

无碰撞电流片低频电磁模不稳定性 :MHD 模型^{*}

魏新华^{1)†} 周国成¹⁾ 曹晋滨¹⁾ 李柳元^{1)‡}

¹⁾ 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080)

²⁾ 中国科学院研究生院, 北京 100039)

(2004 年 8 月 20 日收到, 2004 年 10 月 14 日收到修改稿)

利用含无电阻广义 Ohm 定律的可压缩磁流体力学(MHD)理论,研究了在具有剪切磁场的无碰撞电流片中低频电磁模不稳定性,假定等离子体压力各向同性,推导出了三维扰动传播波模的色散关系.色散关系的数值求解集中在电流片中间平面($z=0$)和半厚度边缘($z=1$)上,并分别考虑了二维传播和三维传播,以及不同的离子惯性长度情况.主要结果如下:1)对于二维扰动传播($k_z=0$)的波,在 $z=0$ 平面上,Alfvén波增长率最大,不稳定的波频率和波数范围也更宽,离中间平面越远,增长率越小,波数区域越小.同时,随着离子惯性长度的增大,Alfvén波不稳定性的增长率变大.2)对于三维扰动传播($k_z \neq 0$)的波,哨声是不稳定的,在电流片中间平面上,哨声有明显的增长率;而在离子惯性区外边,哨声的增长率还变大.3)在电流片中间($z=0$)平面上,低频波主要是电流不稳定性激发的.在离中间平面较远处,电流、密度和压力的梯度不稳定性变得更重要.

关键词:无碰撞电流片,磁流体力学,色散关系,不稳定性

PACC:5235B,5235P,9430G,9430Q

1. 引 言

近年来,磁重联层内无碰撞等离子体效应(即广义 Ohm 定律中的 Hall 电流效应,电子压力效应和电子惯性效应)的理论、空间观测和数值模拟研究是一个重要的焦点问题^[1-18].这些无碰撞等离子体效应将在某些等离子体成分的特征空间尺度上破坏磁“冻结”条件,从而改变磁重联率和重联层结构.磁重联率强烈地依赖于磁通量的扩散率(反常电阻)^[19]和无碰撞效应^[20].反常电阻和无碰撞效应是不同的现象.反常电阻要求电子和离子之间有动量输运,无碰撞效应可以是纯电子现象,并且可在相当快的时间尺度和较小的空间尺度上起作用.同时,无碰撞效应也强烈地影响重联层内等离子体的色散性质,使得一些波模被抑制,而其他波模在磁重联物理过程中起着不同寻常的作用.所有磁重联过程都发生在电流片内,因此研究无碰撞等离子体电流片的色散性质和低频波模不稳定性是很有意义的.

空间磁重联事件观测表明,在扩散区内外有哨声^[14,21,22],低混杂波^[23,24],高混杂波^[25,26],和静电孤

波^[22,27].它们的激发机理是什么?它们是驱动磁重联的原因还是磁重联产生的效应?等等,还有待进一步研究.

Drake^[4]最早研究了磁重联层内无碰撞等离子体的色散性质和波,他们采用等温可压缩磁流体力学(MHD)模型.广义 Ohm 定律中电子压力标量的平行梯度项可把动理学 Alfvén 波(kinetic Alfvén waves)引入系统.同时,又由 Hall MHD 模型得到了哨声模波,认为哨声模波在磁重联过程中起主要作用.他们的工作是开创性的,但缺乏系统和完整的研究.

Biskamp 等人^[7]采用不可压缩的两流体(电子和离子流体)模型研究了一维平衡电流片的无碰撞等离子体的色散性质和波,他们假定压力张量的散度近似为压力标量的梯度和一个黏性项之和,结果表明,在长波区($kd_i < 1$,这里 k 是波数, d_i 是离子惯性长度),Alfvén 波占优势;在短波区($kd_i > 1$),色散关系变为哨声模波关系.由于对压力张量采用了黏性假定,等离子体 β 参数(热压力与磁压力之比)和压力张量的完整效应,未能进入色散关系.

Wang 等人^[12]采用类似于 Biskamp 等人^[7]的不可压缩的 MHD 物理模型,忽略离子的压力梯度效

^{*} 国家杰出青年科学基金(批准号:40025413)和国家自然科学基金(批准号:40174042)资助的课题.

[†] E-mail: xhwei@spaceweather.ac.cn

应. 研究表明,在长波区($kd_i < 1$),色散关系变为 Alfvén 波色散关系;在短波区($kd_i > 1$),色散关系变为斜传播的 Alfvén 哨声模波,它的频率是在哨声频率范围,像哨声那样色散传播,但有较大的垂直波数.然而,由于假定电子压力近似为标量,等离子体 β 参数和电子压力张量效应也未能进入色散关系.

周国成等人^[28]采用两种类似于 Biskamp 等人^[7]和 Wang 等人^[12]二维三分量无碰撞不可压缩磁流体力学模型,计入了电子压力张量效应,得到了电流片的低频波色散关系,详细讨论了电流片中心区和电子 $\beta_e^* = 0$ 两种特殊情况下存在的波模,结果表明,在长波区或对流区($kd_i < 1$),除了 Alfvén 波外,还有离子声波;在短波区($kd_i > 1$),除了斜 Alfvén 哨声模波外,还有快磁声-动理学 Alfvén 波.电子 $\beta_e^* = 0$ 情况下的结果与 Biskamp 等人^[7]和 Wang 等人^[12]的结果基本一致.电流片中心区的结果中有快磁声-动理学 Alfvén 波,与 Drake^[4]得到的动理学 Alfvén 波相似,但又不完全相同.

