

二维随机介质中准态模的频谱时间演化特性^{*}

刘劲松[†] 刘 海 王 春

(华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(2004 年 11 月 1 日收到, 2004 年 12 月 16 日收到修改稿)

采用时域有限差分法数值求解 Maxwell 方程组, 分析了平面随机介质中光波模式的频谱时间演化特性. 随机介质的特征可以用散射颗粒的随机构形、介质参数(如颗粒的尺寸和填充率等)以及介质形态等因素来描述. 这些因素决定了随机介质在准稳态下模式的频率特性与数量, 但具有不同因素的随机介质中模式的产生、选择与演化, 具有大致相同的特征与速度. 平面随机介质的这些冷腔特性, 与传统光腔中模式的产生、选择和演化的特征非常相似.

关键词: 激光物理, 随机激光器, 无序介质中的光学特性

PACC: 4220, 4260D, 4265C, 4255

1. 引 言

自从俄国学者于 1968 年预言在随机介质中能够存在激光现象以来^[1], 许多学者在此领域做了大量的理论和实验工作^[2-21]. 这些工作大致可以划分成两类: 一类是弱散射介质中的放大自发辐射^[2-4]; 另一类是强散射介质中的激光辐射, 又称为随机激光现象^[5-9]. 两者在称谓上的这种差别是因为后者表现出了激光辐射所具有的特性, 如频谱宽度可达到光谱极限、拥有增益阈值特性等. 换句话说, 称谓上的差别反映了两种辐射具有本质上的不同. 也正因为如此, 基于扩散机理建立起的反映弱散射介质中放大自发辐射的理论模型^[1, 10-16], 不能用来描述强散射介质中的随机激光现象. 为此, 人们建立了基于直接求解 Maxwell 方程组的随机激光理论模型^[17-21]. 其中一种将 Maxwell 方程组与速率方程相结合而建立起的随机激光时域理论^[20, 21], 能够较全面地反映实验观测到的现象. 该理论的主要结论之一是, 光在强无序介质中, 折射率的随机起伏导致光波的局域化(这是安德森局域效应^[22]在光波段的表现)这相当于在介质中形成了若干类光腔结构, 可称之为准态腔^[23], 具有许多光腔的一般属性. 同传

统光腔一样, 准态腔同样能支撑光波模式, 称之为准态模, 也就是传统激光理论中的冷腔模. 当随机介质获得增益并超过阈值后, 这些准态模就能被激发为激光模式.

在传统光腔理论中, Fox 和 Li 通过数值求解光腔的衍射积分方程, 揭示了冷腔模的产生和演化过程^[24], 在人们认识光腔模式的历程中占有非常重要的地位. 本文将利用时域有限差分法(FDTD), 直接求解平面随机介质中光波满足的 Maxwell 方程组, 在不同的边界形态、介质参数和散射颗粒的随机构形下, 观察和分析准态模的产生、选择和演化过程. 结果表明, 准态模在经历了模式形成和模式选择的演化进程后进入了模式数量、频率与振幅相对稳定的准稳态. 不同参数、形态和随机构形的随机介质中的准态模经历着相似的演化进程, 具有大致相同的演化速度. 随机介质中准态模的形成与演化特征与传统光腔中模式的形成和演化特征非常类似. 这些结果加深了人们对随机介质中冷腔模的形成与演化过程和特性的认识, 具有重要的学术意义.

2. 理论模型

考虑一个具有任意形状的平面随机介质, 它由

^{*} 国家自然科学基金(批准号 60378001)和湖北省自然科学基金(批准号 2001ABA003)资助的课题.

[†] E-mail: jslu4508@vip.sina.com

半径为 r , 折射率为 n_2 的圆形散射颗粒随机散布在折射率为 n_1 的均匀介质中而构成. 定义散射颗粒面积的总和占随机介质面积的比为随机介质的表面填充率 Φ , 它同颗粒半径、密度以及介质的面积有关. 为尽量同已有的实验情况相一致, 设随机介质为氧化锌颗粒薄膜^[6], 故取 $n_1 = 1$ 和 $n_2 = 2.3$. 当介质参数 r, Φ, n_1 和 n_2 给定后, 可以有无穷多种具有不同随机结构(也称随机构形)的随机介质与其对应. 图 1(a) 给出了一个 $l = 5.5 \mu\text{m}$, $r = 60 \text{nm}$, $\Phi = 40\%$ 的方形随机介质.

