$$A(0, T) = A_0 \exp\left[-\frac{(T - T_1)^2}{T_0^2}\right], \quad (18a)$$

$$B(0, T) = B_0 \exp\left[-\frac{(T - T_2)^2}{T_0^2}\right], \quad (18b)$$

式中,  $T_1, T_2$  为脉冲初始时间位置,  $T_0$  为脉冲均方根宽度.

### 4.1. 反常色散情况

对于反常色散光纤,色散系数  $\beta_2 = -2\text{ps}^2/\text{km}$ , 非线性系数  $\gamma = 3\text{W}^{-1}/\text{km}$ . 脉冲均方根宽度  $T_0 = 60\text{ps}$ , 初始时间位置  $T_1 = 10\text{ps}, T_2 = 80\text{ps}$ , 光纤的损耗  $0.2\text{dB}/\text{km}$ , 放大器周期  $50\text{km}$ , 光功率  $P_1 = 1\text{mW}, P_2 = 1.5\text{mW}$ . 根据文献[20, 21]的研究  $\sigma_\phi^2 = 6.7 \times 10^{-3}/\text{km}$ . 利用上述的分裂步长傅里叶变换法得到的(15b)式,计算输出光脉冲的幅度谱以及输出光脉冲时域分布情况,如图3A所示.图3中,中心频率附近,还要产生高阶边带,这种边带的产生,是由于放大器自发辐射噪声为四波混频效应提供了种子,同时 Bragg 光栅为四波混频提供了相位匹配的条件,某个范围边带频率的噪声光子在这种折射率光栅

中,被得到放大,使得能量在频谱上重新发生分布,频谱图变得尖锐,这就是边带不稳定性.图4中,输出光脉冲变成了更短脉冲光.比较图1和图3,可以发现,通过两种方法的计算,得到的结论基本一致,即周期集总放大链路中存在着边带调制不稳定性.

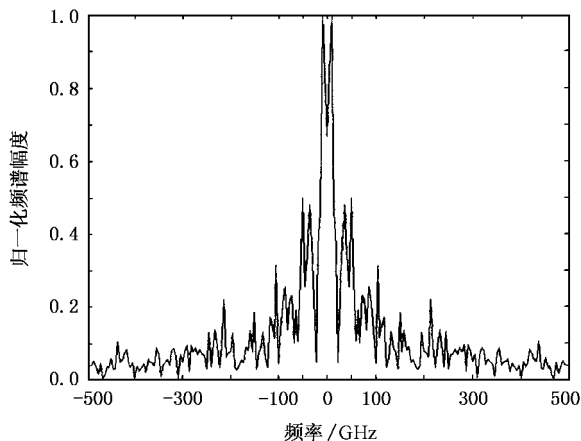


图3 反常色散光纤中,输出光脉冲频谱图

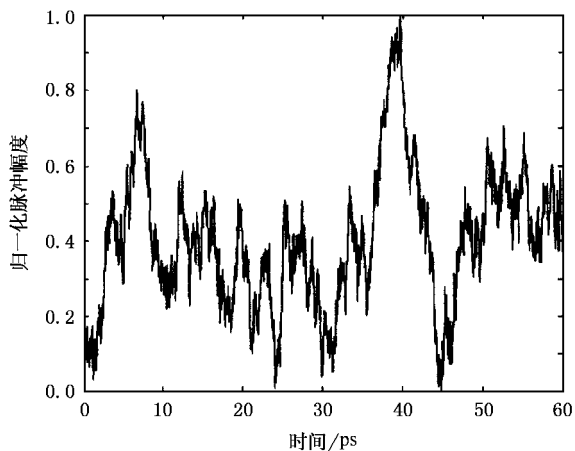


图4 反常色散光纤链路中,输出光脉冲时域图

#### 4.2. 正常色散光纤

对于正常色散光纤,色散系数  $\beta_2 = 2\text{ps}^2/\text{km}$ ,非线性系数  $\gamma = 3\text{W}^{-1}/\text{km}$ . 脉冲均方根宽度  $T_0 = 60\text{ps}$ ,初始时间位置  $T_1 = 10\text{ps}$ ,  $T_2 = 80\text{ps}$ ,光纤的损耗  $0.2\text{dB}/\text{km}$ ,放大器周期  $50\text{km}$ ,光功率  $P_1 = 1\text{mW}$ ,  $P_2 = 1.5\text{mW}$ . 通过(15b)式,计算输出光脉冲的幅度频谱以及输出光脉冲的时域分布情况,如图5、6所示.图5中,中心频率附近,产生高阶边带,这种边带产生的原因与反常色散光纤产生的原因一样,是由于放大器自发辐射噪声为四波混频效应提供了种子,