上述研究都没有涉及波模不稳定性问题. Drake 等人的研究表明^[29]场向电流的横场梯度能使哨声模去稳. Vetoulis 和 Drake^[30]用二维三分量电子磁流体力学(EMHD)模型研究了地球磁层顶场向电流的横场梯度激发哨声湍流的机理,模型包含了电子惯性效应、Hall 电流效应和磁剪切效应,忽略电子压力梯度效应和可压缩效应.结果发现,整个谱是线性不稳定的,不是电流梯度不稳定性,就是扭折模(the kink mode)不稳定性.

本文采用含无电阻广义 Ohm 定律的可压缩磁流体力学(MHD)理论研究了在具有剪切磁场的无碰撞电流片中低频电磁模不稳定性,假定等离子体压力各向同性,导出了三维扰动传播低频电磁模的色散关系.通过数值求解色散关系,研究了一维平衡电流片中低频电磁模不稳定性的性质.

2. 物理模型和色散关系

假定电流片是一维平衡的,所有平衡量都只在 z 方向变化.平衡磁场设为如下剪切磁场形式:

$$\mathbf{B}_0 = B_{0x}(z/a)\mathbf{e}_x + B_{0y}\mathbf{e}_y, \quad (1)$$

其中 $B_{0x}(z/a) = B_L \tanh(z/a)$, 引导场 $B_{0y} = \text{const}$, B_L 为电流片边界处($z \rightarrow \pm \infty$)渐进磁场强度的 x 分量,边界总磁场 $B_{0L} = B_0(z \rightarrow \pm \infty) = \sqrt{B_L^2 + B_{0y}^2}$, a

为电流片的半厚度, \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_y 分别为 x 和 y 方向的单位矢量.在电流片中间($z = 0$)平面的两边,磁场 x 分量的方向相反.考虑氢等离子体(电子和质子),并满足电中性条件,即电子和离子(质子)密度相等, $n_e = n_i = n_0$.计入可压缩效应,假定等离子体压力为各向同性.在广义 Ohm 定律中忽略(经典和反常)电阻的贡献,保留小尺度无碰撞项(即 Hall 电流项,电子压力梯度项和电子惯性项).于是,可压缩 MHD 方程组的无量纲形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \beta_e \nabla p, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\rho} \left(d_i \mathbf{J} \times \mathbf{B} - d_i \beta_e \nabla p_e + d_e^2 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)p + \gamma p (\nabla \cdot \mathbf{V}) = 0, \quad (8)$$

其中时间 t , 空间算子 ∇ , 质量密度 $\rho \approx n$, 压力 p , 流速 \mathbf{V} , 电场 \mathbf{E} , 磁场 \mathbf{B} 和电流密度 \mathbf{J} 已分别用 Alfvén 时间 $t_A = a/V_A$, 电流片的半厚度 a , $z = 0$ 处的密度 $\rho_0(0) = m_i n_0(0)$, $z = 0$ 处的压力 $p_0(0)$, Alfvén 速度 $V_A = B_{0L}/\sqrt{\mu_0 \rho_0(0)}$, 电场 $V_A B_{0L}$, 边界总磁场 B_{0L} 和电流密度 $B_{0L}/(\mu_0 a)$ 进行了无量纲化.这里, $d_{i,e} = c/\omega_{pi,e} a$, $\omega_{pi,e} = \sqrt{e^2 n_0(0)/(\epsilon_0 m_{i,e})}$ 和 $m_{i,e}$ 分别为离子(i)和电子(e)的惯性长度,等离子体频率和质量; $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 为光速;绝热指数 $\gamma = 5/3$; $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla)$. $\beta_e = 2\mu_0 p_{e0}(0)/B_{0L}^2$ 表示 $z = 0$ 处的电子热压力 $p_{e0}(0)$ 与 $z \rightarrow \pm \infty$ 处的磁压力之比,它不是局域意义上的热压力与磁压力之比;等效离子 Larmor 半径 $r_s = \sqrt{\beta_e} d_i$.此外,在(3)式中还假定电子压力 p_e 近似等于离子压力 p_i , 总压力 $p = p_i + p_e \approx 2p_e$.

采用三维三分量可压缩 MHD 扰动模型,设所有低频波扰动量具有如下局域近似形式:

$$\sim \exp\{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)\}, \quad (9)$$

也采用无量纲符号: $ak \rightarrow \mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ 和 $\omega t_A \rightarrow \omega$.需说明,在非均匀($\partial/\partial z \neq 0$)等离子体中,一般情况下波矢分量 $k_z = k_z(z)$;但在弱非均匀情况下可

做局域近似,把 $k_z(z)$ 看作是随 z 缓变或不变,即 $\partial k_z/\partial z \approx 0$. 为使方程组(2)–(8)线性化,先消去电场 E ,再设

$$\mathbf{V} = \mathbf{u}(x, y, z, t), \quad (10a)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0(z) + \mathbf{b}(x, y, z, t), \quad (10b)$$