如果仅限于讨论二维 TM 模, 光波的电场与磁场分量满足如下 Maxwell 方程组

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (1a)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (1b)$$

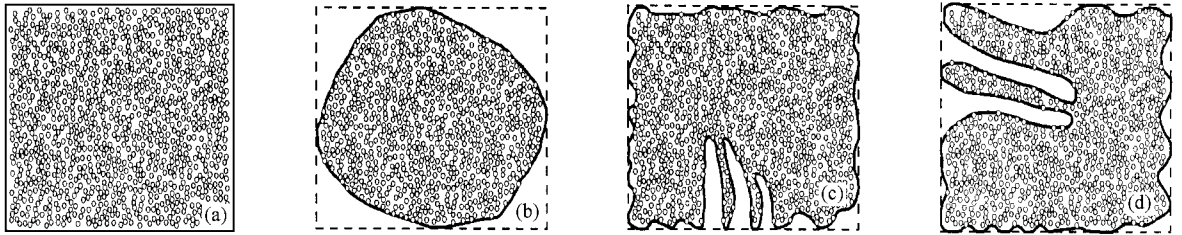


图 1 具有不同形状但具有相同随机构形的系列平面随机介质. 介质参数为 $r = 60 \text{nm}$, $\Phi = 40\%$, $n_1 = 1$ 和 $n_2 = 2.3$. (a) 边长 $l = 5.5 \mu\text{m}$ 的方形随机介质, $C = 1.273$. (b)–(d) 内切于边长 $l = 5.5 \mu\text{m}$ 方形内的任意形状随机介质, $C = 1.273, 1.065, 3.782, 3.922$ (参数 C 为介质形状的集中度)

3. 结果与讨论

3.1. 不同填充率和颗粒半径下的功率谱

表面填充率和颗粒半径是与随机材料的制备直接相关的两个参数, 有必要首先讨论它们对功率谱的影响. 图 2 和图 3 分别给出了边长 $l = 5.5 \mu\text{m}$ 的方形随机介质 6ps 时刻在不同填充率 Φ 和不同颗粒半径 r 下的功率谱. 图中显示的峰值对应着长寿命的光波模式. 可以看出, 这些峰值集中出现在某些分立的频段窗口. Φ 越大, r 越小, 越容易形成高强度的光谱.

3.2. 功率谱的时间演化特征

图 2 和图 3 给出的是一种宽频域功率谱, 文献 [21] 对此做了详尽的讨论. 人们通常更希望了解与

$$\epsilon_i \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (1c)$$

其中 ϵ_0 和 μ_0 分别是真空介电常数和真空磁导率, $\epsilon_i = n_i^2$, $i = 1, 2$.

当随机介质给定后, 采用 FDTD 方法数值求解方程组 (1), 可以获得不同时刻、不同空间点上 E_z , H_x 和 H_y 的值. 考虑到系统的开放性, 采用完全匹配层 (PML) 吸收边界的方式进行计算^[25]. 为了在初始时刻激发这一被动系统, 采用一个具有任意振幅的宽带高斯脉冲作为激发源^[21]. 空间步长和时间步长分别为 $\Delta x = \Delta y = 10 \text{nm}$ 和 $\Delta t = \Delta x / (2c) \approx 1.67 \times 10^{-17} \text{s}$. 以空间步长为间隔将介质划分成许多小方格, 在某时刻 t 将所有格点处的 E_z 值相加, 之后做 Fourier 变换, 就能得到 t 时刻随机介质的辐射功率的频谱分布, 亦即功率谱. 给出不同时刻的功率谱, 就能分析出准态模的频谱时间演化特性.

随机激光辐射频段对应的功率谱的详细信息. 为了与氧化锌颗粒薄膜随机激光实验相对应^[6], 下面集中讨论 λ 在 $400\text{--}550 \text{nm}$ 波段内功率谱的时间演化特性.