同时 Bragg 光栅为四波混频提供了相位匹配的条件,某个范围边带频率的噪声光子在这种折射率光栅中,被得到放大,使得能量在频谱上重新发生分布,频谱图变得尖锐.图6说明原来准连续的光脉冲变成更短脉冲光.

比较图2和图4,可以发现,通过两种方法的计算,说明集总式放大光通信链路中存在着边带调制的不稳定性.

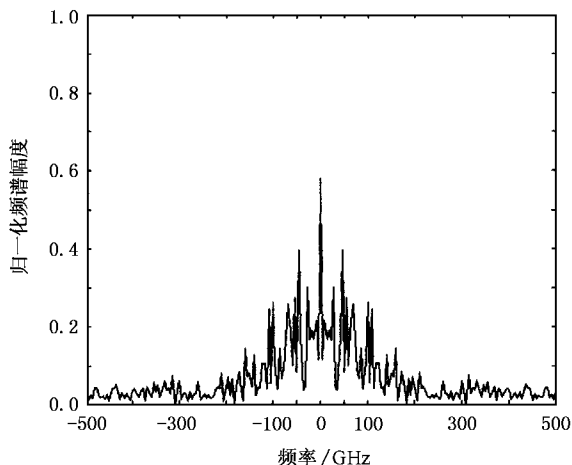


图5 正常色散光纤中,输出光脉冲的频谱图

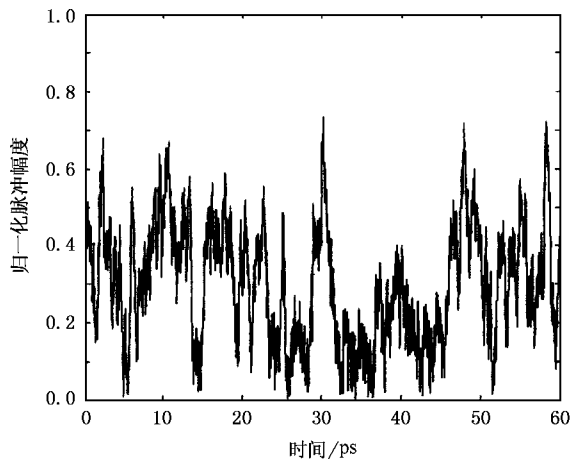


图6 正常色散光纤链路中,输出光脉冲时域图

## 5. 结 论

在集总式光纤放大器链路,如果信号被周期放大,折射率受到周期调制,这种链路具有长周期光栅特性.在单信道链路,文献[19]研究表明,存在着边带不稳定性,但是对密集波分复用系统,存在着交叉

相位调制,文献 [19] 没有涉及。

本文中,我们通过两种方法研究了集总式放大器链路中交叉相位调制引起的边带不稳定性。一种是解析方法,通过解一组扰动量方程,解析求出引起调制不稳定性扰动量的增益,表明扰动量随着距离的变化而指数增长,结果使得时域上连续或者准连续波变成更短的脉冲,频域上产生新的边带,而且这种边带由于集总式放大链路具有光栅特性,这种边带也具有不稳定性,理由见下面的分析;另一种是数值模拟方法,通过分裂步长傅里叶变换法,求出输出光脉冲的频谱,表明了反常色散和正常色散光纤中,中心频率附近存在着尖锐的边带。两种方法研究都表明,在正常色散和反常色散光纤中,存在着交叉

相位调制边带不稳定性,这种不稳定性产生,是由于放大器自发辐射噪声光子为四波混频效应提供了种子,而集总式周期放大链路具有光栅特性,这种长周期 Bragg 光栅为四波混频提供相位匹配条件,那么能量在频谱上重新发生分布,产生交叉相位调制的边带不稳定性,同时不同的 Bragg 衍射级数对应不同的边带频率。