$$\rho = \rho_0(z) + \delta\rho(x, y, z, t), \quad (10c)$$

$$p = p_0(z) + \delta p(x, y, z, t), \quad (10d)$$

代入后可得到零级方程组

$$p_0(z) + \frac{B_{0x}^2(z)}{2\beta_e} = p_0(0) = 1, \quad (11)$$

$$\mathbf{J}_0 = \nabla \times \mathbf{B}_0 = J_0 \mathbf{e}_y, \quad (12)$$

$$\rho_0 = p_0^{1/\gamma}, \quad (13)$$

其中 $J_0 = \partial B_{0x}/\partial z$, $B_{0x}(z) = B_L \tanh(z)$, $\beta_e = B_L^2/[2(1 - p_0(\pm\infty))]$, $B_L^2 + B_{0y}^2 = 1$. 同时,利用(9)式对扰动量前的算符做变换: $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$, $\nabla \rightarrow (ik_x, ik_y, ik_z)$, $\nabla^2 - k^2$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ 并消去 δp 和 $\delta\rho$ 后,可得到扰动量 \mathbf{u} 和 \mathbf{b} 的线性方程组

$$\begin{aligned} & \omega J_0 \mathbf{e}_y \times \mathbf{b} + i\omega [k_{\parallel} B_0 \mathbf{b} - (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{b}) \mathbf{k}] \\ & - k\beta_e [p'_0 u_z + i\gamma p_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u})] + i\omega^2 \rho_0 \mathbf{u} = 0, \quad (14) \\ & - i\omega \left\{ \left(1 + \frac{k^2 d_e^2}{\rho_0} + \frac{ik_z d_e^2 \rho'_0}{\rho_0^2} \right) \mathbf{b} \right. \\ & \left. - id_e^2 \frac{\rho'_0}{\rho_0} b_z \mathbf{k} + id_i \mathbf{k} \times \mathbf{u} \right\} \\ & + i\mathbf{B}_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}) - ik_{\parallel} B_0 \mathbf{u} + J_0 u_z \mathbf{e}_x = 0, \quad (15) \end{aligned}$$

其中 $\rho'_0 = \partial\rho_0/\partial z$, $p'_0 = \partial p_0/\partial z$, $k_{\parallel} \equiv (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0)/B_0$, $k_{\perp} = \sqrt{k^2 - k_{\parallel}^2}$.

最后,由(14)和(15)式不难得到低频电磁模波的色散关系

$$\begin{aligned} D(\omega, \mathbf{k}, z) & \equiv \text{Det} |D_{ij}| = 0, \quad i, j \\ & q = 1, 2, 3, \dots, 6, \quad (16) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} D_{11} & = \chi(\omega^2 \rho_0 - \gamma p_0 \beta_e k_x^2), \\ D_{12} & = -i\gamma p_0 k_x k_y \beta_e, \\ D_{13} & = -k_x \beta_e (p'_0 + i\gamma p_0 k_z), \\ D_{14} & = i\omega k_y B_{0y}, \\ D_{15} & = -i\omega k_x B_{0y}, \\ D_{16} & = \omega J_0, \\ D_{21} & = D_{12}, \\ D_{22} & = \chi(\omega^2 \rho_0 - \gamma p_0 \beta_e k_y^2), \\ D_{23} & = -k_y \beta_e (p'_0 + i\gamma p_0 k_z), \\ D_{24} & = -i\omega k_y B_{0x}, \end{aligned}$$

$$D_{25} = i\omega k_x B_{0x},$$

$$D_{26} = 0,$$

$$D_{31} = -i\gamma p_0 k_x k_z \beta_e,$$

$$D_{32} = -i\gamma p_0 k_y k_z \beta_e,$$

$$D_{33} = \chi(\omega^2 \rho_0 - \gamma p_0 \beta_e k_z^2) - k_z \beta_e p'_0,$$

$$D_{34} = -\omega (J_0 + ik_z B_{0x}),$$

$$D_{35} = -i\omega k_z B_{0y},$$

$$D_{36} = i\omega k_{\parallel} B_0,$$

$$D_{41} = k_y B_{0y},$$

$$D_{42} = -k_y B_{0x} - i\omega d_i k_z,$$

$$D_{43} = -k_z B_{0x} + iJ_0 + i\omega d_i k_y,$$

$$D_{44} = \omega (1 + k^2 d_e^2/\rho_0 + ik_z d_e^2 \rho'_0/\rho_0^2),$$

$$D_{45} = 0,$$

$$D_{46} = -i\omega k_x d_e^2 \rho'_0/\rho_0^2,$$

$$D_{51} = -k_x B_{0y} + i\omega k_z d_i,$$

$$D_{52} = k_x B_{0x},$$

$$D_{53} = -k_z B_{0y} - i\omega d_i k_x,$$

$$D_{54} = 0,$$

$$D_{55} = \omega (1 + k^2 d_e^2/\rho_0 + ik_z d_e^2 \rho'_0/\rho_0^2),$$

$$D_{56} = -i\omega k_y d_e^2 \rho'_0/\rho_0^2,$$

$$D_{61} = -i\omega d_i k_y,$$

$$D_{62} = i\omega d_i k_x,$$

$$D_{63} = k_{\parallel} B_0,$$

$$D_{64} = D_{65} = 0,$$

$$D_{66} = \omega (1 + k^2 d_e^2/\rho_0).$$

可以看出,色散关系(16)包含了等离子体平衡态参量: $B_{0x}(z)$, B_{0y} , $p_0(z)$, $\rho_0(z)$, $J_0(z)$, $p'_0(z)$, $\rho'_0(z)$, d_i , d_e , β_e 等,需通过数值计算来讨论它们的作用.