图 4 显示了图 1(a) 给出的方形随机介质在不同时刻的功率谱. 从中可以看出, 功率谱的演化大致经历了三个不同的阶段. 第一阶段, 3.5ps 以前, 为模式形成阶段, 功率谱中呈现出的众多谱线代表着介质中存在众多的光波模式. 此时的功率谱本质上反映的是激励光脉冲在介质中因多重散射而形成的干涉谱. 第二阶段, 大约在 3.5ps — 4.5ps 期间, 为模式选择阶段. 在模式形成阶段出现的众多模式中, 只有那些共振频率与介质所决定的准态腔的共振频率相一致的模式能够得到相干反馈而存留下来, 其余的则随着时间的流逝而消失. 在这一阶段中, 长、短寿命的准态模能够共存, 功率谱中呈现出许多相对稳定的谱线, 每个谱线与一个准态腔相对应. 此阶段的特征是, 功率谱中谱线的位置相对稳定, 但谱线的

强弱此消彼涨,短寿命的准态模随着时间的流逝而逐渐消失,最后在功率谱中只剩下少数几个长寿命的准态模所对应的谱线.第三阶段,5ps以后,为准

稳态演化阶段,此时在功率谱中只有长寿命的准态模所对应的谱线,其位置固定不变,谱线的相对强弱也基本不变,系统呈现出了准稳态的特征.

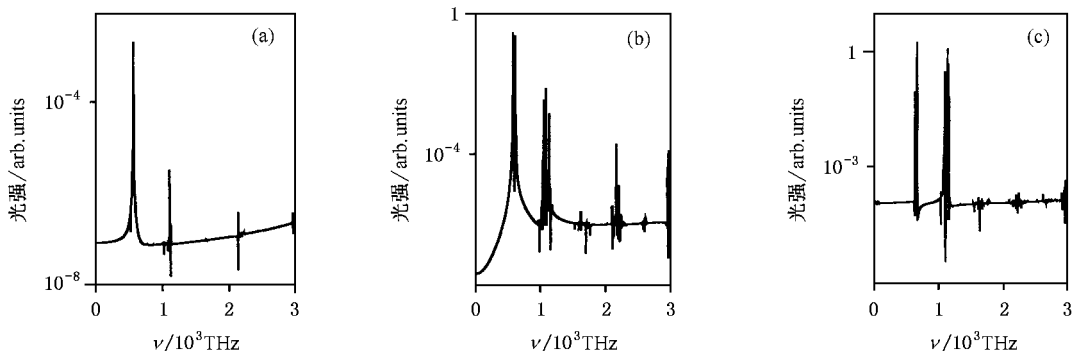


图2 边长 $l = 5.5\mu\text{m}$, 颗粒半径 $r = 60\text{nm}$ 的方形随机介质 6ps 时刻在不同填充率 Φ 下的功率谱((a)(b)(c)的 Φ 分别为 20%, 30%, 40%)

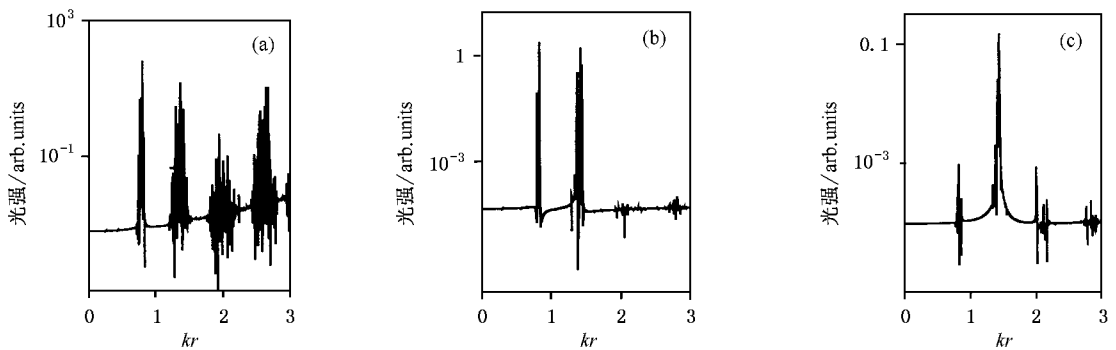


图3 边长 $l = 5.5\mu\text{m}$, 填充率 $\Phi = 40\%$ 的方形随机介质在不同颗粒半径 r 下的功率谱(其中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 是光波长)(a)(b)(c)的 r 分别为 40, 60 和 80nm)

从以上演化过程可以看出,随机介质中准态模的形成过程与传统光腔中模式的形成过程非常类似.在传统光腔中,一方面,光束因为在两个反射镜之间往返传播所产生的干涉效应决定了模式的频率特性,也就是纵模特性,只有那些频率是 $c/(2l)$ 整数倍的模式能得到相干反馈而存留下来,这里 c 是光速, l 是两个反射镜之间的距离;另一方面,由反射镜的尺寸有限导致的光波衍射效应决定了模式的横向空间分布特性,也就是横模特性,只有基横模以及损耗小的低阶横模能够在光腔中长期存留.与此类似,对随机介质来说,一方面,多重散射决定了模式的频率特性,只有那些频率与介质的随机构形所决定的准态腔的共振频率相同的模式能得到相干反馈而存留下来;另一方面,不同的准态腔具有不同的空间分布^[21],并由此导致它们具有不同的品质因素^[26],只有高品质因素的准态腔所对应的准态模能

够在随机介质中长期存留.值得注意的是,准态腔在本质上不同于传统光腔,它只是一个借用的概念,而不是一个物理的实体.之所以要引入这个概念,主要目的是有利于人们借助已有的传统光腔的知识来加深对随机激光现象的理解.