如果这种新的边带与信道间隔可以比拟,将会对信道之间产生干扰,引起误码和信噪比下降,为了减少这种效应,在设计这种集总式放大器链路的时候,按照文献 [19] 提出的办法,尽量让放大器在链路中的分布不具有周期的特性,这样可以抑制边带不稳定性产生。

- 
- [ 1 ] Benjamin B, Feir J E, 1967 *J. Fluid Mech.* **27** 417
- [ 2 ] Whitham G B 1967 *J. Fluid Mech.* **27** 399
- [ 3 ] Taniuti T and Washimi H 1968 *Phys. Rev. Lett.* **21** 209
- [ 4 ] Hasegawa A 1970 *Phys. Rev. Lett.* **24** 1165
- [ 5 ] Bespalov V I and Talanov V I 1966 *JEPT Lett.* **3** 307
- [ 6 ] Karpman V I 1967 *JEPT Lett.* **6** 277
- [ 7 ] Liu C Y, Guo H, Hu W and Deng D M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 524 ( in Chinese ) [ 刘承宜、郭 弘、胡 巍、邓冬梅 2002 物理学报 **51** 524 ]
- [ 8 ] Lu H, Xu J D, Li C F, Hong J and Yang K 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 428 ( in Chinese ) [ 陆 宏、徐建东、李淳飞、洪 晶、杨 昆 1998 物理学报 **47** 428 ]
- [ 9 ] Zhou Z J and Li Z B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 262 ( in Chinese ) [ 周振江、李志斌 2003 物理学报 **52** 262 ]
- [ 10 ] Liu X Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 186 ( in Chinese ) [ 刘新芽 2000 物理学报 **49** 186 ]
- [ 11 ] Li Q L *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1623 ( in Chinese ) [ 李齐良等 2004 物理学报 **53** 1623 ]
- [ 12 ] Desaix M, Helczynski L, Anderson D and Lisak M 2002 *Phys. Rev. E* **65** 056602
- [ 13 ] Ruan H Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1617 ( in Chinese ) [ 阮航宇 2004 物理学报 **53** 1617 ]
- [ 14 ] Corney J F and Bang O 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 133901
- [ 15 ] Pitois S, Haelterman M and Millot G 2001 *Opt. Lett.* **26** 780
- [ 16 ] Abdullaev F K and Garnier J 1999 *Phys. Rev.* **60** 1042
- [ 17 ] Trillo S, Wabnitz S, Stegeman G I and Wright E M 1998 *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 2361
- [ 18 ] Li Q L *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4194 ( in Chinese ) [ 李齐良等 2004 物理学报 **53** 4194 ]
- [ 19 ] Matera F, Mecozzi A, Romagnoli M and Settembre M 1993 *Opt. Lett.* **18** 1499
- [ 20 ] Hart D L *et al* 1998 *Phys. Rev. E* **57** 4757
- [ 21 ] Hart D L *et al* 1994 *Phys. Rev. A* **50** 1807

# Cross-phase modulational sideband instability in wavelength-division-multiplexing system with periodic lumped amplifiers<sup>\*</sup>

Li Qi-Liang<sup>1,2)†</sup> Zhu Hai-Dong<sup>1)</sup> Li Yuan-Min<sup>1)</sup> Tang Xiang-Hong<sup>1)</sup> Lin Li-Bin<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> College of Communication, Hangzhou University of Electronic Science and Technology, Hangzhou 310037, China)

<sup>2)</sup> Institute of Physics Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

( Received 2 July 2004 ; revised manuscript received 28 October 2004 )

## Abstract

Periodically spaced amplifiers along a transoceanic fiber links provide the phase-matching condition for four-wave-mixing because of Kerr nonlinearity. Both analytic method and numerical method are used to study the cross-phase modulational sideband instability in fiber links with periodical lump amplifiers. In the analytic method, the gain of sideband instability is obtained. In the numerical method, by use of split-step Fourier transform method, the frequency spectra of output optical pulses are obtained in normal and anomalous fiber links, and there are sidebands in the spectrum configuration. By comparison of the results from two the methods, they are constant with each other.

**Keywords** : cross-phase modulation, sideband instability, jumped amplifier

**PACC** : 4225B, 4265, 4230Q

<sup>\*</sup> Project supported by the Science Research Project of the Education Department of Zhejiang Province, China ( Grant No. 20030627 ).

<sup>†</sup> E-mail : liqiliang@sina.com.cn