3. 数值计算结果

本节介绍对于实数波数 (k_x, k_y, k_z) 或 $(k_{\parallel}, k_{\perp}) \equiv (k_{\text{para}}, k_{\text{perp}})$ 和复频率 $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 数值求解色散关系(16)的结果,这里 ω_r 为波频率, ω_i 为时间增长率 (>0) 或阻尼率 (<0). 为了考察电流片不同特征区域低频波不稳定性 ($\omega_i > 0$) 的性质,先选取无量纲引导磁场 $B_{0y} = \sqrt{3}/2$, 则无量纲化单位的选择要求 $B_L = \sqrt{1 - B_{0y}^2} = 1/2$. 若设 $p_0(\pm\infty) = 0$, 则压力平衡关系得到 $\beta_e = B_L^2/2 = 1/8$. 这些等离子体参量与发生磁重联的一些空间电流片区情况相接近. 图 1 给出

电流片无量纲平衡参量 $B_{0x}(z)$, $\rho_0(z)$ 和 $p_0(z)$ 的空间分布. 可以看出, 在电流片中间平面 ($z=0$) 上, $B'_{0x} = J_0$, ρ'_0 和 p'_0 有最大值, $B_{0x} = p'_0 = \rho'_0 = 0$; 在电流片半厚度边缘 ($z=1.0$) 平面上, $B'_{0x} = J_0$, ρ_0 和 p_0 较小, $|B_{0x}|$, ρ'_0 和 ρ'_0 较大. 下面将分别在 $z=0$ 和 $z=1.0$ 平面上讨论低频波的稳定性. 为了便于识别不稳定波模的性质, 作图时采用无量纲波数 ($k_{\parallel} d_i$, $k_{\perp} d_i$) $\equiv (k_{\text{para}} d_i, k_{\text{perp}} d_i)$ 和无量纲波频率 ω_r/Ω_i (和增长率 ω_i/Ω_i), 这里 $\Omega_i \equiv eB_{0L}/m_i$ 是边界总磁场定义的离子回旋频率. 此外, 在所有的图中只给出增长率 ($\omega_i > 0$) 的分布, 而阻尼率 ($\omega_i < 0$) 分布没有表示出.

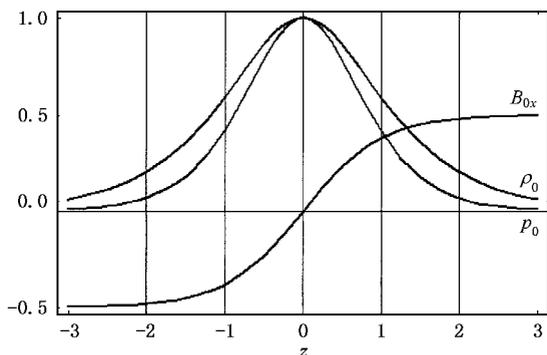


图1 电流片平衡参量 $B_{0x}(z)$, $\rho_0(z)$ 和 $p_0(z)$ 的空间分布 (这里 $B_{0y} = \sqrt{3}/2$, $B_L = 1/2$, $\beta_e = 1/8$)

3.1. 离子惯性长度远小于电流片半厚度情况: $d_i = 0.1$

讨论平行于电流片中间平面 ($z=0$) 传播的波, 即二维扰动传播 ($k_z=0$) 情况.

图2给出了在 $k_z=0$ 和 $d_i=0.1$ 情况下波增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) 的分布. 在电流片中间 ($z=0$) 平面上 (图2(a)(b)), 并且也是在离子惯性区内, 低频波不稳定性 ($\omega_i/\Omega_i > 0$) 发生在 $0.08 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 0.24$ 和 $0 \leq k_{\text{perp}} d_i \leq 0.08$ 的波数区域 (图2(a)), 即 $kd_i \ll 1$, $k_{\text{perp}} r_s \ll 1$, 最大增长率 (~ 0.012) 出现在 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) $\sim (0.18, 0.025)$ 附近. 不稳定的波频率是在 $0.08 \leq \omega_r/\Omega_i \leq 0.2$ 范围内并且随 $k_{\text{para}} d_i$ 和 $k_{\text{perp}} d_i$ 增大, 近似满足色散关系 $\omega_r - k_{\text{para}}$ (图2(b)), 因此判定不稳定的波模是 Alfvén 波. 由于 $B_0(0) = B_{0y} e_y$ 和 $k_z=0$, 所以在图2(a)(b)中, 实际上, $k_{\text{para}} = k_y$, $k_{\text{perp}} = k_x$.

在电流片半厚度边缘 ($z=1.0$) 平面上 (图2(c)(d)), 并且也是在离子惯性区外 ($z/d_i = 10$), 低

频波也是不稳定的 ($\omega_i/\Omega_i > 0$), 它发生在 $0.04 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 0.16$ 和 $0.001 \leq k_{\text{perp}} d_i \leq 0.045$ 的波数区域内 (图2(c)), 该波数区比 $z=0$ 平面的不稳定区域小, 最大增长率 (~ 0.0065) 出现在 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) $\sim (0.08, 0.018)$ 附近, 即 $kd_i \ll 1$, $k_{\text{perp}} r_s \ll 1$; 不稳定的波频率是在 $0.05 < \omega_r/\Omega_i < 0.15$ 范围内并且随 $k_{\text{para}} d_i$ 和 $k_{\text{perp}} d_i$ 增大, 近似满足色散关系 $\omega_r - k_{\text{para}}$ (图2(d)), 因此判定不稳定的波模也是 Alfvén 波. 由于 $B_0(1) = B_{0x}(1) e_x + B_{0y} e_y$ 和 $k_z=0$, 所以, 图2(c), (d) 中的 k_{para} 和 k_{perp} 都平行于 x - y 平面.

可见, 在 $z=0$ 平面上, 背景磁场 $B_0(0) = B_{0y} e_y$, Alfvén 波不稳定性增长率最大, 波频率和波数范围也更宽.