3.3. 不同介质参数下功率谱的时间演化

下面研究介质参数 r 和 Φ 对功率谱时间演化特性的影响.仍然考虑边长 $l = 5.5\mu\text{m}$ 的方形介质,但取三组不同的介质参数 $r = 60\text{nm}$, $\Phi = 30\%$; $r = 60\text{nm}$, $\Phi = 50\%$; $r = 100\text{nm}$, $\Phi = 30\%$, 计算结果如图5所示.由于图4反映的是 $r = 60\text{nm}$, $\Phi = 40\%$ 、边长 $l = 5.5\mu\text{m}$ 的方形介质,再加上这三组参数,图4和图5总共给出了尺寸与形状相同,但介质参数不同的四个方形平面随机介质的频谱演化特性.值得注意的是,这四个介质不仅参数不同,而且随机构

形也各不相同.可以看出,在上述参数范围内,介质参数和随机机构形的改变不仅没有改变功率谱时间演化三阶段的基本特征,而且对演化速度也几乎没有影响.尽管如此,准稳态下这四个介质的准态模却具

有不同的频率和数量.因此,具有不同介质参数和随机机构形的随机介质,尽管具有基本相同的模式产生、选择和演化的特征与速率,但在准稳态下却具有不同的模式特性和数量.

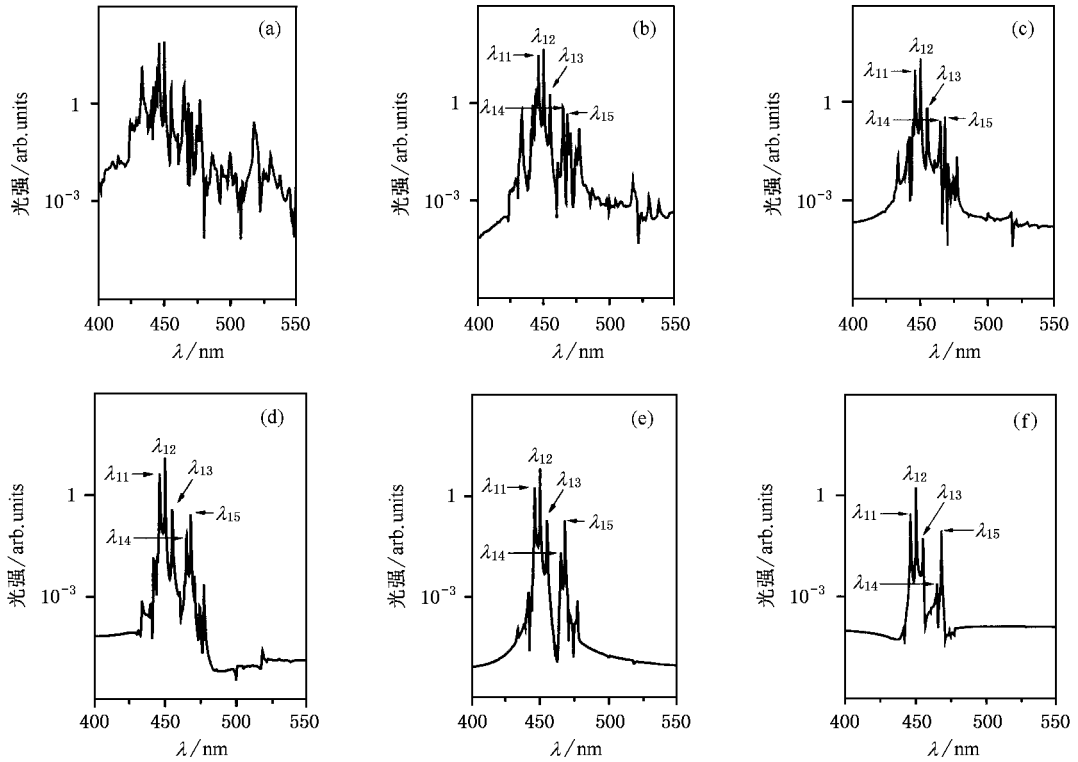


图4 图1(a)所示的方形随机介质在不同时刻的功率谱(介质参数为 $r = 60\text{nm}$, $\Phi = 40\%$; $\lambda_{11} = 447.04\text{nm}$, $\lambda_{12} = 451.04\text{nm}$, $\lambda_{13} = 455.74\text{nm}$, $\lambda_{14} = 465.45\text{nm}$, $\lambda_{15} = 468.78\text{nm}$) (a)–(f)分别为3, 3.5, 4, 4.5, 5 ps)