3.2. 离子惯性长度小于电流片半厚度情形: $d_i = 0.5$

仍然讨论平行于电流片中间平面 ($z=0$) 传播的波, 即二维扰动 ($k_z=0$) 情况.

图3给出了在 $k_z=0$ 和 $d_i=0.5$ 情况下增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) 的分布. 在 $z=0$ 平面内, 并且也是在离子惯性区内, 低频波不稳定性 ($\omega_i/\Omega_i > 0$) 发生在 $0.32 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 0.57$ 和 $0 \leq k_{\text{perp}} d_i \leq 0.22$ 的波数区域, 最大增长率 (~ 0.045) 出现在 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) $\sim (0.45, 0.05)$ 附近 (图3(a)), $kd_i < 1$, $k_{\text{perp}} r_s \ll 1$. 不稳定的波频率是在 $0.2 \leq \omega_r/\Omega_i \leq 0.42$ 范围内, 并且随 $k_{\text{para}} d_i$ 和 $k_{\text{perp}} d_i$ 增大, 近似满足色散关系 $\omega_r - k_{\text{para}}$ (图3(b)), 因此判定不稳定的波模也是 Alfvén 波. 同样, 在图3(a)(b)中, $k_{\text{para}} = k_y$, $k_{\text{perp}} = k_x$.

在 $z=1.0$ 平面内, 并且也是在离子惯性区外 ($z/d_i = 2$), 低频波不稳定性发生在 $0.16 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 0.29$ 和 $0.001 \leq k_{\text{perp}} d_i \leq 0.13$ 波数区域, 最大增长率 (~ 0.03) 是在 ($k_{\text{para}} d_i$, $k_{\text{perp}} d_i$) $\sim (0.22, 0.05)$ 附近 (图3(c)), 即 $kd_i < 1$, $k_{\text{perp}} r_s \ll 1$; 不稳定的波频率是在 $0.1 \leq \omega_r/\Omega_i \leq 0.5$ 范围, 并且随 $k_{\text{para}} d_i$ 和 $k_{\text{perp}} d_i$ 增大, 近似满足色散关系 $\omega_r - k_{\text{para}}$ (图3(d)). 因此判定不稳定的波模也是 Alfvén 波. 图3(c)(d) 中的 k_{para} 和 k_{perp} 都平行于 x - y 平面.

可以看到, 在 $z=0$ 平面上, Alfvén 波增长率最大, 不稳定的波频率和波数范围也更宽. 同时, 随着 d_i 的增大 (从图2到图3), Alfvén 波不稳定性的增长率变大.

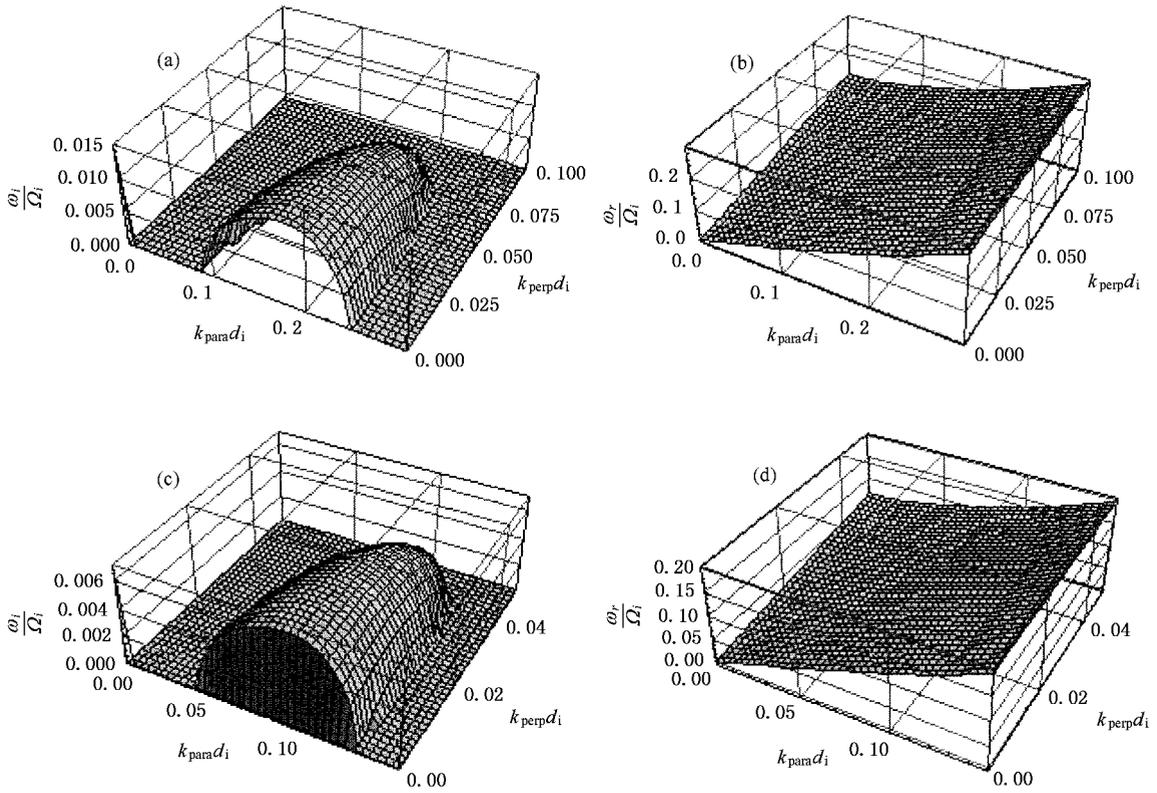


图2 增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 $(k_{\text{para}}d_i, k_{\text{perp}}d_i)$ 的分布 (这里 $k_z=0$ 和 $d_i=0.1$ 其中 (a) 和 (b) 是在 $z=0$ 平面 (电流片中间平面) 上 (c) 和 (d) 是在 $z=1.0$ 平面 (电流片半厚度边缘平面) 上)