3.4. 介质形态对功率谱时间演化特征的影响

随机激光器区别于传统激光器的特点之一是它可以具有任意的形状.如果两块随机介质具有不同的形状,边界条件的不同必然将导致它们具有不同的功率谱.另一方面,以上结果表明,不同的介质参数将对应不同的功率谱.事实上,即使两块形状与尺寸相同的随机介质具有相同的介质参数,但由于它们必然具有不同的随机机构形,也就必然具有不同的功率谱.所以,对于介质参数完全相同、但形状不同的两块随机介质,不仅会因其具有不同的形状而导致不同的功率谱,而且会因其具有不同的随机机构形而导致不同的功率谱.为此,我们提出过一种研究方法,来区分这两种因素的影响^[27].依据这种方法,首先需要设计一系列具有相同随机机构形、但具有不同形状的平面随机介质.具体方法是,以图1(a)给出的方形随机介质为基础,在方形内形成任意内接形,

去除任意形以外的随机介质,就能得到一系列具有相同随机机构形、但具有不同形状的平面随机介质,如图1(b)–(d)所示.这样以来,就能分析出仅仅由于形态的不同所造成的对功率谱的影响.

计算结果表明,介质形状对功率谱时间演化的特征与速度的影响都很小.图6给出了图1(b)–(d)对应的介质在3ps, 4ps, 5ps和6ps时的功率谱.我们使用一个常用的参量,集中度 C ,来定量描述介质形状的特征,它定义为 $C = L^2/(4\pi S)$,其中 L 和 S 分别为介质的周长和面积.结合图6和图4可以看出,对于图1给出的四种形状的介质来说, C 值越大,准稳态下准态模的数量就越少.值得注意的是,这四种形状的平面介质具有相同的介质参数和随机机构形,它们在模式数上的差别只能是不同的边界形态造成的.其原因是,一方面, C 值越大,表明介质的周长越长.对于这种被动开放系统来说,周长越长意味着从边界泄漏的能量将会越多,导致低品质因