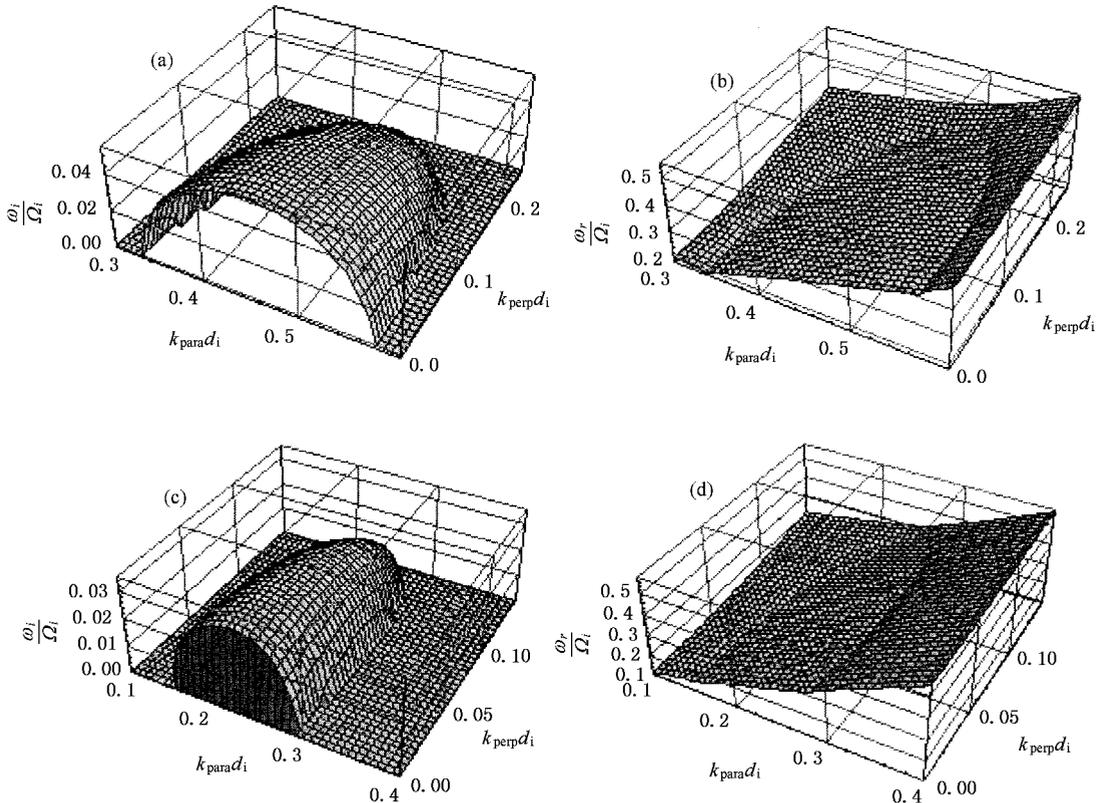


图3 在 $k_z=0$ 和 $d_i=0.5$ 情况下的结果 (其中 (a) 和 (b) 是在 $z=0$ 平面 (电流片中间平面) 上 (c) 和 (d) 是在 $z=1.0$ 平面 (电流片半厚度边缘平面) 上)

3.3. 三维扰动传播情况

这里讨论相对于电流片中间平面斜传播的波,即三维扰动传播($k_z \neq 0$)情况.

图 4 给出了在 $k_z = 1$ 和 $d_i = 0.5$ 情况下增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间($k_{\text{para}} d_i, k_{\text{perp}} d_i$)的分布.在 $z = 0$ 平面上,并且也是在离子惯性区内,低频波不稳定性($\omega_i/\Omega_i > 0$)发生在 $-1.5 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 0.3$ 和 $0.55 \leq k_{\text{perp}} d_i \leq 2.5$ 的波数区域,最大增长率(~ 0.038)出现在($k_{\text{para}} d_i, k_{\text{perp}} d_i$) $\sim (-0.3, 0.6)$ 附近(图 4(a)),即 $kd_i \sim 1$;不稳定的波频率是在 $0 < \omega_r/\Omega_i < 4$ 范围内,并且还随 $k_{\text{para}} d_i$ 绝对值和 $k_{\text{perp}} d_i$ 的增大而增大,近似满足哨声色散关系 $\omega_r \sim k^2$ (图 4(b)),可以判定不稳定的波模是哨声,或因为它有较大的 $k_{\text{perp}} d_i$ 也可称为 Alfvén 哨声.在图 4(a)(b)中,

实际上 $k_{\text{para}} = k_y, k_{\text{perp}} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$.

在 $z = 1.0$ 平面上,并且也是在离子惯性区外边($z/d_i = 2$),不稳定性发生在 $-250 \leq k_{\text{para}} d_i \leq 250$ 波数范围,并且与 $k_{\text{perp}} d_i$ 无关(图 4(c)),最大增长率(~ 0.062)出现在 $k_{\text{para}} d_i \sim \pm 30$ 附近;不稳定的波频率是在 $80 \leq \omega_r/\Omega_i < 1200$,并且还随 $k_{\text{para}} d_i$ 绝对值的增大而增大,近似满足哨声色散关系 $\omega_r \sim k^2$ (图 4(d)),可以判定不稳定的波模是哨声.图 4(c)(d)中的 $k_{\text{para}} = (k_x B_{0x}(1) + k_y B_{0y})/B_0(1)$ 平行于 $x-y$ 平面,而 $k_{\text{perp}} = \sqrt{k^2 - k_{\text{para}}^2}$.