数的准态腔所支撑的准态模因损耗太大而在演化的历程中逐渐消失.结合图 1 和图 6 可以看出, C 值越大, 功率谱中的模式数在从 3ps 到 6ps 的演化进程

中消失的越多.另一方面, C 值越大, 表明介质的面积越小.由于每个准态腔在介质中具有确定的空间位置和范畴^[21, 26], 面积的减小自然要减少介质中准

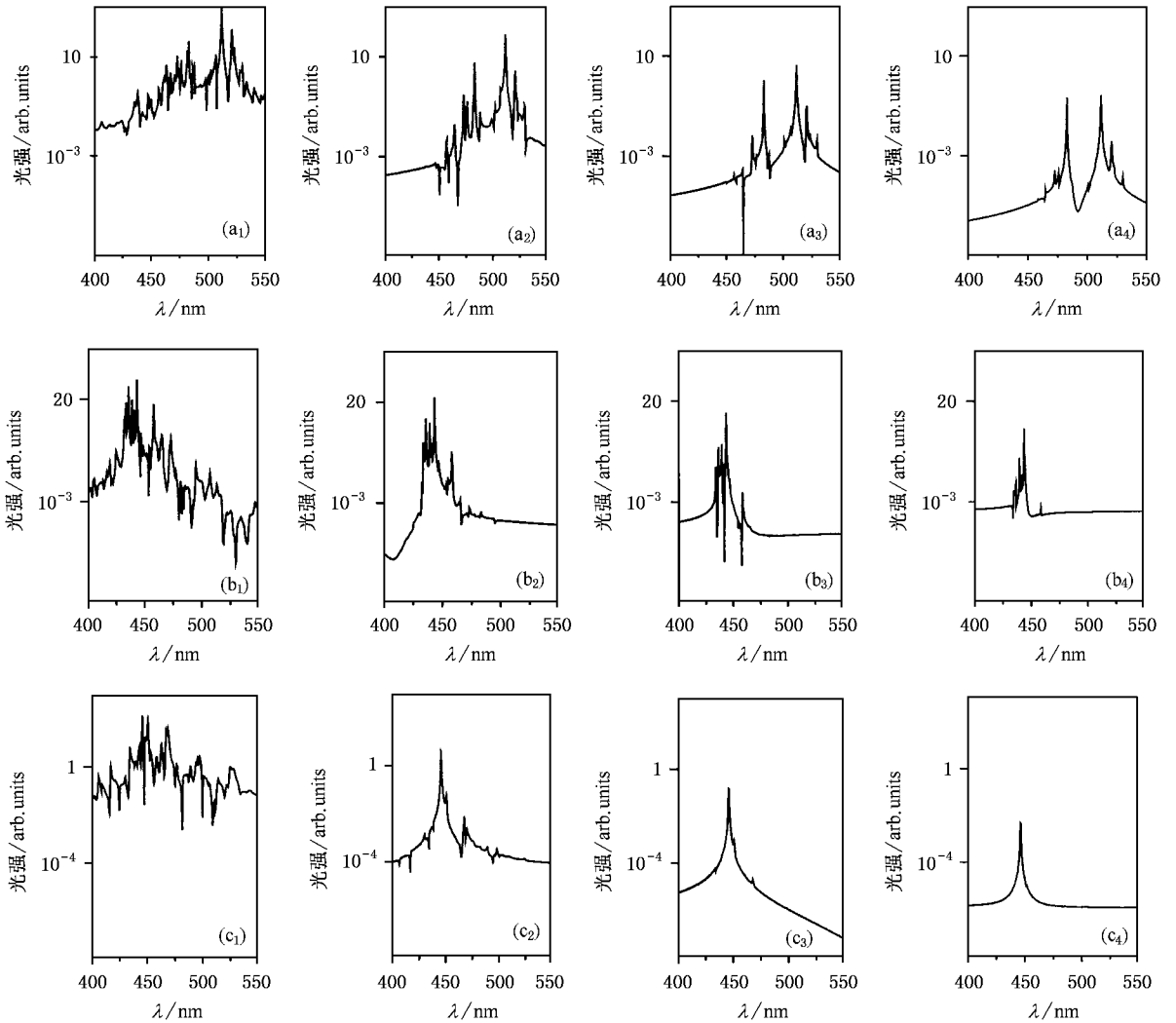


图 5 不同介质参数 (r, Φ) 的方形平面随机介质功率谱的时间演化特性 (a) $r = 60\text{nm}, \Phi = 30\%$; (b) $r = 60\text{nm}, \Phi = 50\%$; (c) $r = 100\text{nm}, \Phi = 30\%$ (a₁)—(a₄) (b₁)—(b₄) (c₁)—(c₄) 分别为 3, 4, 5, 6ps)

态腔的数量,也就自然而然地减少了准态模的数量.

值得注意的是,前面提到,为得到在某时刻 t 的功率谱,将该时刻所有格点处的 E_z 值相加,然后进行 Fourier 变换.之所以采用将所有格点处的电场信号相叠加,而不是像文献 21 那样,将方形内的某些固定点设置为观察点,仅将这些观察点上的电场信号相叠加,是为了能够研究这些复杂边界的平面随机介质.如果以方形介质为基准设置了固定的观察点,对于具有复杂边界的介质,有的观察点就有可能不在边界以内.

4. 结 论

利用时域有限差分法直接数值求解平面随机介质中光波的电、磁分量满足的 Maxwell 方程组,并通过傅里叶变换,能够有效地分析出随机介质中光波模式产生与选择的时间演化过程.结果表明,随机介质中散射颗粒的随机构形、介质参数(如颗粒尺寸、折射率、填充率等)和介质形态决定了随机介质在准稳态下的模式特性和数量,但具有不同随机构形、介质参数和形态的随机介质中模式的产生、选择与演

化的特征和速度基本相同. 这与传统光腔的情况是类似的. 尽管具有不同几何结构(例如方形镜、圆形镜等)或者不同腔体参数(例如腔长、镜面曲率半径

等)的传统光腔所支撑的模式具有不同的特性(如共振频率与空间分布)和数量, 但模式的产生、选择与演化的特征却基本相同.

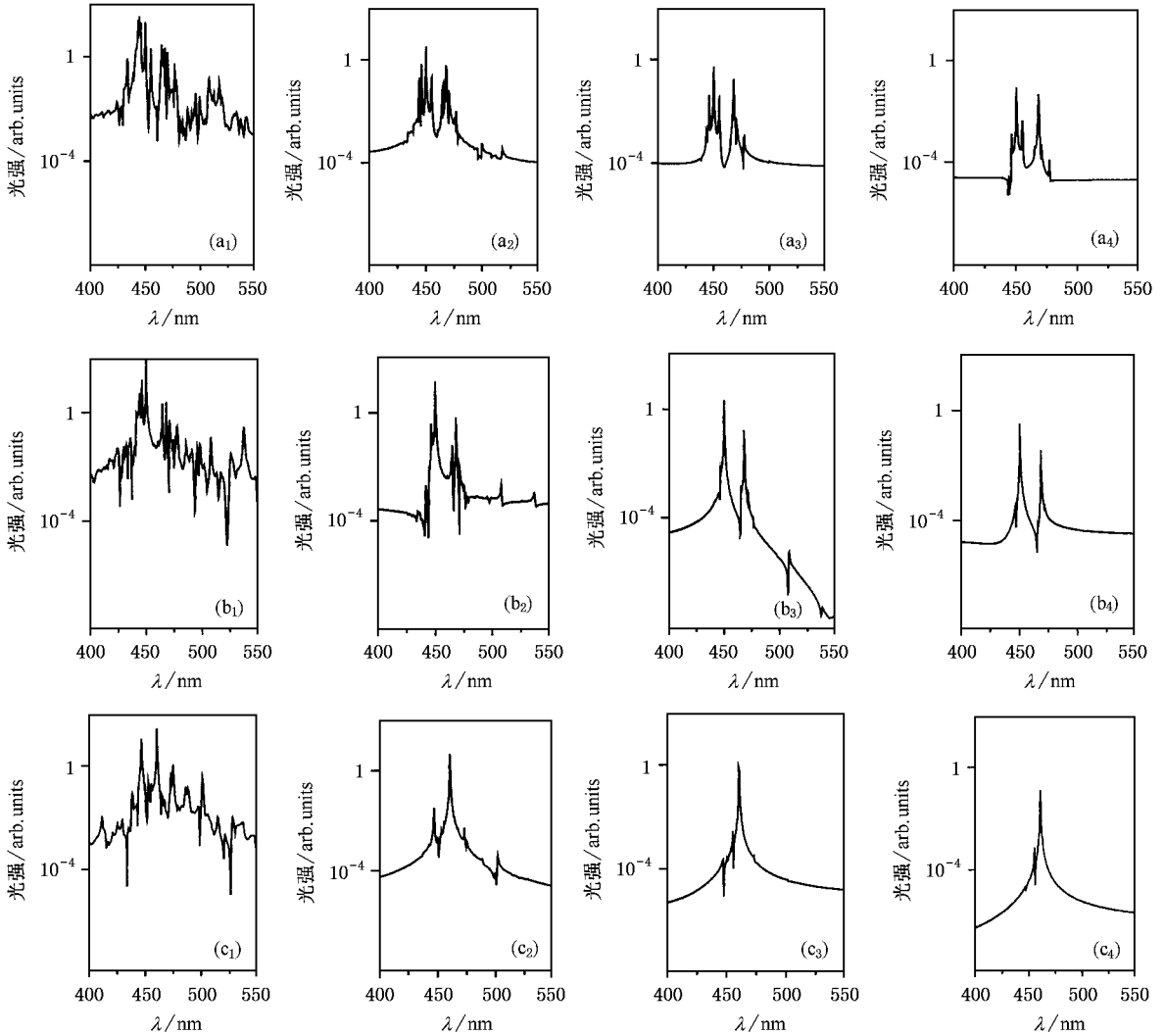


图 6 不同形状的平面随机介质功率谱的时间演化特性 (a)形状见图 1(b), $C = 1.065$; (b)形状见图 1(c), $C = 3.782$; (c)形状见图 1(d), $C = 3.922$ (a₁)-(a₄)(b₁)-(b₄)(c₁)-(c₄)分别为 3 4 5 6ps)

本文的结果揭示了随机介质的“冷腔”特性. 当给随机介质提供增益后, 其中的冷腔模(即准态模)在一定的条件下将能够被激发为激光模式. 采用同

文献 [21] 相同的方法, 我们计算了这些激光模式的特性, 包括频率特性、阈值特性和空间分布等, 相关结果在后续的论文中发表.