比较图 3 和图 4 可以看出,在三维扰动传播($k_z = 1$)情况下,虽然最大增长率增加不大,但不稳定波模的色散性质却有明显的不同.此结果与周国成等^[28,31]的结果是一致的.

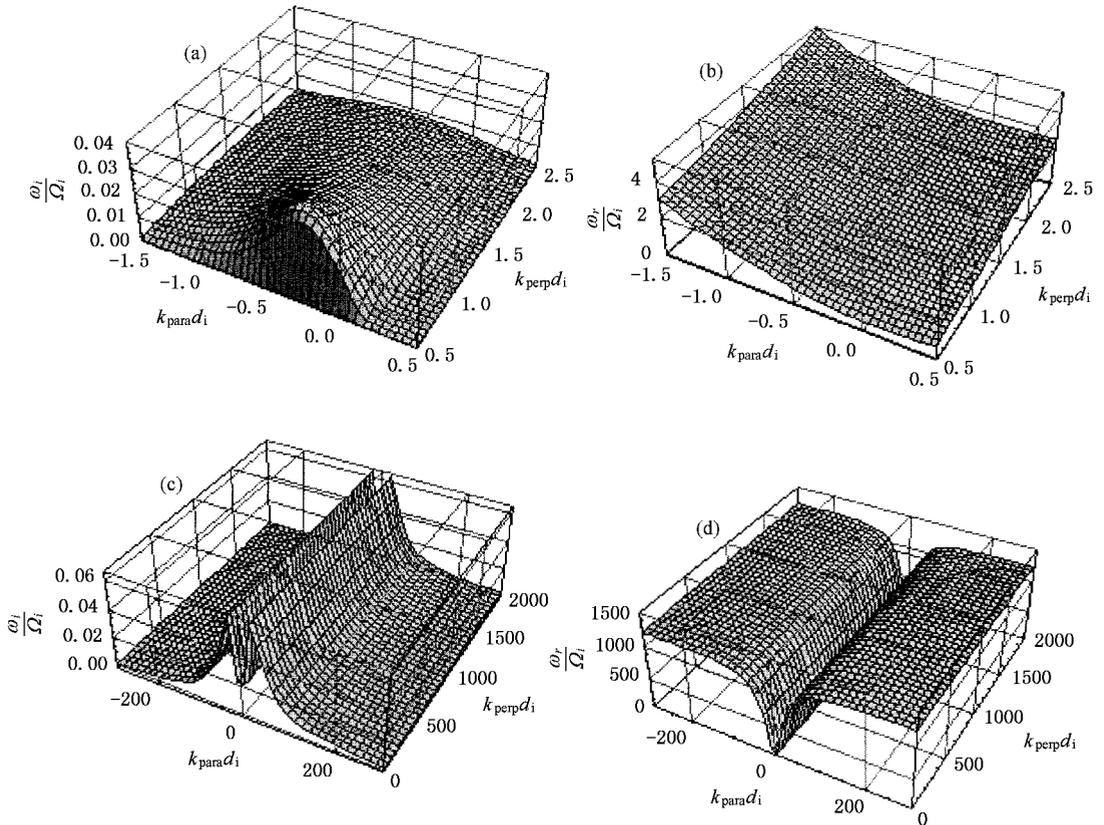


图 4 在 $k_z = 1$ 和 $d_i = 0.5$ 情况下的结果(其中(a)和(b)是在 $z = 0$ 平面(电流片中间平面)上(c)和(d)是在 $z = 1.0$ 平面(电流片半厚度边缘平面)上)

4. 结论和讨论

本文利用含无电阻的广义 Ohm 定律的可压缩

MHD 理论研究了在具有剪切磁场的无碰撞电流片中低频电磁模的稳定性问题,假定等离子体压力各向同性,推导出了三维扰动传播波模的色散关系,色散关系的数值求解集中在电流片中间平面($z = 0$)和

半厚度边缘($z = 1$)上,并分别考虑了二维传播($k_z = 0$)和三维传播($k_z \neq 0$),以及不同的离子惯性长度情况.主要结果如下:

1. 对于二维扰动传播($k_z = 0$)的波,在 $z = 0$ 平面上,Alfven 波增长率最大,不稳定的波频率和波数范围也更宽.离中间平面越远,增长率越小,波数区域越小.同时,随着 d_i 的增大,Alfven 波不稳定性增长率变大.

2. 对于三维扰动传播($k_z \neq 0$)的波,哨声是不

稳定的.在电流片中间平面上,哨声有明显的增长率,而在离子惯性区外边,哨声的增长率还变大.

3. 在电流片中间($z = 0$)平面上,由于 $B'_{0x} = J_0$, ρ_0 和 p_0 有最大值, $B_{0x} = p'_0 = \rho'_0 = 0$,低频波主要是电流不稳定性激发的.离中间平面较远处,电流减弱,但电流、密度和压力的梯度变大,这些梯度不稳定性变得更重要.简广德等^[32]的结果表明,离子的温度梯度确实能激动力剪切 Alfven 不稳定性.