[1] Lethokove V S 1968 *Sov. Phys. JETP* **26** 835

[2] Lawandy N M, Balachandra R M, Gomes A S L and Sauvain E 1994 *Nature (London)* **368** 436

[3] Sha W L, Liu C H and Alfano R R 1994 *Opt. Lett.* **19** 1922

[4] Balachandran R M, Pacheco D P and Lawandy N M 1996 *Appl. Opt.* **35** 640

[5] Cao H, Zhao Y G, Ong H C, Ho S T, Wu J Y and Chang R P H 1998 *Appl. Phys. Lett.* **73** 3656

[6] Cao H, Zhao Y G, Ong H C, Ho S T, Seelig E W, Wang Q H and Chang R P H 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2278

[7] Cao H, Xu J Y, Chang S H and Ho S T 2000 *Phys. Rev. E* **61** 1985

- [8] Cao H , Xu J Y , Seelig E W and Chang R P H 2000 *Appl. Phys. Lett.* **76** 2997
- [9] Anglos D , Stassinopoulos A , Das R N , Zacharakis G , Psyllaki M , Jakubiak R , Vaia R A , Giannelis E P and Anastasiadis S H 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 208.
- [10] Wiersma D S , Van Albada M P and Lagendijk A 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1739
- [11] Siddique M , Alfano R R , Berger G A , Kempe M and Genack A Z 1996 *Opt. Lett.* **21** 450
- [12] John S and Pang G 1996 *Phys. Rev. A* **54** 3642
- [13] Balachandran R M and Lawandy N M 1996 *Opt. Lett.* **21** 1063
- [14] Balachandran R M , Lawandy N M and Moon J A 1997 *Opt. Lett.* **22** 319
- [15] Wiersma D S and Lagendijk A 1996 *Phys. Rev. E* **54** 4256
- [16] Van Soest G , Poelwijk F J , Sprik R and Lagendijk A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1522
- [17] Cao H , Xu J Y , Zhang D Z , Chang S H , Ho S T , Seelig E W and Chang R P H 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5584
- [18] Jiang X and Soukoulis C M 2002 *Phys. Rev. E* **65** 025601
- [19] Soukoulis C M , Jiang X , Xu J Y and Cao H 2002 *Phys. Rev. B* **65** 041103
- [20] Jiang X and Soukoulis C M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 70
- [21] Vanneste C and Sebbah P 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 183930
- Sebbah P and Vanneste C 2002 *Phys. Rev. B* **66** 144202
- [22] Anderson P W 1958 *Phys. Rev.* **109** 1492
- [23] Liu J S , Wang C , Wang K J , Wang H and Lu J T 2004 *Chin. Laser* **31** Suppl. 26 (in Chinese) [刘劲松、王 春、王可嘉、王宏、吕键滔 2004 中国激光 **31** 增刊 26]
- [24] Fox A G and Li T 1961 *Bell Syst. Tech. J.* **40** 453
- [25] Berenger J P 1995 *J. Comput. Phys.* **114** 185.
- [26] Liu J S and Wang H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4224 (in Chinese) [刘劲松、王宏 2004 物理学报 **53** 4224]
- [27] Liu J S , Wang C , Lu J T , Liu H , Wang K J and Wang H 2004 *Phys. Lett. A* **333** 395

Spectral time evolution of quasistate modes in two-dimensional random media *

Liu Jin-Song Liu Hai Wang Chun

(*State Key Laboratory of Laser Technology , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China*)

(Received 1 September 2004 ; revised manuscript received 16 December 2004)

Abstract

The spectral time evolution of optical modes in planar random media is analyzed by using the finite difference time domain method to numerically solve Maxwell equations. The character of random media can be described by some factors , including the random constitution of scattering particles , medium parameters (such as the surface-filling fraction and the size of particle) , and the shape of medium. Such factors determine the frequency property and number of optical modes in random medium under quasi-stable state. However , the media with different factors have approximately the same character and rate for the generation , selection and evolution of optical modes. Such cold cavity properties of planar random media are similar to that in conventional optical cavities.

Keywords : laser physics , random lasers , optical properties in disorder media

PACC : 4220 , 4260D , 4265C , 4255

* Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60378001) and the Key Program of the Natural Science Foundation of Hubei Province , China (Grant No. 2001ABA003).