- [1] Drake J F and Lee Y C 1977 *Phys. Fluids* **20** 134
- [2] Drake J F and Kleva R G 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 1468
- [3] Drake J F, Kleva R G and Mandt M E 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1251
- [4] Drake J F 1995 *Physics of the Magnetopause* Song P, Sonnerup B U O, Thomsen M F ed (Washington :American Geophysical Union)p155
- [5] Drake J F, Biskamp D and Zeiler A 1977 *Geophys. Res. Lett.* **24** 2921
- [6] Biskamp D 1997 *Advanced Topics on Astrophysical and Space Plasmas* Pino E M de G D, Peratt A L, Tanco G A M, Chian A C-I ed (Belgium :Kluwer Academic Publishers)p165
- [7] Biskamp D, Schwarz E and Drake J F 1997 *Phys. Plasmas* **4** 1002
- [8] Ma Z W and Bhattacharjee A 1996 *Geophys. Res. Lett.* **23** 1673
- [9] Ma Z W and Bhattacharjee A 1998 *Geophys. Res. Lett.* **25** 3277
- [10] Zhou G C et al 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 461
- [11] Cai C L et al 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 856
- [12] Wang X G, Bhattacharjee A and Ma Z W 2000 *J. Geophys. Res.* **105** 27633
- [13] Ma Z W and Bhattacharjee A 2001 *J. Geophys. Res.* **106** 3773
- [14] Deng X H and Matsumoto H 2001 *Nature* **410** 557
- [15] Drake J F 2001 *Nature* **410** 525
- [16] Oieroset M et al 2001 *Nature* **412** 414
- [17] Cao J B et al 2002 *Chin. J. Geophys.* **45** 597 (in Chinese) 曹晋滨等 2002 地球物理学报 **45** 597]
- [18] Zhou G C et al 2003 *Chinese J. Space Sci.* **23** 25 (in Chinese) 周国成等 2003 空间科学学报 **23** 25]
- [19] Papadopoulos K 1979 *Dynamics of the Magnetopause* Akasofu S-I ed (D. Reidel :Norwell, Mass.)p289
- [20] Kaw P K, Valeo E J and Rutherford P 1979 *Phys. Rev. Lett.* **43** 1398
- [21] Oieroset M et al 2001 *Nature* **412** 414
- [22] Deng X H et al 2004 *J. Geophys. Res.* **109** A05206 doi :10.1029/2002GL014662
- [23] Oieroset M et al 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 195001
- [24] Bale S D, Mozer F S, Phan T 2002 *Geophys. Res. Lett.* **29** 2180 doi : 10.1029/2002GL016113
- [25] Farrell W M et al 2002 *Geophys. Res. Lett.* **29** 1902 doi :10.1029/2002GL014662
- [26] Farrell W M et al 2003 *Geophys. Res. Lett.* **30** 2259 doi :10.1029/2003GL017549
- [27] Matsumoto H et al 2003 *Geophys. Res. Lett.* **30** 1326
- [28] Zhou G C et al 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 234 (in Chinese) 周国成等 2004 物理学报 **53** 234]
- [29] Drake J F, Gerber J and Kleva R G 1994 *J. Geophys. Res.* **99** 11211
- [30] Vetoulis G and Drake J F 1999 *J. Geophys. Res.* **104** 6919
- [31] Zhou G C et al 2005 *Chin. J. Space Sci.* **25** 161 (in Chinese) 周国成等 2005 空间科学学报 **25** 161]
- [32] Jian G D and Dong J Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1641 (in Chinese) [简广德、董家齐 2005 物理学报 **54** 1641]

Low-frequency electromagnetic instabilities in a collisionless current sheet :magnetohydrodynamic model^{*}

Wei Xin-Hua^{1,2)†} Zhou Guo-Cheng¹⁾ Cao Jin-Bin¹⁾ Li Liu-Yuan^{1,2)}

¹⁾Center for Space Science and Applied Research ,Chinese Academy of Sciences ,Beijing 100080 ,China)

²⁾Graduate School ,Chinese Academy of Sciences ,Beijing 100039 ,China)

(Received 20 August 2004 ; revised manuscript received 14 October 2004)

Abstract

Low-frequency electromagnetic instabilities in a collisionless current sheet are discussed by using the 3-dimensional , collisionless and compressible magnetohydrodynamic model with the isotropic pressure. The linear dispersion relations are numerically solved at the middle plane ($z = 0$) and edges ($z = 1$) of the current sheet for modes of 2-and 3-dimensional propagation. The main results are as follows.(1) For 2-dimensional disturbed propagation ($k_z = 0$) at the middle plane ($z = 0$) , the growth rate of Alfvén waves is maximum ,and the frequency and the wavenumber region of unstable waves are widest. The farther the distance from the middle plane ,the smaller the growth rate and the wavenumber region. As the ion-inertial length becomes longer ,the growth rate of Alfvén waves becomes larger.(2) For 3-dimensional disturbed propagation ($k_z \neq 0$) ,whistler waves are unstable. At the current sheet middle plane ,whistler waves have an obvious growth rate. Outside the ion-inertial region , the growth rate of whistler waves becomes larger.(3) At the middle plane ($z = 0$) ,low-frequency waves are mainly excited by the current-driven instabilities. At places far from the middle plane ,the gradient instabilities of the current ,density and pressure become more important.

Keywords : current sheet , magnetohydrodynamics , dispersion relation , instability

PACC : 5235B , 5235P , 9430G , 9430Q

^{*} Project supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars (Grant No. 40025413) and also by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40174042).

[†] E-mail : xhwei@spaceweather.ac.cn